

프리스트레스트 콘크리트 박스거더교량 해석을 위한 매크로요소의 개발 및 유한요소 정식화(1)

Development of Macro Element for the Analysis of Prestressed Concrete Box Girder Bridges

오병환*

Oh, Byung Hwan

이명규**

Lee, Myung Gyu

Abstract

A Formulation based on macroelement concept is developed to analyze the prestressed concrete box girder bridges. The proposed method enables to model the arbitrary shapes and boundary conditions of prestressed concrete box girder bridges. The validity of the algorithm is demonstrated through the comparisons with other results.

1. 서 론

최근 10여년전부터 국내에서는 시공상의 경제성과 유지관리의 편리성을 고려하여 프리스트레스트 박스거더교량의 시공이 급증하고 있는 추세이다. 이러한 프리스트레스트 박스거더교량의 해석하기 위한 여러 가지 방법이 70년대 초반부터 제시되어 왔다.

박스구조물의 경우 그 단면형상의 특성상 종방향의 판이 단면내의 절점에서 만나는 "folded plate"로 모델링할 수 있다. 이 경우에는 양단이 단순지지되어 있고 지점부에서는 단면내의 변형이 불가능한 다이어램이 설치되어 있다고 가정하게 된다. 이러한 해석방법의 단점은 단면의 모양이 일정하고 구조물이 직선형태이어야 한다는 것이다.

유한요소법은 현재까지 사용되는 가장 다양한 해석도구이다. 중장지간의 박스거더교량에 대하여 횡방향의 거동은 종방향의 거동에 비하여 더 적은 매개변수를 이용하여 해석을 수행할 수 있다. 이러한 개념에 입각하여 박막보이론(thin-walled beam theory)에 근거한 보형태의 요소를 박스구조물 해

* 정회원, 서울대학교 토목공학과 교수

** 정회원, 전주대학교 토목환경공학과 교수

석에 적용하며 주요한 구조물의 거동을 합리적으로 예측할 수 있다. Bazant 와 El Nimeiri[8], 그리고 Choudhury 등은 곡선형의 변단면 해석을 위한 박막보요소를 개발하였으나 이요소는 단일박스(single cell) 구조물에만 적용가능하다.

본 연구에서는 매크로요소를 이용하여 임의의 형상을 가지는 프리스트레스트 박스거더교량의 국부적 거동뿐만아니라 전체적인 구조물의 거동을 예측할 수 있는 방법론을 제시하고자한다. 교량의 실제 단면에 대한 모델링을 위하여 매크로요소는 degenerate 총상화 셸요소이론 및 일반적인 보이론에 근거하여 정식화하였다.

정식화 과정에서 연결보요소는 박스거더의 복부와 상하부 슬래브의 교차점에 위치하며 현치효과와 국부적으로 높은 철근비를 고려하여 평면거동에 대한 강성은 아주 크다고 가정하여 모델링하였다.

이러한 이론에 근거하여 컴퓨터프로그램 PCMAC(Prestressed Concrete Macro element Analysis Code)을 개발 하였으며 해석의 적절성을 평가하기 위하여 기존의 해석프로그램들(예: MUPDI4, CELL4, SPCBOX, SPCFRAME)과 비교하였다.

2. 매크로요소

일반적으로 박스거더교량은 공유하는 경계면을 갖는 매크로요소로 볼 수있다(그림 1). 매크로요소는 그림 1에서 보는 바와 같이 교량의 횡방향으로 절단한 조각으로 볼 수 있으며, 조각의 경계면은 교량의 축방향에 반드시 직각일 필요는 없다.

각 매크로요소는 종방향으로 일렬로 연결된 부분구조물로 볼 수 있으며, 각 부분구조물은 총상화된 셸요소와 연결보요소를 조합한 곡선요소로 이루어진다(그림 2). 부분구조물을 구성하는 각 요소의 강성을 취합한 후, 정력학적 응축과정(static condensation)을 거쳐 매크로 요소의 내부자유도는 소거되게된다. 따라서, 구조물의 거동을 해석하기 위한 계산과정에서는 하나의 큰 단일요소로 보는 매크로요소의 두 경계면상에 있는 절점과 관련된 자유도만을 고려하여 계산하게 된다.

총상화된 셸의 경우 셸의 수직면에 평행한 응력은 무시한다는 가정에 따라 이 방향에 해당하는 변형은 없는 것으로 하여 5개의 변형성분과 이에 해당하는 응력을 셸에 대해서는 고려하기로 한다. 이러한 셸가정에 따라 셸요소의 각 절점에서는 각 축방향으로의 변위와 평면내에서 직교하는 2개에 대한 회전 등 5개의 자유도를 가지게 된다.

연결보의 변형자유도는 단면내의 변형에 대한 강성이 크다는 가정하에 종방향으로의 변형과 각 전단변형성분등 4개의 변형을 고려하여 강성행렬과 응력을 계산하게 된다. 연결보요소의 절점자유도는 세축방향으로의 변위, 회전과 단면내의 전단변형자유도를 고려하여 7개의 자유도로 모델링하였다.

연결보와 셸이 인접한 절점(그림 3)에서의 이러한 자유도의 차이는 셸요소의 절점 K에서의 자유도를 보요소의 절점 L에서의 자유도로 다음 식과 같이 표현함으로써 문제점을 해결할 수 있다.

$$\ddot{d}_K = T_{KL} \ddot{d}_L \quad (1)$$

여기서, $\ddot{d}_K = [u_K \quad \tilde{a}_K]^T = [u_K v_K w_K \tilde{a}_K \tilde{\beta}_K]^T \quad (2a)$

$$d_L = [u_L \quad a_L \quad \delta_L]^T = [u_L v_L w_L a_L \beta_L r_L \delta_L]^T \quad (2b)$$

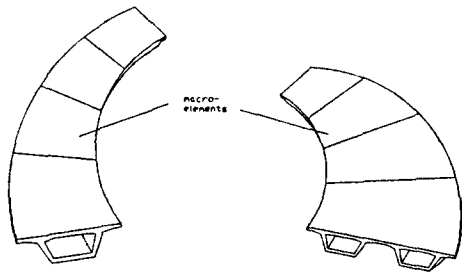


그림 1 Typical macro element arrangement for curved box girder bridges:
 (a) single-cell box girder bridge
 (b) twin-cell box girder bridge

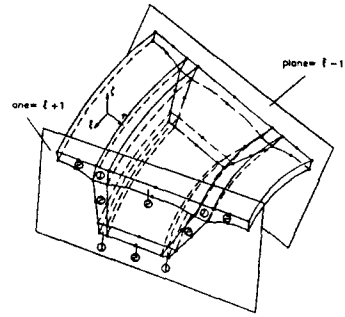


그림 2 Typical box girder bridge macro element formed by an assembly of special purpose elements:
 assembly beam elements ①
 modified degenerate thick shell elements ②

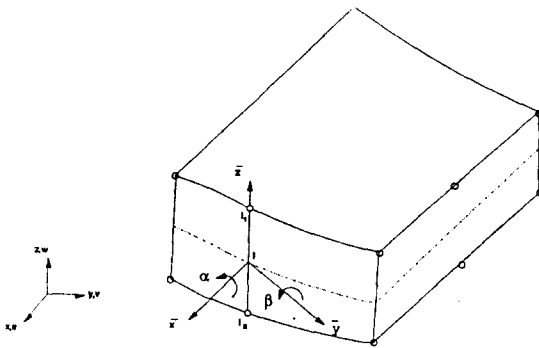


그림 3 Local Cartesian coordinates associated with a node I of a standard degenerated thick shell element.

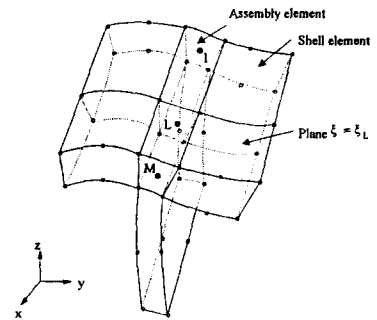


그림 4 Typical situation at a joint between an assembly beam element and a modified layered thick shell element

T_{KL} 은 5×7 의 변환행렬로 변위의 기하학적인 관계로부터 구할 수 있다. 또한, 쉘요소의 하중벡터는 가상변위의 원칙을 적용하면 연결보자유도로 표시한 쉘요소의 하중벡터 S_{SL} 은 다음 관계식으로부터 구할 수 있다.

$$S_{SL} = T^T_{KL} \quad S_K \quad (3)$$

연결보의 절점에 접하지 않은 다른 쉘요소의 절점(그림 3의 I 절점)변위벡터와 하중벡터는 변하지 않고 그대로 있게된다.

따라서 쉘요소의 외력변위 관계는 다음 식으로 표시 할 수 있다.

$$S_S = \bar{S}_S + K_S \quad d_S \quad (4)$$

여기서 \bar{S}_S 는 초기 하중벡터이다

3. 프리스트레싱의 해석

콘크리트박스거더교량은 대부분 프리스트레싱을 도입하고 이와 같은 구조물의 완전한 해석을 위해서는 프리스트레싱을 고려하여야 한다. 프리스트레싱 텐던의 배치에 따른 프리스트레싱 힘의 변화를 고려하는 것은 실제의 문제 해석에서 중요한 요소가 된다.

고려하는 시간단계에서의 프리스트레싱은 그 시간단계에서의 특정한 하중경우(particular loading case)로 생각해서 각 요소에서 적당한 국부하중(local load)으로 고려하게 된다. 즉 하중벡터의 계산에서는 고려하나 강성행렬의 강성에는 영향을 없는 것으로 모델링하였다.

4. 해석예

이 해석 예제에서는 앞의 기술한 정식화 과정에 근거하여 개발한 PCMAC 프로그램을 이용하여 다중박스구조물의 해석함으로써 제시된 방법론의 적용성을 검토하고자 한다.

4.1 구조물의 형상과 하중

해석구조물은 Hood에 의해 실험이 행해진 모형구조물로, 직선의 plexiglass 세그먼트를 반지름 2000mm의 원호 곡선을 이루도록 접착하여 만들었으며, 2경간 연속교량으로 각 지점부에는 다이아프램이 설치되었다. 해석구조물의 단면은 복부가 경사진 단일박스구조물로 상하부 슬래브에 헌치가 설치되어있다. 해석구조물의 형상은 그림 5와 같다.

작용하는 하중은 두 경간중 한경간의 중심의 복부와 상부슬래브의 교차점에 313N의 수직하중이며 해석결과를 모형실험결과와 기존의 프로그램의 결과와 비교하였다.

사용된 재료는 등질이라고 가정하고 Hood의 실험에 의하면 탄성계수는 6536Mpa이고 포아송비는 0.321이다.

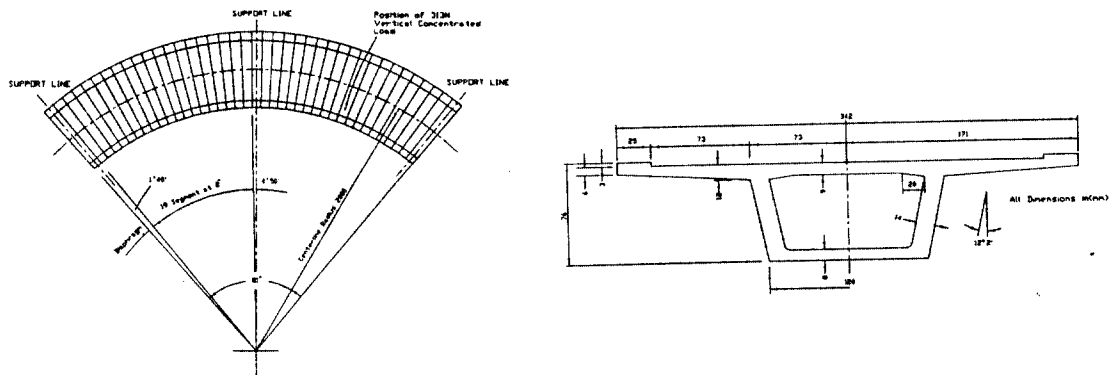


그림 5 Geometry and Concentrated Point Load Position for Hood Plexiglass Model

4.2 해석모델

모형구조물은 유한대판법에 근거한 해석프로그램인 CURDI4로 해석을 수행하여 PCMAC의 해석

결과와 비교하였다. CURDI4해석에서는 구조물은 복부에 두 개의 요소로 상부슬래브는 10개의 요소로 하부슬래브는 2개의 요소로 모델링하였다. 집중하중은 재하판의 실제면적을 고려하여 종방향으로 8mm구간에 분포하는 것으로 모델링하였다. 해석에서는 푸리에 급수의 100개항을 고려하였다. PCMAC해석모델에서는 구조물의 단면을 7개의 층상화 쉘요소와 4개의 연결 보요소로 모델링하여 28개의 매크로요소로 분할하였다.

4.3 해석결과

하중이작용하는 단면부근에서의 접선방향으로의 응력분포는 그림 6에서 보는 바와 같이, 실험결과와 두 개의 해석결과가 일치하는 경향을 보이고 있다.

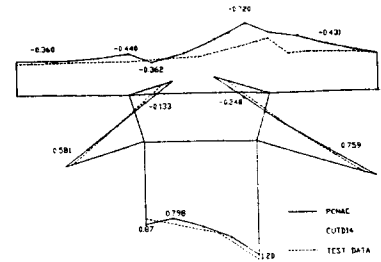


그림 6 Stresses (MPa) at Mid-span of Loaded Span for single 313N Point Load

5. 결 론

본 연구에서는 임의의 형상의 프리스트레스트 콘크리트 박스거더 교량을 해석하기 위한 효율적인 해석도구로 층상화 쉘요소와 연결보 요소를 이용한 매크로요소를 정식화하였으며, 이에 근거하여 컴퓨터프로그램 PCMAC을 개발하여 예제를 통하여 검증하였다. 기존의 박스거더 해석용 프로그램은 한정된 형상의 교량해석에만 적용 가능하였다. 매크로요소의 사용의 장점으로서는 변단면 교량이나 다중박스교량 등 교량의 기하학적형상을 실제의 형상에 근접하도록 모델링 할 수 있으며 특히 지점 조건을 현실적으로 모델링할 수 있다는 점이다.

본 연구에서의 해석결과에 의하면 매크로요를 이용하여 박스거더의 거동을 비교적 정확히 예측할 수 있는 것으로 나타났다.

참 고 문 헌

1. Scordelis, A.C., "Berkeley Computer Programs for the Analysis of Concrete Box Girder Bridges," Proceedings, NATO-Advanced Study Institute on Analysis and Design of Bridges, Cesme, Turkey, July 1982, pp.1-71
2. Defries-Skene, A., and Scordelis, A.C., "Direct Stiffness Solution for Folded Plates," ASCE, Vol. 90, No. ST3, pp.15-47
3. Scordelis, A.C., Chan, E.C., Ketchum, M.A., and P.P.Van Der Walt, "Computer Programs for Prestressed Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM-85/02a, Mar. 1985
4. Cheung, Y.K., "Finite Strip Method Analysis of Elastic Slabs," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 94, No. EM6, Dec. 1968, pp.1365-1378
5. Van Der Walt, P. P., "Finite Strip Analysis of Structures with Arbitrary Boundary Conditions," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM-85/02a, Aug. 1989
6. Seible, F., "Nonlinear Analysis and Ultimate Strength of Multi-Cell Reinforced Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SECM-82/02, 1982
7. Vlasov, V.Z., Thin-Walled Elastic Beams, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1961
8. Bazant, Z. and Elnimeiri, M., "Stiffness Methods for Curved Box Girders at Initial Stress."

- ASCE, Vol. 100, No. ST10, Oct. 1974 ,pp.2071-2089
9. Choudhury D., "Analysis of Curved Nonprismatic Reinforced and Prestressed Concrete Box Girder Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SECM-86/13, 1986
 10. Jirousek, J., Bouberguig, A., and Saygun, A., "A Macro-element Analysis of Prestressed Curved Box-Girder Bridges," *Computer & Structures*, Vol.10, 1979, pp.467-482
 11. Kang, Y. J., "Nonlinear Geometric, Material and Time Dependent Analysis of Reinforced and Prestressed Concrete Frames," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM 77-1, Jan. 1977
 12. Ketchum, M. A., "Redistribution of Stresses in Segmentally Erected Prestressed Concrete Bridges," University of California at Berkely, Report No. UCB/SESM 86/07, May, 1986
 13. Kang, Y. J., "SPCFRAME-Computer Program for Nonlinear Segmental Analysis of Planar Concrete Frames," University of California at Berkely, Report No. UCB/SEMM 89/07, 1989
 14. Park, C. M., "Segmental Analysis of Curved Nonprismatic Prestressed Concrete Box Girder Bridges," Ph. D Thesis, Seoul National University, 1993
 15. Owen, D.R.J., and Figueiras, J.A., "Ultimate Load Analysis of Reinforced Concrete Plates and Shells including Geometric Nonlinear Effects," *Finite Element Software for Plates and Shells*, Pineridge Press, Swansea, U.K., 1984
 16. Desai, C.S., and Abel, J.F. *Introduction to the Finite Element Method*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972
 17. Dhatt, G., and Touzot, G., *The Finite Element Method Displayed*, John Wiley and Sons, New York, 1984
 18. Hinton, E., and Owen, D.R.J. *Finite Element Programing*, Academic Press Inc., London, 1977
 19. Hoffstetter, G., and Mang, H.A., "Work-Equivalent Node Forces from Prestress of Concrete Shells," *Finite Element Methods for Plates and Shell Structures*, Vol. 2., Pineridge Press, Swansea, U.K., 1986
 20. Walter Podolny, Jr, and Jean M. Muller, "Construction and Design of Prestressed Concrete Segmental Bridges," John Wiley and Sons, Inc., 1982.