

전단변형이 고려되는 1차원 봉요소를 사용한

철근콘크리트 보의 비선형 유한요소해석

Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beam using 1-D element with Shear Deformation

전영배*

Jeon, Young Bae

유영화**

Yu, Young Hwa

이준희***

Lee, Jun Hee

신현목****

Shin, Hyun Mock

Abstract

In the paper, a simplified method for nonlinear analysis of reinforced concrete structures is presented, which is based on timoshenko beam theory and constitutive equations that are given by the relation of average stress and average strain for concrete and reinforcing bars. Especially, this method consider shear deformation and determine the failure mode.

In this paper, 1-D beam element model and program considering shear deformation are suggested. In addition, program procedure is presented briefly and the results are plotted with test examples.

1. 서론

토목 구조물의 주재료로서 철근콘크리트는 구조물의 형상과 치수에 크게 제약을 받지 않으며, 경제성, 안정성 및 사용성 등에서도 뛰어나 널리 사용되고 있다. 그에 따라 철근콘크리트를 사용한 구조물의 설계를 위해 여러가지 설계방법들이 많이 개발되어 왔고 또, 실제 구조물의 거동에 보다 가까운 해석 및 설계의 단순성·편리성에 역점을 두고 많은 연구가 이루어지고 있다.

실제 구조물에 기초를 둔 3차원 솔리드(solid)요소로 인한 해석은 정확한 결과를 얻을 수 있다는 장점이 기대되지만 신뢰성있는 재료의 역학모델의 개발이 어려우며 데이터 및 계산량이 방대하여 실제 문제에 적용하기는 매우 어렵다. 이에 많은 연구와 실험을 통하여 2차원 평면요소로 단순화시켜 모델링하게 되었고, 현재 대부분의 해석이 평면요소를 모델로 사용하고 있다. 그러나, 철근콘크리트 구조물

* 성균관대학교 토목공학과 석사과정

** 국립안성산업대학교 토목공학과 강사

*** 경원전문대학교 토목공학과 산업체 겸임교수

**** 성균관대학교 토목공학과 부교수

이 대형화되고 복잡해짐에 따라 그에 따른 입력데이터와 결과가 방대해지면서, 시간이 많이 소요되고 구조물의 전체적인 거동을 파악하기 어려워 보다 더 단순화된 1차원 봉요소 개발이 요구되고 있다. 기존의 1차원 봉요소는 휨거동이 지배적이라는 판단하에, 휨거동에 초점을 맞추어 개발되었기 때문에 전단파괴가 예상되는 보의 역학적 거동을 예측할 수 없었다.

이에 본 논문에서는 휨파괴는 물론 전단파괴가 예상되는 철근콘크리트 보의 해석에 적용하기 위한 전단변형 및 전단파괴를 고려할 수 있는 1차원 봉요소의 개발을 연구의 목표로 한다.

2. 철근콘크리트 보의 유한요소해석모델 선정

2.1 티모센코 빔(Timoshenko Beam)

1차원 봉요소로서 수직전단변형효과를 고려하기 위해 Timoshenko 빔이론¹⁾을 적용한다. Timoshenko 빔 요소는 선형변위와 수직회전을 하는 Hughes 요소를 사용하며 휨 모멘트는 이 요소에서 일정하다.

2.2 층단면 모델²⁾

철근콘크리트 보는 균열 발생후부터 파괴에 이르기까지 다양한 휨모멘트 및 전단력을 받게 되며, 보 속의 한 점은 이에 대응하는 다양한 평면응력을 받게 된다. 보에 작용하는 외력은 결국 보 속의 한점에 받고 있는 평면응력을 전 단면에 대하여 적분한 내력과 평형을 유지하게 되므로, 여기서는 부재길이에 따라 여러 단면에서 정의되는 다수층의 응력-변형도 관계로부터 보의 역학적 거동이 유도되는 층단면 모델을 사용한다.

3. 철근콘크리트 재료의 구성방정식

3.1 평면응력장 해석을 위한 가정

앞 절에서의 티모센코 빔이론과 층단면 모델을 사용하여 철근콘크리트 보의 역학적 거동을 정확히 해석하기 위해서는, 각 요소의 각 층에 대하여 응력-변형도 관계를 정확히 규명할 필요가 있다. 이를 위하여 평면응력해석이 필요하게 되나 1차원 봉 요소에서 정의되는 변형도는 ϵ_x 와 γ_{xy} 이며 ϵ_y 는 정의할 수 없다. 따라서, 평면응력장을 형성하기 위하여 하나의 가정의 도입이 필요하며 여기서는 $\sigma_y=0$, 즉 요소단면의 직각방향응력은 0이라는 가정을 도입한다. 이로부터 평면응력해석이 가능하며 $\sigma_y=0$ 의 조건을 만족시키기 위한 반복계산이 필요하게 된다.

3.2 철근콘크리트 재료모델

철근콘크리트 재료모델은 선행 논문³⁾의 재료모델을 인용하였다. 실험실에서 구한 콘크리트의 일축압축강도 및 인장강도를 실제 구조물에 적용할 경우에는 구조물의 크기효과 등을 고려하여 수정할 필요가 있으며, 이에 대한 수정계수는 유한요소해석모델 검증용 표준시험체를 선정하여 매개변수해석을 통하여 산정하도록 한다.

3.3 철근콘크리트 재료의 응력-변형도 관계

Timoshenko 빔 요소에서 정의되는 변형도는 ϵ_x 와 γ_{xy} 이므로 해석단계에서 계산된 ϵ_x 와 γ_{xy} 를

철근콘크리트 재료모델을 통해 $\sigma_y=0$ 이 되도록 ϵ_y 값을 수정, 반복계산을 한다. 이때 $\sigma_y=0$ 을 만족하는 변형도 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 를 구하고, 이 변형도를 통해 응력 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ 값을 구한다.

4. 프로그램의 개발

본 연구에서는 RC요소의 역학모델을 유한요소법을 이용하여 부재해석프로그램에 적용하고, 또 전단력을 고려한 1차원 모델로 해석할 수 있는 TSBM을 개발하였다. 본 해석프로그램은 유한요소로는 2절점의 등매개변수 요소를 사용하였으며, 각각의 재료모델 요소에 관한 정식화를 거쳐서 각 요소의 가우스적분점에서의 응력-변형도 관계에 적용하여 요소 및 전체 강성매트릭스, 그리고 절점하중벡터를 계산한다.

해석결과는 하중단계마다의 절점변위 및 반력, 그리고 가우스적분점에서의 응력 및 변형도의 형태로 얻어진다.

4.1 1차원 모델링

유한요소해석을 위해서 아래와 같이 모델링을 하였다. (a)는 2차원 모델링의 형태이고 (b)는 TSBM의 1차원 모델을 보여준 것이다. 1차원 모델의 각 요소는 2절점요소로서 시험체가 대칭이므로 1/2만을 고려한다. 또, 각 요소마다 몇 개의 콘크리트층과 철근층으로 분할하여 각 층마다 재료의 구성방정식을 대입하여 응력을 평가하므로써 단면력을 구한다.

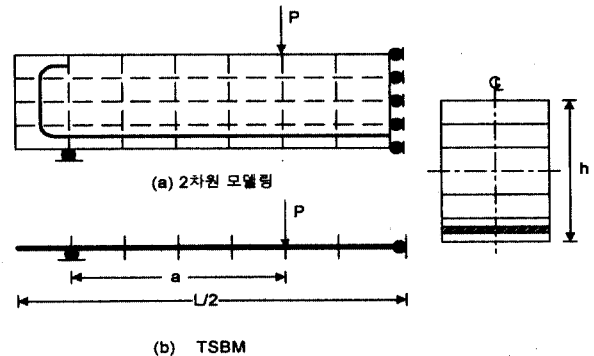


그림 1. 1차원 모델링

4.2 해석 프로그램의 구성

그림 2에 나타난 것과 같은 흐름도에 따라서, 주어진 응력에 대한 변형도를 구하며, 계산과정은 다음의 (1)~(6)과 같다.

- (1) 각 구성재료의 재료 성질 및 하중과 경계조건을 입력한다.
- (2) 입력자료를 초기화한 다음, 각 단계마다 해석을 수행한다.
- (3) 하중이나 변위를 충분시켜 각 layer의 $\sigma_y=0$ 이 되는 응력 σ_x, τ_{xy} 를 구한다.
- (4) 각 layer의 응력 σ_x, τ_{xy} 에 맞는 변형도 $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ 를 구한다.
- (5) 각 layer에 대한 요소의 강성 매트릭스를 구성하고 내부응력과 하중을 구한다.
- (6) 수렴을 검토하고 수렴하지 않았을 경우 잔류력을 더해 (5)~(6) 과정을 반복하며 수렴했을 경우(3)~(6) 과정을 반복하고, 파괴가 일어났을 경우는 해석을 종료한다.

5. Parametric Study

5.1 매개변수의 선정

철근콘크리트부재의 역학거동에 영향을 주는 인자는 콘크리트의 압축강도, 인장강도 및 철근의 항복강도 등이 있다. 여기서 콘크리트의 강도는 콘크리트 표준 공시체의 시험으로부터 구할 수 있으나 실

계구조물과 표준공시체는 크기와 양생조건 등이 다를 수 있으므로 표준공시체의 시험강도를 실제 구조물에 적용할 경우 약간의 수정이 필요하다. 특히, 콘크리트의 할렬인장강도는 공시체에 따라 변동률이 클 뿐 아니라 크기효과에 의한 영향도 크며 시험데이터가 없는 경우도 많으므로 인장강도의 적용에는 세심한 주의가 필요하다.

이 논문에서는 콘크리트의 압축강도보정계수 및 인장강도보정계수를 매개변수로 선정하고 유한요소해석모델 검증용 표준시험체를 선정하여 매개변수해석을 통하여 산정하도록 한다.

5.2 매개변수해석을 위한 표준시험체

매개변수해석을 위한 표준시험체로는 일본콘크리트공학협회(JCI)가 유한요소해석프로그램의 검증용으로 선정한 시험데이터⁴⁾를 선정하였는데, 이를 선정한 이유는 상대적으로 예측이 쉬운 휨과파괴보다는 전단파괴를 일으키는 세계 각국의 철근콘크리트보의 시험데이터 중 신뢰도가 높은 것을 선별한 것이기 때문이다. 여기서 전단지간비(a/d)가 2.5이하인 경우의 시험체는 해석 대상에서 제외하였는데, 이들을 제외한 이유는 1차원 봉요소의 해석이론 한계상 전단지간비(a/d) 2.5이하인 높이가 큰 보는 해석오차가 클 것으로 예상되기 때문이다. 따라서 이 연구에서 개발된 유한요소해석프로그램(TSBM)의 적용범위는 전단지간비(a/d)가 2.5이상인 철근콘크리트보이다.

5.3 매개변수해석

이 연구에서 개발한 해석프로그램(TSBM)을 사용하여 매개변수해석을 한 결과를 표1에 정리하였다. 표1의 No.1~10은 전단보강 되지않은 단순보들로서 전단지간비(a/d)>3인 시험체들이고, 11~16까지는 전단보강된 단순보들이며, 17~19번은 전단지간비가 $2.5 < a/d < 3$ 인 마이크로 시험체들이다.

매개변수해석 결과로부터 인장강도보정계수(γ_t) 및 압축강도보정계수(γ_c)는 각각 0.6 및 0.85로 정할 수 있으며, 이때 해석결과와 실험값과의 비의 평균은 1.046, 변동계수는 13.4%로서 해석프로그램(TSBM)에 의한 해석은 철근콘크리트 보의 파괴강도를 정확히 예측하고 있다고 판단된다.

6. 검증

1차원 유한요소해석프로그램(TSBM)의 검증을 위하여 3개의 시험체를 대상으로 해석하였다. 표2의 (a)는 Burns and Siess⁵⁾의 시험체이고 (b)는 Bresler and Scordelis의 시험체⁶⁾이며, (c)는 Walraven⁷⁾의 시험체이다. 이와 같은 시험체들을 본 논문에서 제안한 1차원 유한요소해석프로그램(TSBM)으로 해석하여, 실험결과와 2차원 유한요소해석프로그램(RCSD), 그리고 수작업으로 구한값과 비교한 결과 그림3의 (a)~(c)와 같은 하중과 변위의 관계를 얻을 수 있었다. 이 결과로부터 탄성, 비탄성, 파괴에 이르기까지 모든 거동에 대하여 해석결과는 실험치에 근접함을 알 수 있으며, 또한 해석시간은 Pentium 120MHz 기종으로 2차원 유한요소해석 프로그램(RCSD)과 비교한 결과 약 1/14~1/60까지 훨씬 단축됨을 알 수 있다.

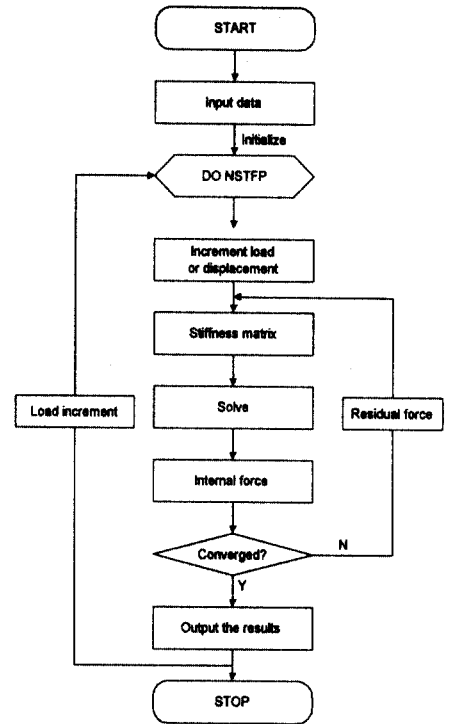


그림2. 해석 흐름도

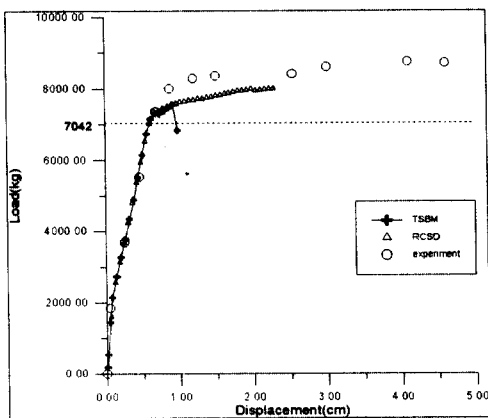
표1. 매개변수해석

No.	실험 (E)	인장강도보정계수					압축강도보정계수				
		1/E	0.8/E	0.6/E	0.5/E	0.4/E	1/E	0.9/E	0.85/E	0.8/E	0.7/E
1	3740	1.575	1.362	1.214	1.114	0.892	1.214	1.217	1.224	1.229	1.219
2	2860	1.120	1.107	1.098	1.112	1.111	1.098	1.101	1.094	1.087	1.074
3	5580	0.982	0.978	0.948	0.887	0.879	0.948	0.962	0.944	0.956	0.927
4	3630	0.931	1.153	1.251	1.256	1.228	1.251	1.161	1.100	1.036	0.902
5	4080	0.767	0.973	1.111	1.113	1.113	1.111	1.003	0.952	0.900	0.571
6	8530	1.185	1.227	1.226	1.184	1.015	1.226	1.175	1.151	1.115	0.773
7	15000	1.023	1.071	1.075	1.075	1.076	1.075	1.027	1.002	0.981	0.888
8	6700	1.067	1.084	1.082	1.081	0.919	1.082	1.061	1.046	1.044	0.957
9	740	1.128	0.886	0.753	0.647	0.605	0.753	0.782	0.784	0.788	0.793
10	10350	1.593	1.431	1.208	1.082	0.927	1.208	1.233	1.235	1.247	1.289
11	6160	1.367	1.361	1.312	1.309	1.360	1.312	1.309	1.278	1.215	1.060
12	6800	1.256	1.255	1.248	1.254	1.254	1.248	1.220	1.193	1.166	1.044
13	5390	1.030	1.096	1.091	0.976	0.811	1.091	1.055	1.029	1.004	0.937
14	6720	1.219	1.022	0.867	0.801	0.791	0.867	0.905	0.869	0.872	0.890
15	6580	1.220	0.978	0.880	0.795	0.694	0.880	0.876	0.881	0.887	0.897
16	6170	1.257	1.254	1.192	1.168	1.005	1.192	1.135	1.069	1.192	1.153
17	2525	1.796	1.549	1.266	1.063	1.014	1.266	1.208	1.200	1.228	1.219
18	13150	0.967	1.018	0.878	0.805	0.754	0.878	0.879	0.878	0.917	0.600
19	17050	0.925	0.912	0.910	0.894	0.895	0.910	0.914	0.938	0.903	0.904
평균		1.179	1.143	1.085	1.032	0.966	1.085	1.065	1.046	1.041	0.952
변동계수(%)		21.4	15.8	14.9	17.2	19.8	14.9	13.6	13.4	13.5	19.8

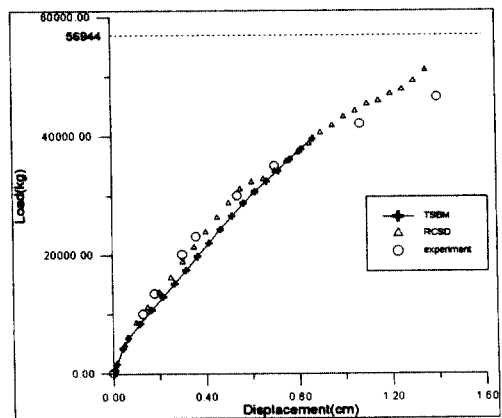
표2. 검증용 시험체 제원

시험체	b (cm)	d (cm)	a/d	Reinforcement						f _c (kg/cm ²)	해석시간	
				Tension		Compression		Web.			1차원 (TSBM)	2차원 (RCSD)
				NA(cm ²)	f _y (kg/cm ²)	NA(cm ²)	f _y (kg/cm ²)	NA(cm ²)	f _y (kg/cm ²)			
(a)	20.3	46	3.98	9.24	3205.9	-	-	-	-	344.1	7초	418초
(b)	30.7	46.6	3.93	26.24	5663.3	2.53	3520.4	0.32	3316.3	246.1	21초	364초
(c)	20	42	3.00	7.59	4489.8	-	-	-	-	262.2	30초	422초

NA : Nominal Area(cm²)



(a) Burns and siess



(b) Bresler, B. and Scordelis

이 대형화되고 복잡해짐에 따라 그에 따른 입력데이터와 결과가 방대해지면서, 시간이 많이 소요되고 구조물의 전체적인 거동을 파악하기 어려워 보다 더 단순화된 1차원 봉요소의 개발이 요구되고 있다. 기존의 1차원 봉요소는 휨거동이 지배적이라는 판단하에 휨거동에 초점을 맞추어 개발되었기 때문에 전단파괴가 예상되는 보의 역학적 거동을 예측할 수 없었다.

이에 본 논문에서는 휨파괴는 물론 전단파괴가 예상되는 철근콘크리트 보의 해석에 적용하기 위한 전단변형 및 전단파괴를 고려할 수 있는 1차원 봉요소의 개발을 연구의 목표로 한다.

2. 철근콘크리트 보의 유한요소해석모델 선정

2.1 티모센코 빔(Timoshenko Beam)

1차원 봉요소로서 수직전단변형효과를 고려하기 위해 Timoshenko 빔이론¹⁾을 적용한다. Timoshenko 빔 요소는 선형변위와 수직회전을 하는 Hughes 요소를 사용하며 휨 모멘트는 이 요소에서 일정하다.

2.2 층단면 모델²⁾

철근콘크리트 보는 균열 발생후부터 파괴에 이르기까지 다양한 휨모멘트 및 전단력을 받게 되며, 보 속의 한 점은 이에 대응하는 다양한 평면응력을 받게 된다. 보에 작용하는 외력은 결국 보 속의 한점에 받고 있는 평면응력을 전 단면에 대하여 적분한 내력과 평형을 유지하게 되므로, 여기서는 부재길이에 따라 여러 단면에서 정의되는 다수층의 응력-변형도 관계로부터 보의 역학적 거동이 유도되는 층단면 모델을 사용한다.

3. 철근콘크리트 재료의 구성방정식

3.1 평면응력장 해석을 위한 가정

앞 절에서의 티모센코 빔이론과 층단면 모델을 사용하여 철근콘크리트 보의 역학적 거동을 정확히 해석하기 위해서는, 각 요소의 각 층에 대하여 응력-변형도 관계를 정확히 규명할 필요가 있다. 이를 위하여 평면응력해석이 필요하게 되나 1차원 봉 요소에서 정의되는 변형도는 ϵ_x 와 γ_{xy} 이며 ϵ_y 는 정의할 수 없다. 따라서, 평면응력장을 형성하기 위하여 하나의 가정의 도입이 필요하며 여기서는 $\sigma_y=0$, 즉 요소단면의 직각방향응력은 0이라는 가정을 도입한다. 이로부터 평면응력해석이 가능하며 $\sigma_y=0$ 의 조건을 만족시키기 위한 반복계산이 필요하게 된다.

3.2 철근콘크리트 재료모델

철근콘크리트 재료모델은 선행 논문³⁾의 재료모델을 인용하였다. 실험실에서 구한 콘크리트의 일축압축강도 및 인장강도를 실제 구조물에 적용할 경우에는 구조물의 크기효과 등을 고려하여 수정할 필요가 있으며, 이에 대한 수정계수는 유한요소해석모델 검증용 표준시험체를 선정하여 매개변수해석을 통하여 산정하도록 한다.

3.3 철근콘크리트 재료의 응력-변형도 관계

Timoshenko 빔 요소에서 정의되는 변형도는 ϵ_x 와 γ_{xy} 이므로 해석단계에서 계산된 ϵ_x 와 γ_{xy} 를