

효율적인 3차원 구조물의 연직진동 해석 Efficient Analysis Models for Vertical Vibration of 3-Dimensional Structures

안 상 경*
Ahn, Sang-Kyoung

김 태 호**
Kim, Tae-Ho

이 동 근***
Lee, Dong-Guen

Abstract

Generally, the problem of vertical vibration of structure is generated slab. Analysis of space framed structures with slab for vertical vibration requires more efficient modeling and analysis technique, because number of elements lead to more complicated model with many degree of freedom which requires large amount of computing resources for dynamic analysis.

This paper propose an efficient analysis method for vertical vibration of space framed structure with slab. At first, proposed model is selected minimum joints and degree of freedom which are acquired sufficient dynamic response to the vertical vibration. Secondly, super-elements that are made a number of element are used for simple input data and fast analysis.

1. 서 론

1.1 연구의 목적

현대의 건축물은 여러 가지 이유로 복합 대형화하는 경향이 있다. 교통량의 증가와 열차 등의 교통수단이 구조물에 미치는 영향은 심각할 수도 있다. 이러한 교통하중의 진동성분은 수평 성분과 연직성분으로 구분될 수 있으며, 연직성분이 주류를 이룬다. 3차원 구조물의 진동 해석시 일반적으로 골조 해석만을 수행하는 경우가 있다. 하지만 실제로 진동이 발생하는 곳은 주로 슬라브이며, 주요기계 또한 슬라브면위에 놓이게 된다. 그러므로 좀더 실제적인 해석을 위해서는 슬라브를 포함한 3차원 구조물의 해석이 필요하다. 이때 구조물의 해석에 필요한 유한 요소는 면요소를 사용하게 되며 이것은 많은 요소와 함께 많은 절점이 필요하게 된다. 이는 골조 해석시의 보 요소 분할보다 많아져 해석시간이 길어지고 많은 메모리를 차지하게 된다.

* 성균관대학교 건축공학과, 박사과정

** 성균관대학교 건축공학과, 석사과정, 학생회원

*** 성균관대학교 건축공학과, 교수, 정회원

1.2 연구 내용 및 방법

본 연구에서는 슬라브가 첨가된 골조 구조물의 연직진동해석을 효과적으로 수행할수 있는 요소분할법과 주자유도 선택기법 및 모델링기법에 대하여 연구하였다. 이를 위해서 자유도수를 줄일 수 있는 행렬응축기법인 Guyan 의 정적 및 동적응축기법을 도입하였다. 3차원 구조물의 해석을 위하여 골조와 슬라브면과의 결합성을 고려한 단일 판요소의 강성행렬의 처리와 이를 통해 얻은 강성행렬을 이용하여 적절한 요소 분할 방법과 주자유도 선택을 기법을 연구하였다. 또한 이것을 기본으로 Super-element를 사용하여 좀더 효율적인 계산이 되도록 하였다. 이에 대해서는 각각의 요소들 상호간의 연결성을 고려하였으며, 주자유도 선택은 모드형상과 질량 참여율 등을 이용하였다.

2. 단일판 구조물의 연직진동해석

일반적인 건축구조물이 동일한 크기의 판이 반복되기 때문에 Super-element기법을 이용하면 해석시간 및 구조물의 모델링하는 시간을 줄일수 있다. Super-element를 위하여 먼저 단일 판의 요소분할 형태와 이에 대한 주자유도 선택에 대하여 연구하였다.

2.1 판요소의 강성메트릭스 조합

a) 평면 응력 요소

판의 요소 분할 형태를 고려할 때 정형화시키기 편리하고 골조 구조물과의 용이한 결합성⁽²⁾등의 이점이 있는 사각형요소를 사용하였다. 2차원 탄성 문제에 있어서는 Barber⁽³⁾에 의해 개발된 선형 3차 사각형(linear-cubic rectangle)을 사용하여 1개의 요소당 12개의 자유도를 갖도록하여 사용하였다. 이 요소의 경우 1개의 절점당 4개의 자유도를 가지고 있기 때문에 골조와의 결합에 문제가 있다. 그러므로 1개의 절점에 대한 2개의 회전자유도를 1개로 만들어 줄 필요가 있다. 이것은 1988년 Lee⁽²⁾에 의하여 개발 되었으며 변환 행렬의 예로서 16번째 자유도를 12번째로 옮기는 것은 다음과 같다.

$$K_{12} = T^T K_{16} T \quad (1)$$

여기서 K는 강성행렬을 나타내며, T는 변환행렬을 나타낸다. 동일한 방식으로 4번째 자유도는 3번째 자유도로 8번째 자유도는 6번째 자유도로 그리고, 12번째자유도는 9번째 자유도로 변환된다. 그림 1)은 변환전의 자유도수 및 자유도번호를 나타내며 그림 2)은 변환 후의 자유도수 및 자유도번호를 나타내고 있다.

b) Plate bending 요소

판의 힘요소로는 Melosh, Zienkiewicz와 Cheung 이 개발한 MZC사각형(MZC rectangle)⁽³⁾을 사용하였다.

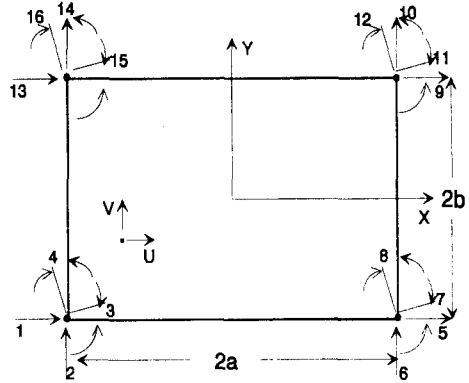


그림 1) 16개의 자유도를 갖는 평면 응력 요소

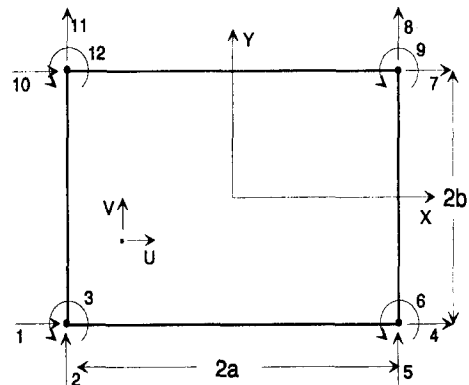


그림 2) 12개의 자유도를 갖는 평면 응력 요소

2.2 요소분할에 따른 고유진동수 비교

일반적으로 판구조물의 해석은 요소를 많이 나눌수록 정확한 값을 얻을 수 있으며, 판구조물의 해석에 있어서는 보요소에 비하여 훨씬 많은 시간과 메모리를 요한다.

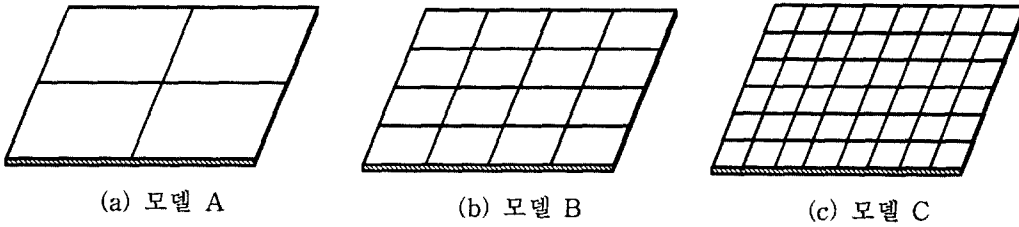


그림 3) 판요소 분할수에 따른 예제모델

따라서 적은 요소분할로도 정확한 해를 얻는 것이 중요하다. 여기서는 8x8의 요소분할을 비교적 정확한 해석값으로 가정하고 골조해석시에 얻었던 요소 분할을 기준으로 하여 4x4의 분할을 해보았다. 예제에서 다루는 모델은 4m x 4m의 정방형 판으로 하였으며, 자중만을 고려하였다. 그리고 이 단일판의 요소를 4, 16, 64으로 세분하여 고유진동수를 구하였다. 하나의 판요소를 4, 16, 64개로 나눈 경우에 대해 비교해본 결과 4개의 요소로 나눈 것은 16, 64개에 비하여 64개를 기준으로 볼 때 정확성이 현저히 떨어짐을 알 수 있다. 그러므로 최소한 16개(4X4)의 요소분할이 필요한 것으로 나타났다.

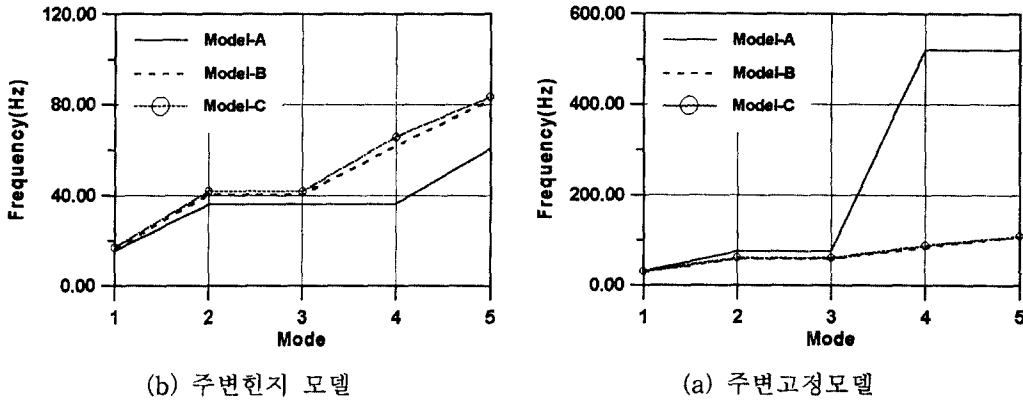


그림 4) 요소분할에 따른 각 모드별 고유진동수의 변화

2.3 자유도 선택에 따른 고유진동수의 비교

단일 판에서 요소 분할은 최소한 4X4 이상으로 나누어야 비교적 정확한 값을 얻을 수 있음을 알 수 있다. 본 절에서는 4X4로 분할된 모델에 대하여 자유도 선택에 따른 고유진동수를 비교하여 보았다. 그림 5)과 같이 주자유도를 선택하여 해석을 수행하여 보았다. B-1모델은 연직자유도만을 사용하였으며, 자유도의 수를 좀더 줄이기 위하여 B-2와 B-3모델 처럼 십자형태와 대각방향으로 연직자유도를 선택하였다. 위에서 얻은 결과를 그림 6)에 나타내었다. 판을 동적해석하는데 있어서 요소를 16개이상으로 나누고 연직 자유도만을 선택하여 해석할 경우 전체자유도를 고려할 때와 비교하여 비교적 좋은 결과값을 얻을 수 있다. 그러나 더 많은 자유도를 응축하고자 할때는 대각 방향의 경우(B-3)가 십자 형태(B-2)의 자유도 선택보다 좀더 좋은 결과를 보여주고 있지만, 연산 시간의 차이가 없고 결과가 만족할만 한 것이 되지 못한다.

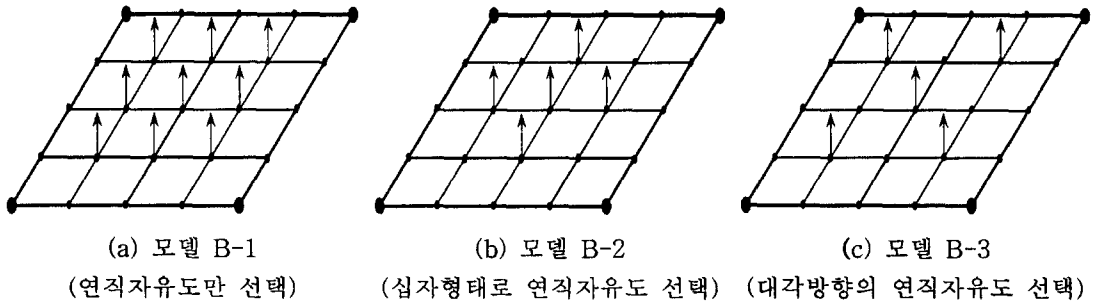
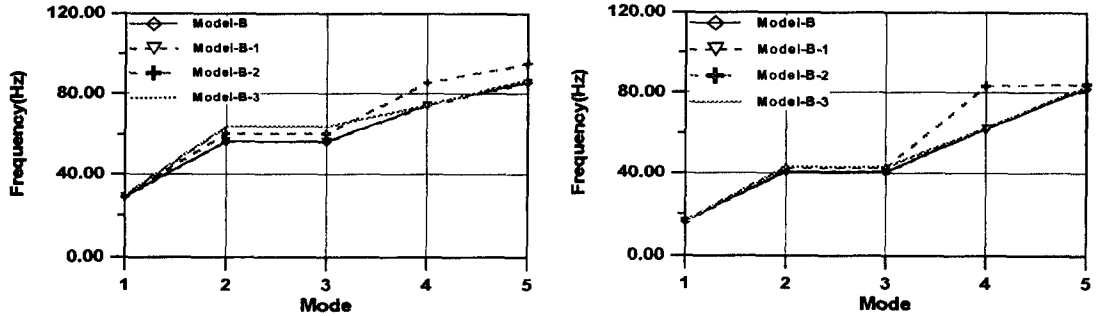


그림 5) 4x4요소에서 자유도선택의 예



(a) 사변고정 모델

(b) 주변힌지 모델

그림 6) 자유도 선택에 따른 모드별 고유진동수 변화

그러므로 자유도 선택의 경우 모든 절점에 대해서 연직 자유도만을 고려하여도 충분히 좋은 결과를 얻을 수 있다. 표 1)에 해석시간을 나타내었으며 해석시간을 비교하여 보더라도 자유도 전체를 해석하는 것보다 연직자유도만을 선택하여 해석하는 것이 훨씬 효과적이라는 것을 알 수 있다.

표1) 자유도선택에 따른 해석시간의 비교

(단위: 초)

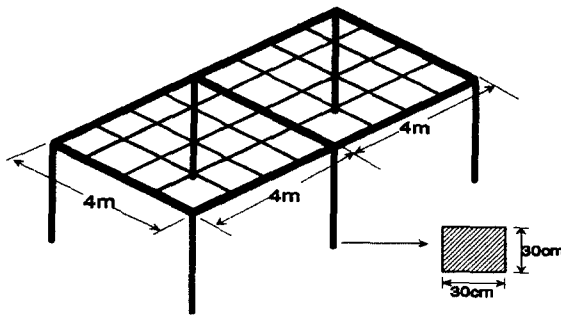
종류 지지조건	4x4 분할				8x8 분할
	B	B-1	B-2	B-3	
사변 고정	6.2	2.2	1.97	1.59	190.87
주변 힌지	12.8	6.65	5.38	5.38	455.11

3. Super-element를 포함한 구조물의 진동해석

일반적으로 대형 구조물은 동일한 크기의 슬라브로 연속되는 경우가 많으므로 하나의 super-element를 만들어 동일한 판에 강성 매트릭스를 복사하여 강성매트릭스를 조합하는 것이 해석시간을 줄이고, 모델링을 좀더 간편하게 할 수 있다.

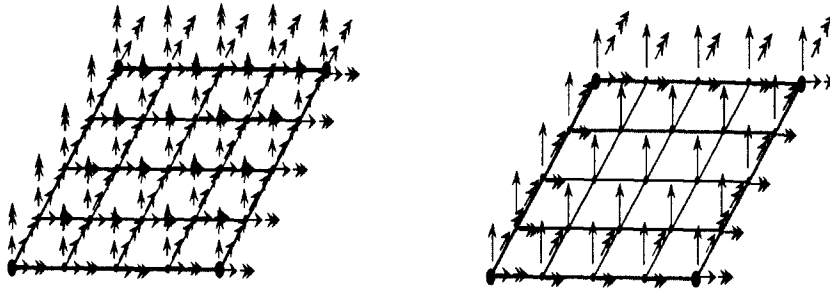
3.1 Super-element를 적용한 해석

2장의 결과를 통해 얻어낸 단일 판의 자유도 구성의 확장으로서 2경간의 슬라브를 포함한 3차원 단층구조물에 대하여 super-element를 형성할 때 효율적인 자유도 구성방법에 대하여 연구하였다. 예제는 골조의 단면크기는 30cm x 30cm 이고, 이는 구조물의 전단면에 걸쳐 일정한



판의 두께 : 15cm
 보의 크기 : 30x30cm
 기둥 크기 : 30x30cm
 재료 : 콘크리트
 탄성계수 : 2.1E05
 포아송비 : 0.167

그림 7) 예제 구조물



a) 모델 SE1 : 자유도 150

b) 모델 SE2 : 자유도 65

그림 8) Super-element의 자유도 선택 모델

것으로 하였다. 작용 하중은 El Centro지진 (1940, N-S)의 지반 가속도를 연직 방향으로 가하여 해석하였다. 보로 둘러 싸인 단일 판을 16개의 요소로 나누고 이것을 하나의 super-element로 보았다. 모델 SE1은 super-element를 구성하는데 있어서 전체 자유도를 사용한 것이며, 모델 SE2는 경계 부분은 연직과 x방향의 회전 및 y방향의 회전 성분을 고려하였으며 경계면 이외의 부분은 모두 연직방향의 자유도만을 선택하였다. 슬라브가 포함된 구조물에 대하여 우선 연직 진동에 관한 고유 진동수를 비교하면 모델 SE1, SE2는 거의 비슷한 진동수를 보인다. 연직 방향의 진동이 발생하였을 때의 주자유도 선택에 따른 구조물의 동적거동에 대해 위의 5가지 모델을 해석하여 두번째판의 중앙점에서 시간에 따른 연직변위를 계산하여 보았다. 모델 SE1과 SE2는 매우 유사한 시간이력곡선을 나타내고 있으며, 이것은 골조와의 접합부분의 회전자유도를 모두 고려하였기 때문으로 풀이된다. 그러므로 전체자유도를 선택할 필요없이 경계부분에서의 연직 및 회전자유도 2개를 경계이외의 점에서는 연직자유도만을 선택해도 좋은 결과를 얻을 수 있었다.

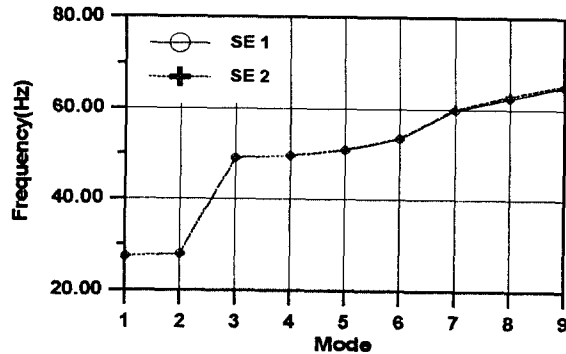
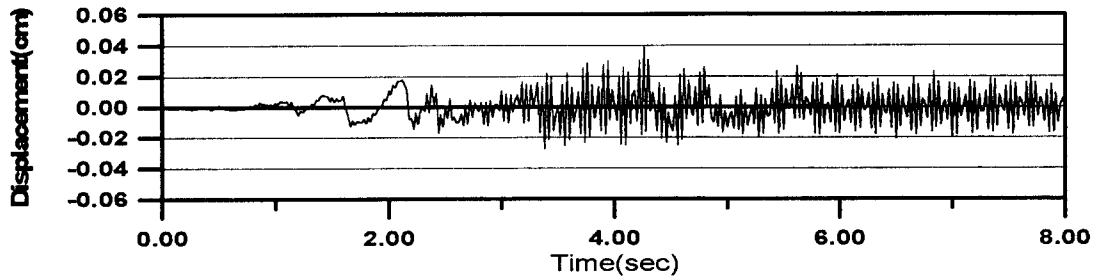
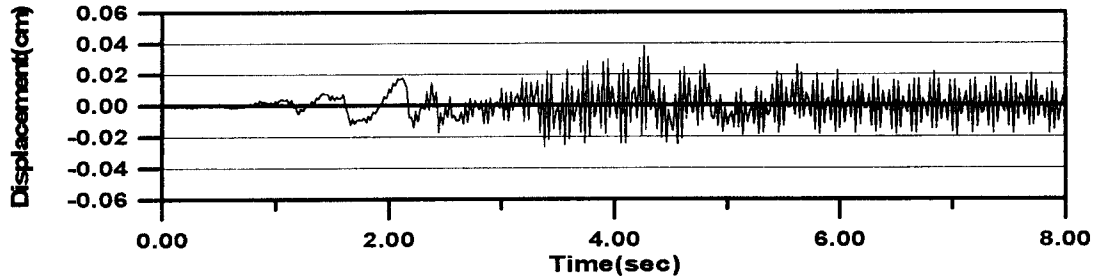


그림 9) 각 모델별 연직진동모드에 대한 고유진동수 변화



a) 모델 SE1

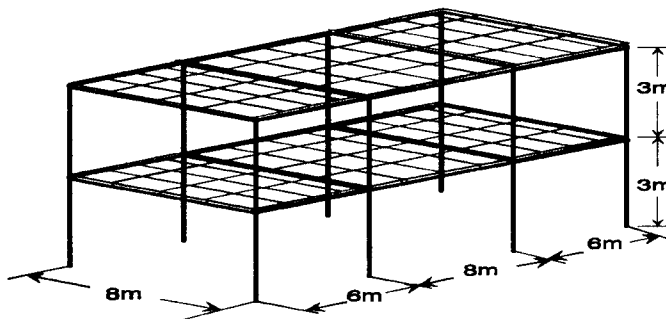


b) 모델 SE2

그림 10) 시간에 따른 각 모델별 변위-시간이력곡선

3.2 예제 해석

예제로는 아래 그림 11과 같은 3경간의 2층 구조물로 하였다. 이 구조물의 기둥 및 보의 단면형상은 사각형이며, 치수는 아래와 같다. 층고는 나타난 바와 같이 3m이며, 작용하중은 EI Centro지진(1940, N-S)으로, 지반가속도를 연직방향으로 가한것과 1층 슬라브중양점에 동적하중으로 가하여 변위-시간이력곡선을 구하였다. 이 예제에 사용한 Super-element로는 앞절에 나타난 SE1과 SE2이다.



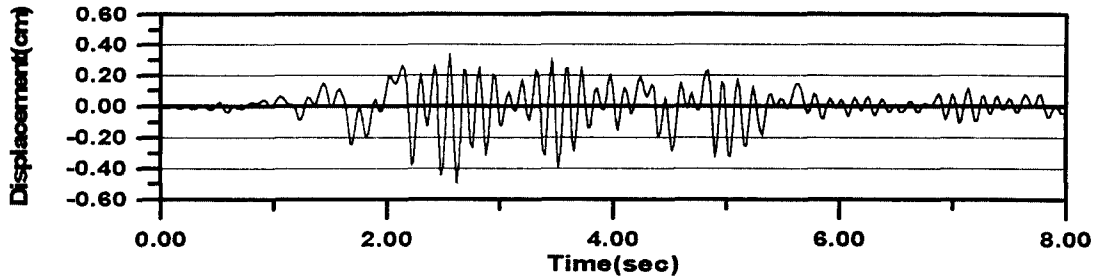
재질	: 콘크리트
탄성계수	: 2.1E05
프아송비	: 0.167
판 두께	: 15cm
1층기둥	: 45cm x 45cm
2층기둥	: 40cm x 40cm
보	: 30cm x 50cm

그림11) 예제 구조물

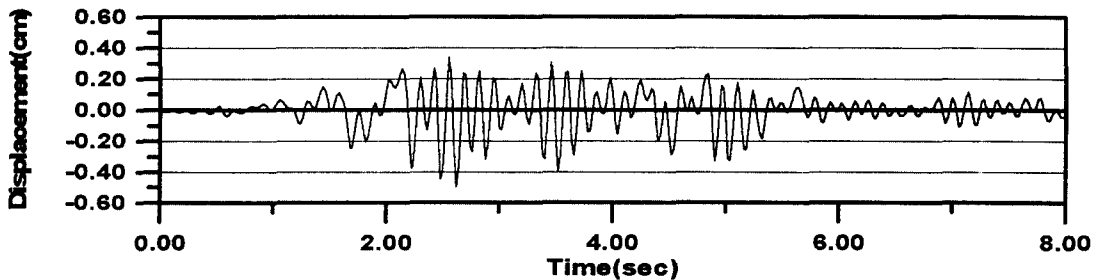
a) 하중을 지반가속도로 입력한 경우

작용하중은 EI Centro지진(1940, N-S)을 지반가속도로 하여 연직방향으로 가한것과 1층 슬라브 중양점에 동적하중으로 가하였다. 앞 절의 결과와 동일하게 모델SE1과 모델SE2는 거의 비슷한 거동을 보인다. 이것은 앞절에서 설명하였듯이 전체자유도를 선택할 필요없이 경계부분에서의 연직 및 회전자유도 2개를 경계이외의 점에서는 연직자유도만을 선택해도 좋은 결과를 얻을 수 있다. 이것으로 알 수 있듯이 행렬응축기법을 사용하게 되면 적은 자유도를 가지고도

정확한 계산이 가능하고 계산 시간또한 현저하게 줄이는 효과를 가져오지만 적절한 자유도 선택이 이루어지지 않으면 만족할만한 결과를 얻을 수 없음을 보이고 있다.



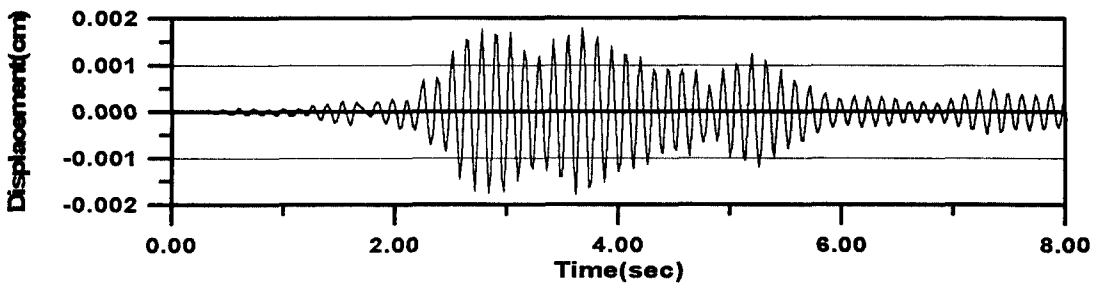
a) 모델 SE1



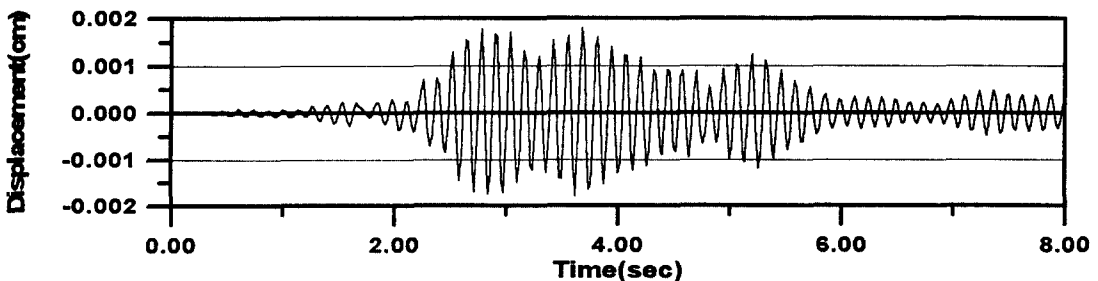
b) 모델 SE2

그림 12) 2층 중앙점에서의 변위-시간이력 곡선

b) 하중을 절점하중으로 가한 경우



a) 모델 SE1



b) 모델 SE2

그림 13) 2층 슬라브 중앙점에서의 변위-시간이력 곡선

이들 모델별 연직 모드에 대한 고유 진동수를 보아도 위의 결과와 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 그림 13) 변위-시간이력곡선을 비교하여 보아도 차이를 보이지 않고 있다. 그러나 과도한 자유도를 응축하게 되면 정확성이 떨어지고 때로는 중요모드형상이 소실되기도 한다.

4. 결 론.

본 논문에서는 슬라브를 포함한 골조구조물의 효율적인 해석을 위하여 연구하였다. 먼저 단일판구조물을 효과적으로 해석할 수 있는 최소의 요소분할과 주자유도 결정에 대하여 연구하였다. 단일판에서 선택된 주자유도를 이용하여 super-element를 형성하였다. 이렇게 형성된 요소를 이용하여 실구조물에서 반복되는 판요소에 해당하는 자유도를 찾아 복사하는 과정을 통하여 전체구조물에 대한 강성행렬 및 질량행렬을 형성하였다. 결론적으로 본연구에서는 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 판구조물의 연직진동 해석시 판요소 분할은 최소한 16개 이상의 요소로 나누어져야 한다.
- 2) 골조와 접합되는 부분이 아닌 판의 요소는 연직 자유도 하나만으로도 충분히 연직거동을 잘 표현할 수 있다.
- 3) 보 및 판구조부와 만나는 기둥의 주자유도 선택에 있어서 연직 방향의 회전 자유도를 제외한 모든 자유도를 고려해야 한다.
- 4) Super-element기법을 사용할 경우 인접하는 요소와의 연계성을 위하여 연직 자유도 및 x-y 평면상에서의 x방향의 회전성분과 y방향의 회전성분을 고려하여야 한다.

감사의 글

본 연구는 한국과학기술처의 연구비 지원으로 수행되었으며, 이에 감사드립니다.

참고문헌

- 1) 안상경, 홍성일, 이동근, "3차원 골조구조물의 효율적인 연직진동해석", 한국전산구조공학회 학술 발표회 논문집, 1996.
- 2) Dong-Guen Lee, "An Efficient Element for Analysis of Frames with Shear Walls", ICES88 -Atlanta, 1988.4
- 3) William Weaver, Jr., Paul R, Johnston, FINITE ELEMENTS FOR STRUCTURAL ANALYSIS, Prentice-Hall, Inc., 1984, pp.78-82, 205-209
- 4) 김희철, 이동근, 민경원, "지하철 진동이 구조물에 미치는 영향분석모델", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 1993.
- 5) 정길영, 손종걸, 이동근, 김우범, "철골구조물의 연직진동해석시 주자유도의 선택기법", 대한토목학회 학술발표회 논문집 (1), 1994, pp. 259-262
- 6) 정길영, 송종걸, 이동근, 김우범, "구조물의 효율적인 연직진동해석", 대한토목학회 논문집, 제 15권, 제 4호, 1995.7.
- 7) 윤정방, 이동근, 정진상, 김두기, "지하철 운행하중에 대한 인접 구조물의 진동해석", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제8권 제2집, 1995.10.7
- 8) William Weaver, Jr., Paul R, Johnston, Structural Dynamics by Finite Elements, Prentice-Hall, Inc., 1987.
- 9) William Weaver, Jr., James M. Gere, Matrix. Analysis of Framed Structure, Van Nostrand Reinhold, 1980.