3 차원 Homogeneous Strip Hyperelement 를 이용한 표면 강체 기초간 상호 작용 해석

Analysis of Dynamic Interaction between Rigid Surface Foundations by 3-D Homogeneous Strip Hyperelement

김재관* 이장석** 조의경***
Kim, Jae Kwan Yi, Jang Seok Cho, Eu Kyeong

ABSTRACT

The contiguous or adjacent foundations are always coupled through the soil. Hence their behavior is quite different due to the interaction effects between or among the foundations. The interaction effects can be very pronounced if the distance between them is very close. An 3-D homogeneous strip hyperelement is developed to analyze the dynamic interaction between rectangular or irregular shape foundations. The effects of interaction on the dynamic behaviors of the adjacent rigid rectangular foundations resting on the surface of a stratum are studied using the newly developed method.

1. 서론

서로 인접해 있는 기초는 서로 영향을 주고 받으며 거리가 가까울수록 그 영향은 더욱 크다. 따라서 인접 기초의 거동 해석을 위해서는 기초간 상호작용을 모델링하는 방법이 필요하다. 두 수직 단면에 의해 경계 지어진 rectangular region 에 대한 동적 강성 행렬을 유도하여 3 차원 homogeneous strip hyperelement 를 개발하였다. Strip hyperelement 를 이용하면 기초와 전달경계 사이 또는 두 기초간 영역에서의 파전파를 유한요소로 모델링하지 않고 해석할 수 있어 계산 시간과 비용을 줄일 수 있다. 개발한 요소를 표면 강체 기초간 상호 작용 해석에 적용하여 기초간 영향을 알아보았다.

* 서울대학교 조교수, 정회원
** 서울대학교 박사과정, 학생회원
*** 현대건설기술연구소 선임연구원, 정회원

2. 3 차원 homogeneous strip hyperelement 공식화[2]

그림 1 과 같이 두 수직 단면에 의해 경계 지어진 rectangular region 에 대한 동적 강성 행렬을 유도한다. 이 region 은 N 개의 수평층으로 나뉘어 있고, 지표면에서는 표면력이 없으며 저면의 bedrock 에서는 변위가 구속되는 경계 조건을 가진다. $x_1 < x < x_2$ region 에서는 $+x$ 축 방향과 $-x$ 축 방향으로 전파하는 모드가 모두 고려되어야 한다. 기존의 연구 결과[1,2]로부터 $x = x_1$ 과 $x = x_2$ 에서 nodal line 변위의 Fourier coefficient 벡터들은 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{Y}\,\mathbf{E}(x_1)\Gamma_1 + \mathbf{I}\mathbf{Y}\,\overline{\mathbf{E}}(x_1)\Gamma_2 \tag{1.a}$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{Y}\,\mathbf{E}(x_2)\Gamma_1 + \mathbf{I}\mathbf{Y}\,\overline{\mathbf{E}}(x_2)\Gamma_2 \tag{1.b}$$

여기서 Γ_1와 Γ_2는 각각 $+x$ 축 방향과 $-x$ 축 방향으로 전파하는 모드들의 participation factor 벡터이다. $x = x_1$ 과 $x = x_2$ 에서의 nodal line force 의 Fourier coefficient 벡터는 다음과 같이 표현된다 [2].

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_1 = &[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\mathbf{E}(x_1)\Gamma_1 \\ &-\mathbf{I}\,[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\overline{\mathbf{E}}(x_1)\Gamma_2\end{aligned} \tag{2.a}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_2 = &-[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\mathbf{E}(x_2)\Gamma_1 \\ &+\mathbf{I}\,[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\overline{\mathbf{E}}(x_2)\Gamma_2\end{aligned} \tag{2.b}$$

식 (1)과 식 (2)에서 $\mathbf{E}(x_1)$ 을 Γ_1에 포함시키고 $\overline{\mathbf{E}}(x_2)$ 를 Γ_2에 포함시키면 각 표현식들은 다음과 같이 재정리 될 수 있다[2].

$$\mathbf{U}_1 = \mathbf{Y}\Gamma_1 + \mathbf{I}\mathbf{Y}\,\mathbf{E}(x_2 - x_1)\,\Gamma_2 \tag{3a}$$

$$\mathbf{U}_2 = \mathbf{Y}\,\mathbf{E}(x_2 - x_1)\Gamma_1 + \mathbf{I}\mathbf{Y}\;\Gamma_2 \tag{3b}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_1 = &[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\Gamma_1 \\ &-\mathbf{I}\,[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\mathbf{E}(x_2 - x_1)\Gamma_2\end{aligned} \tag{4a}$$

$$\begin{aligned}\mathbf{P}_2 = &-[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\;\mathbf{E}(x_2 - x_1)\Gamma_1 \\ &+\mathbf{I}\,[\mathbf{D}\Phi + \mathbf{L}\Psi - \mathbf{N}\mathbf{X} + \mathbf{Q}\mathbf{Z}]\,\Gamma_2\end{aligned} \tag{4b}$$

식 (3)으로부터 Γ_1, Γ_2를 구하여 식 (4)에 대입하면 다음과 같은 $6N \times 6N$ 의 Fourier coefficient 에 대한 동적 강성 행렬을 구할 수 있다[2].

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{P}_1\\ \mathbf{P}_2\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12}\\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\mathbf{U}_1\\ \mathbf{U}_2\end{Bmatrix} \tag{5}$$

식 (5)는 Fourier coefficient에 대한 관계식이므로 유한요소와 결합하기 위해서는 절점 변위와 절점력 관계식으로 변환하여야 한다. 가상일의 원리를 이용하여 다음과 같은 $x=x_1$과 $x=x_2$의 수직 단면에서의 절점 자유도에 대한 절점 변위와 절점력 관계식을 구할 수 있다[2].

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{P}_{1e}\\ \mathbf{P}_{2e}\end{Bmatrix}=\left(\sum_{n=0}^{\infty}\mathbf{S}_n^T\mathbf{K}_n(\frac{2}{L_y})(1-\frac{1}{2}\delta_{n0})\mathbf{S}_n+\sum_{n=0}^{\infty}\mathbf{A}_n^T\mathbf{K}_n(\frac{2}{L_y})(1-\frac{1}{2}\delta_{n0})\mathbf{A}_n\right)\begin{Bmatrix}\mathbf{U}_{1e}\\ \mathbf{U}_{2e}\end{Bmatrix} \tag{6.a}$$

$$\begin{Bmatrix}\mathbf{P}_{1e}\\ \mathbf{P}_{2e}\end{Bmatrix}=\mathbf{K}_e\begin{Bmatrix}\mathbf{U}_{1e}\\ \mathbf{U}_{2e}\end{Bmatrix} \tag{6.b}$$

여기서 $\mathbf{K}_n$은 식 (5) 우변의 동적강성 행렬이고 $\mathbf{S}_n$과 $\mathbf{A}_n$는 block 대각 행렬이다.

3. 두 기초간 상호 작용 해석

개발한 strip hyperelement를 사용하여 두 표면 강체 정방형 기초의 상호작용을 해석하였다. 해석 모델은 그림 2와 같다. Strip hyperelement를 두 기초 사이에 부착하여 기초간 파전파를 해석하였다. 기초는 기초 폭 $2B$와 길이 $2W$가 같은 정방형 기초이고 H/B=2, L/W=24이며 기초간 거리는 d이다. Poisson비 ν는 1/3, 밀도 ρ는 1.0, 감쇠비 ξ는 0.05, Lamê 상수 μ(또는 G)는 1.0이다. 전단파속도 $V_s(=\sqrt{\mu/\rho})$는 1이다.

그림 3, 4, 5, 6, 7, 8에 d를 B, $2B$, $4B$, $6B$, $8B$, $20B$로 변화시키면서 해석한 결과를 나타내었다. 무차원 진동수($\omega B/V_s$)에 따른 기초의 무차원 동적 강도를 실수부와 허수부로 나누어 나타내었다. 표 1은 그림 3, 4, 5, 6, 7, 8에 쓰인 기초간 거리에 따른 그래프선의 의미를 설명한 것이다.

그림 3에서 한 기초가 다른 기초의 x축 방향 동적 강도에 대해 미치는 영향은 기초간 거리가 $4B$일 때 근소하게 남아 있고 그 이상 거리가 멀어지면 없어짐을 볼 수 있다. 또한 기초간 영향은 고주파수로 갈수록 없어짐을 알 수 있다.

그림 4에서 한 기초가 다른 기초의 y축 방향 동적 강도에 대해 미치는 영향은 기초간 거리가 $4B$일 때 미미하게 있고 그 이상이면 없음을 알 수 있다. 대체로 기초간 영향은 없다고 볼 수 있다.

그림 5에서 한 기초가 다른 기초의 z축 방향 동적 강도에 대해 미치는 영향은 기초간 거리가 $4B$일 때 근소하게 남아 있고 그 이상 거리가 멀어지면 사라지는 것을 볼 수 있다. 거리가 가까

워도 기초간 영향은 거의 없음을 알 수 있다.

그림 6에서 한 기초가 다른 기초의 x축 중심 회전 동적 강도에 대해 미치는 영향은 기초간 거리가 $4B$이상이면 거의 없고, 대체로 기초간 영향은 근소하다고 볼 수 있다.

그림 7, 8에서 y축 중심 회전, z축 중심 회전 동적 강도에 대한 다른 기초의 영향은 $4B$일 때 근소하게 남아 있고 그 이상 거리가 멀어지면 없어짐을 알 수 있다. y축 중심 회전 동적 강도의 경우 고주파로 갈수록 기초간 영향이 커지는 것을 볼 수 있다.

4. 결론

두 기초간 상호 작용을 해석할 수 있는 3 차원 homogeneous strip hyperelement 를 개발하였다. 두 표면 강체 기초간 상호작용 해석에 적용한 결과 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

- 기초간 거리가 기초 폭의 2 배($4B$) 이하이면 기초간 영향은 무시할 수 없다.
- 기초간 영향은 저주파수 영역에서 주로 나타난다.
- y축, z축 방향 동적 강도는 다른 기초의 영향을 거의 받지 않는다.
- x축 중심 회전 동적 강도는 y축, z축 중심 회전 동적 강도에 비해 기초간 영향이 적다.

첫번째, 두번째 결론은 두 원형 기초의 상호 작용을 해석한 Liou[3]의 연구 결과와 일치함을 알 수 있다.

감사의 글

본 연구는 현대건설기술연구소의 연구비 지원에 의해 수행되었기에 이에 감사 드립니다.

참고 문헌

[1] 권기준 (1996), "非定形 基礎의 動的 剛度 解析을 위한 3 次元 超有限要素," 박사학위논문, 서울대학교

[2] 현대건설주식회사 기술연구소 (1996), "특수구조물에서의 내진설계를 위한 SSI 해석기법 개발," 1 차 중간 보고서, pp.102-109.

[3] Liou, G.-S. (1994). "Dynamic Stiffness Matrices for Two Circular Foundations," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 23, pp. 193-210.

표 2.1 사용된 선의 설명

.....	d=B
.....	d=2B
.....	d=4B
	d=6B
———	d=8B
———	d=20B

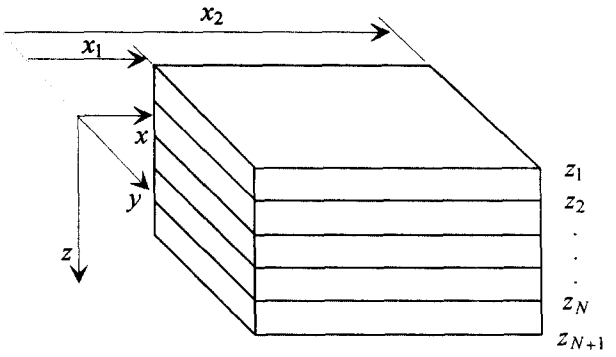

그림 1 $x_1 < x < x_2$ rectangular region

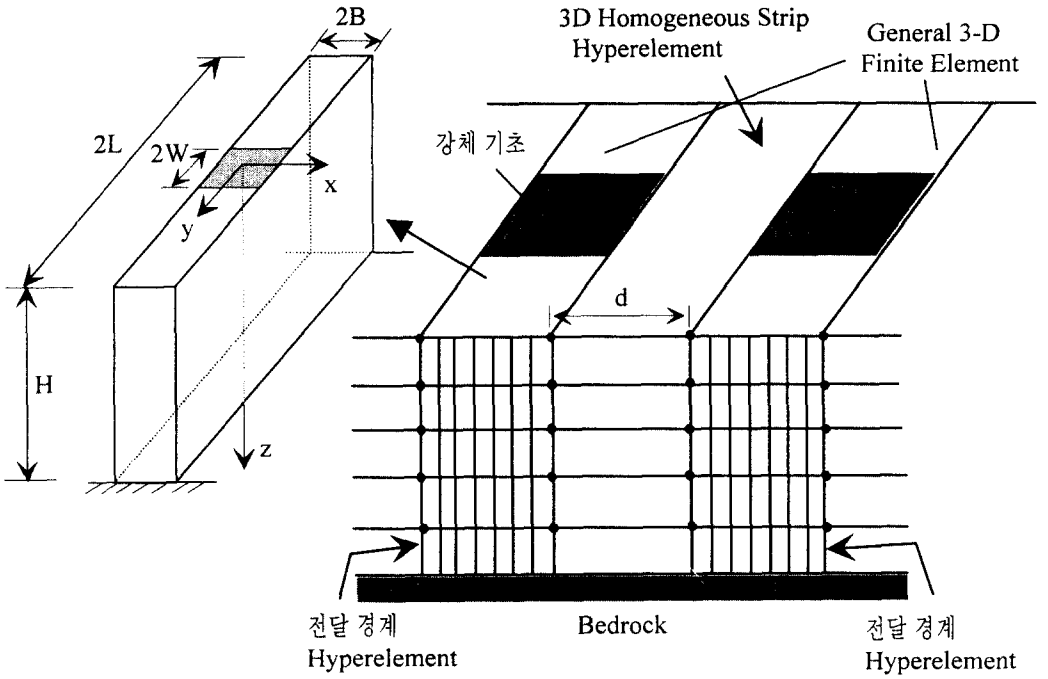

그림 2 두 기초의 상호 작용 해석 모델

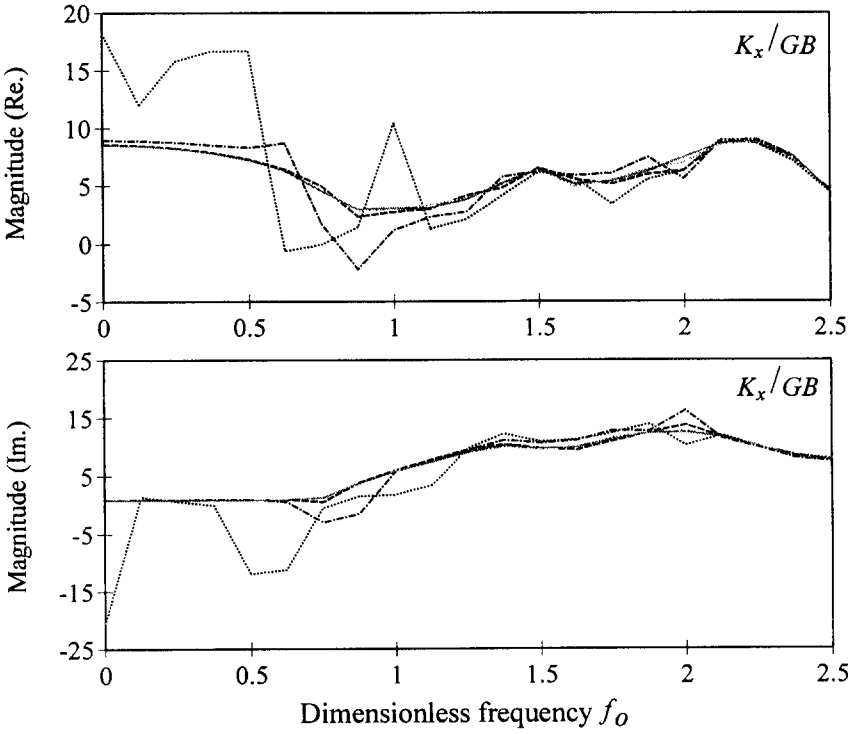

그림 3. x축 방향 무차원 동적 강도

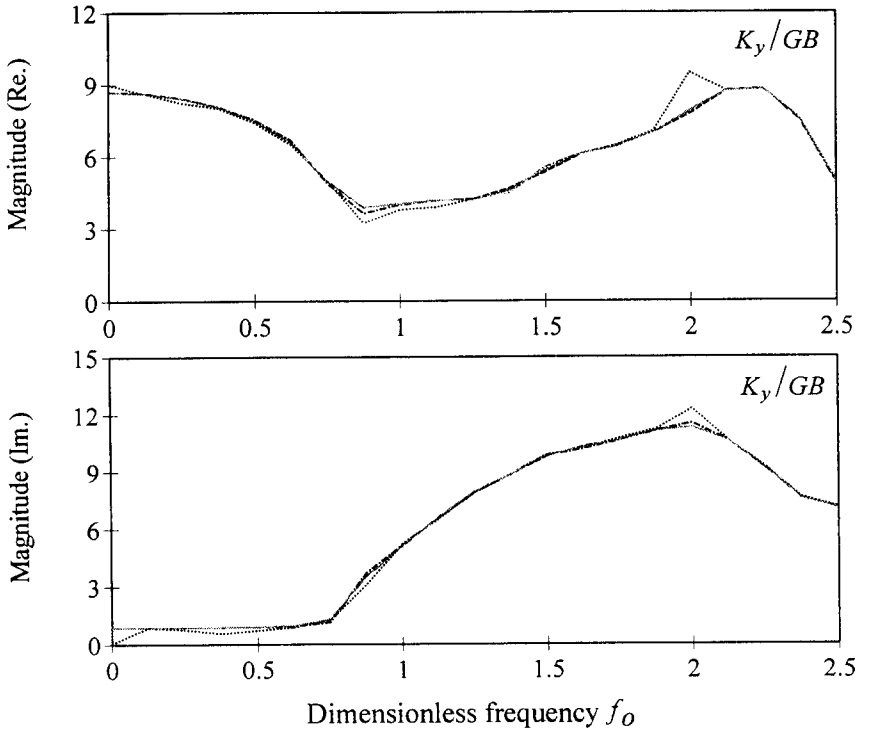

그림 4. y축 방향 무차원 동적 강도

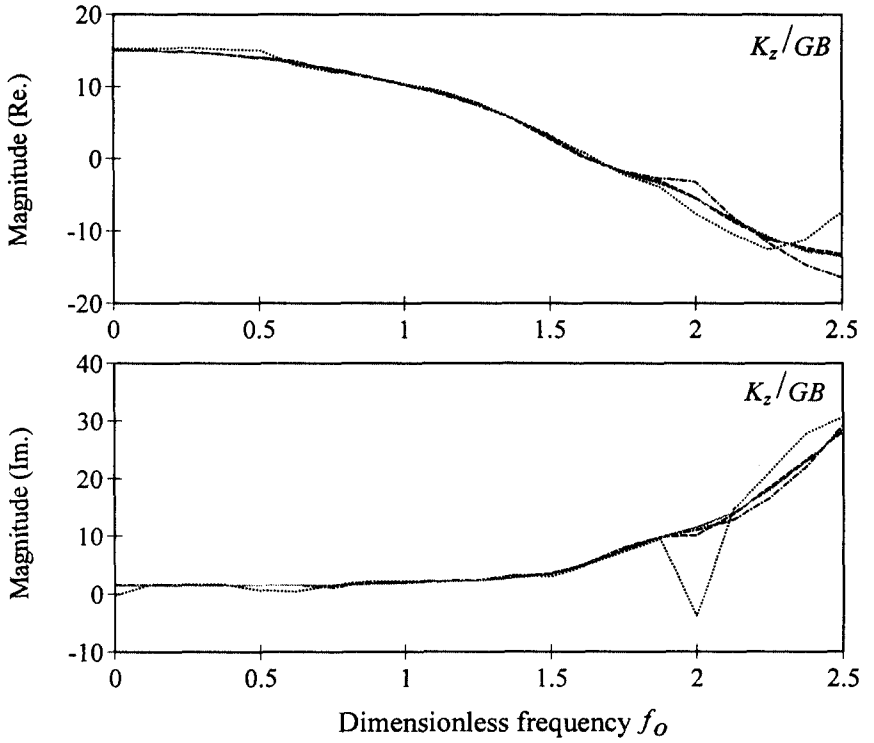

그림 5. z축 방향 무차원 동적 강도

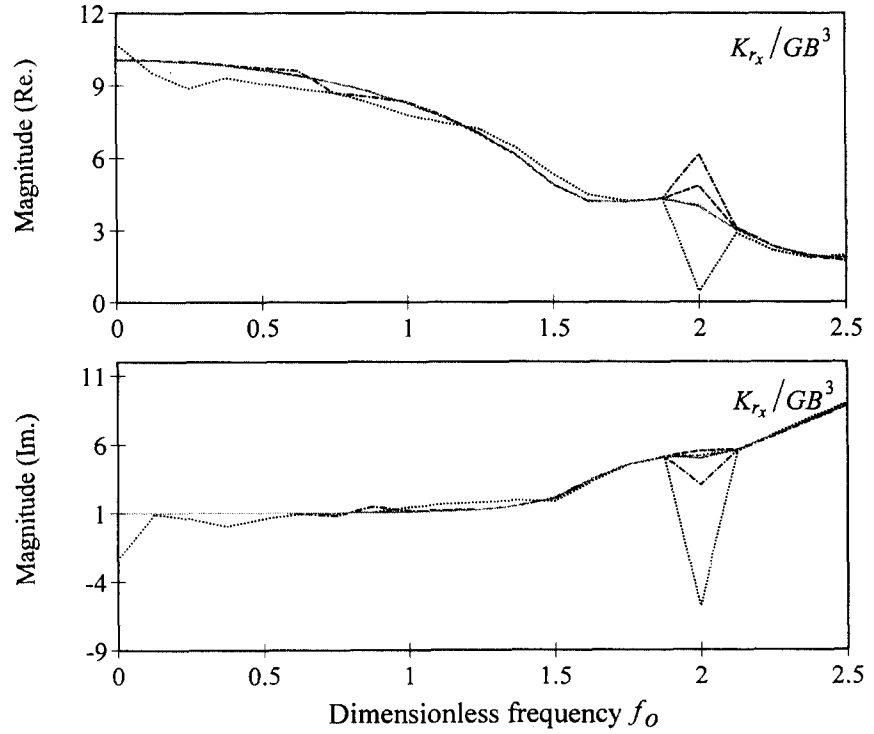

그림 6. x축 중심 회전 무차원 동적 강도

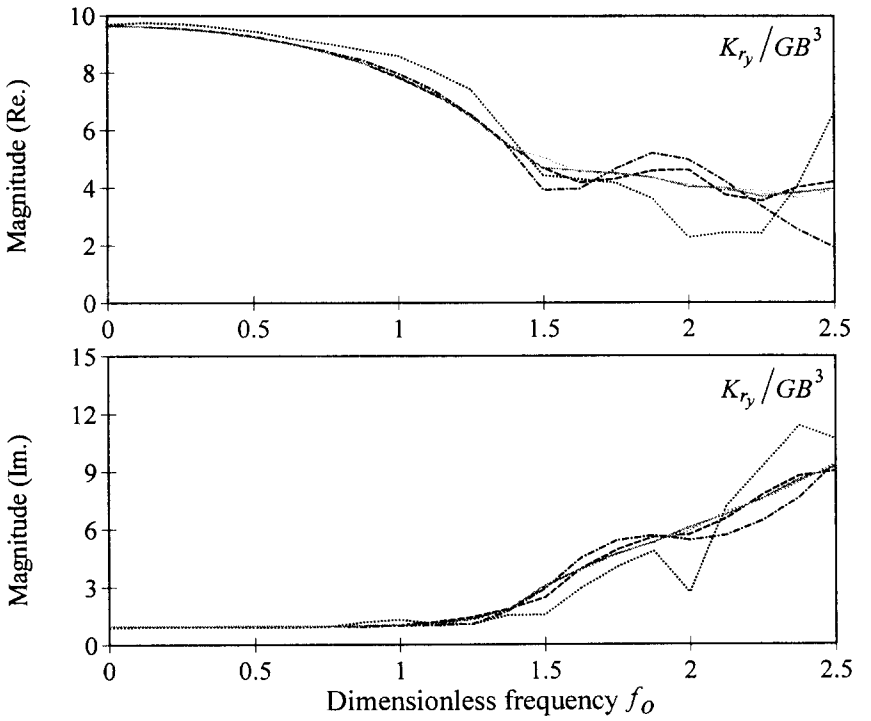

그림 7. y축 중심 회전 무차원 동적 강도

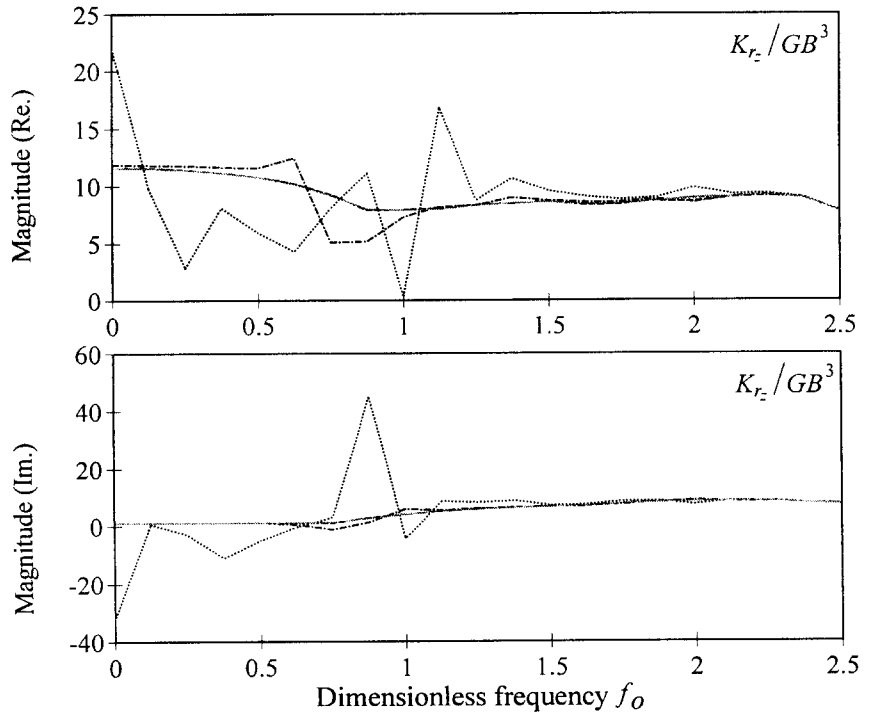

그림 8. z축 중심 회전 무차원 동적 강도