

방진벽의 표면파 산란효과

Wave Screening Effectiveness of Infilled Trenches

이종세*
Lee, Jong Seh

손윤기**
Son, Yoon Kee

ABSTRACT

An analytical method is developed to study the propagation of surface waves across infilled trenches. The Green's function technique is used to estimate the reflection and transmission coefficients of Rayleigh waves across a semi-infinite plate inserted between two homogeneous quarter-spaces. After validating the method against experimental data, influence of the material contrast and the angle of incidence on the screening effectiveness of an infilled trench is examined.

1. 서 론

지반으로 통해 전파되는 각종 지반 진동을 차단하기 위해 방진구, 방진벽, 방진판등 각종 방진 구조물이 제안되고 설치되어 왔으며, 근자에 와서 진동허용치의 감소 추세로 인해 보다 정밀한 방진키법의 필요성이 증가되고 있다. 그러나 이러한 중요성에도 불구하고 방진구조물-지반계의 진동전파 해석기술이 미흡하여 효과적인 방진구조물의 설계와 시공이 어려운 실정이다.

최근 30년동안 방진구조물의 방진효과를 조사하기 위해 여러 이론적, 수치적 혹은 실험적 연구들이 수행되어왔다(Richart et al. 1970; Aboudi 1973; Lysmer and Wass 1972; Leung et al. 1990; Ahmad and Al-Hussaini 1991). 그러나 대부분의 연구는 파가 수직으로 입사하는 경우, 즉 2차원의 문제에 국한되어왔다. 표면파의 산란에 있어 입사각이 갖는 영향은 매우 중요하며, 방진벽의 방진효과에 있어서 커다란 변화를 일으킬 수 있으므로 파가 사각으로 입사되는 경우 즉 3차원의 문제를 고려해야 한다. 따라서 본 논문에서는 방진벽에 사각을 가지고 입사되는 표면파의 산란거동을 조사하기 위해 근사적인 해석기법을 제안하고, 방진벽과 지반의 물성치 대비와 입사각이 방진

*한양대학교 토목·환경공학과 부교수, 정회원

**한양대학교 토목·환경공학과 석사과정

벽의 표면과 차단효과에 미치는 영향을 분석하고자 한다.

2. 표면파 산란이론

지반에 설치된 방진벽을 그림 1에서 보는 바와 같이 두 개의 4분 무한 영역사이에 삽입된 두께 h 의 반무한 판으로 모형화 하였고 이 방진벽에 Rayleigh파가 θ_1 의 각으로 입사된다.

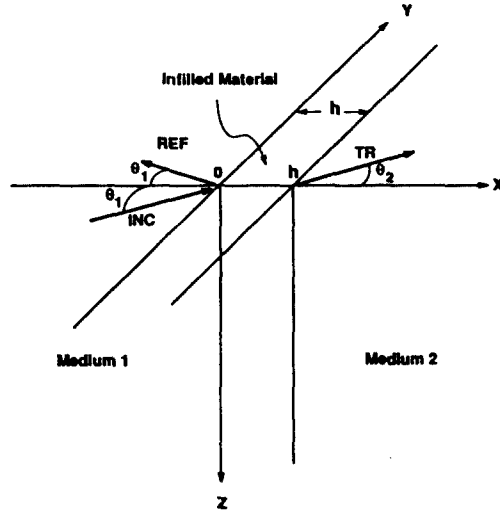


그림1. 이상화된 대상구조

이 방진벽 근처에서는 입사되는 표면파에 의해서 반사되는 표면파, 투과되는 표면파 그리고 여러 종류의 체적파들이 발생된다. 그러나 이 방진벽에서 멀리 떨어진 원장에서의 변위는 표면파의 고유모드를 조합하여 근사화 할수 있다(Aki and Richards 1980). Rayleigh파의 변위와 응력벡터 $\mathbf{U}^{(k)}$ 와 $\mathbf{T}_x^{(k)}$ 를 다음과 같이 표현할수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}^{(1)}(x, y, z) &= \mathbf{u}^{(1)}(z)e^{i[\omega t - \xi^{(1)}(x \cos \theta_1 + y \sin \theta_1)]} + A_R \overline{\mathbf{u}}^{(1)}(z)e^{i[\omega t + \xi^{(1)}(x \cos \theta_1 - y \sin \theta_1)]} \\
 \mathbf{T}_x^{(1)}(x, y, z) &= \boldsymbol{\tau}^{(1)}(z)e^{i[\omega t - \xi^{(1)}(x \cos \theta_1 - y \sin \theta_1)]} + A_R \overline{\boldsymbol{\tau}}^{(1)}(z)e^{i[\omega t + \xi^{(1)}(x \cos \theta_1 - y \sin \theta_1)]} \\
 \mathbf{U}^{(2)}(x, y, z) &= A_T \mathbf{u}^{(2)}(z)e^{i[\omega t - \xi^{(2)}(x \cos \theta_2 - y \sin \theta_2)]} \\
 \mathbf{T}_x^{(2)}(x, y, z) &= A_T \boldsymbol{\tau}^{(2)}(z)e^{i[\omega t - \xi^{(2)}(x \cos \theta_1 + y \sin \theta_2)]}
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 $\mathbf{u}^{(k)}$ 과 $\boldsymbol{\tau}^{(k)}$ 는 각각 Rayleigh파에서 변위와 응력에 대한 고유함수이며, $\xi^{(k)}$ 는 파동수, θ_2 는 투과파의 각, A_R 과 A_T 는 미지의 반사 및 투과계수이다. 윗첨자로 표시되어 있는 (k) 는 k 번째 영역을 표시하며 ($k = 1, 2$), 각변량의 윗부분에 그어진 막대는 반사파에 관련 되어진 변량들을 나타낸다. 위에 표시된 고유함수는 다음과 같은 정규화 조건을 만족시킨다.

$$\int_0^\infty [\boldsymbol{\tau}^{(k)*} \mathbf{u}^{(k)} - \boldsymbol{\tau}^{(k)} \mathbf{u}^{(k)*}] dz = \pm 2i \cos \theta_k \quad (2)$$

접촉면에서의 연속 조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{(1)}(0, y, z) &= \mathbf{U}(0, y, z), & \mathbf{T}_{x^{(1)}}(0, y, z) &= \mathbf{T}_x(0, y, z) \text{ at } x = 0 \\ \mathbf{U}^{(2)}(h, y, z) &= \mathbf{U}(h, y, z), & \mathbf{T}_{x^{(2)}}(h, y, z) &= \mathbf{T}_x(h, y, z) \text{ at } x = h \end{aligned} \quad (3)$$

방진벽 내에서의 파의 변위와 응력은 방진벽 두께에 대한 Taylor 급수 확장을 통하여 소거할 수 있으므로 따라서, 방진벽 양측의 접촉면에서의 변위와 응력장은 다음과 같은 행렬식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{U}^{(2)}(h, y, z) \\ \mathbf{T}_x^{(2)}(h, y, z) \end{Bmatrix} = \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}^{(1)}(0, y, z) \\ \mathbf{T}_x^{(1)}(0, y, z) \end{Bmatrix} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{A} 는 삼입층의 두께에 의해 결정되는 행렬 미분 연산자이다.

3. 표면파 산란 행렬식

방진벽 두께가 파장에 비해 작은 경우에, 변위 \mathbf{U} 의 x 방향 성분은 다음과 같은 Taylor 급수로 나타낼 수 있다.

$$U_x(h, y, z) = U_x(0, y, z) + h U_{x,x}(0, y, z) + \frac{h^2}{2} U_{x,xx}(0, y, z) \quad (5)$$

운동방정식, 응력-변형율의 관계, 그리고 연계면에서의 연속조건을 이용하여 식 (5) 를 다음의 식

으로 나타낼 수 있다.

$$U_x^{(2)} = U_x^{(1)} + \frac{h}{\lambda + 2\mu} \left[T_{xx}^{(1)} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} U_{yy}^{(1)} - \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} U_{zz}^{(1)} \right] + \frac{h^2}{2(\lambda + 2\mu)} \left\{ -\rho\omega^2 U_x^{(1)} - T_{xy,y}^{(1)} - T_{xz,z}^{(1)} - \frac{\lambda}{\mu} [T_{xy,y}^{(1)} - \mu U_{x,yy}^{(1)}] - \frac{\lambda}{\mu} [T_{xz,z}^{(1)} - \mu U_{x,zz}^{(1)}] \right\} \quad (6)$$

여기서 λ 와 μ 는 방진벽의 탄성계수이다. 변위와 응력장의 다른 성분들도 같은 방법을 이용하여 식 (4)와 같은 행렬식의 형태로 표현할 수 있다. 그러나 뒤에서 수행할 계산의 편리성을 위해 식 (4)를 다음과 같은 형태로 표현한다.

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{(2)}(h, y, z) &= \mathbf{Q}^{(U)} \mathbf{R}^{(1)}(0, y, z), & \mathbf{T}_x^{(2)}(h, y, z) &= \mathbf{Q}^{(T)} \mathbf{R}^{(1)}(0, y, z) \\ \mathbf{U}^{(1)}(0, y, z) &= \mathbf{Q}^{(U)} \mathbf{R}^{(2)}(h, y, z), & \mathbf{T}_x^{(1)}(h, y, z) &= \mathbf{Q}^{(T)} \mathbf{R}^{(2)}(0, y, z) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\mathbf{R}^{(1)}$ 과 $\mathbf{R}^{(2)}$ 는 다음과 같이 정의 된다.

$$\mathbf{R}^{(1)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}^{(2)} \\ \mathbf{T}_x^{(2)} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{R}^{(2)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U}^{(1)} \\ \mathbf{T}_x^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

행렬 연산자 $\mathbf{Q}^{(U)}$ 와 $\mathbf{Q}^{(T)}$ 는 Its와 Lee(1993)에 자세히 표현되었다. 영역1의 장과 영역2의 장을 연결 시키는 연산자 $\overline{\mathbf{Q}}^{(U)}$ 와 $\overline{\mathbf{Q}}^{(T)}$ 는 연산자 $\mathbf{Q}^{(U)}$ 와 $\mathbf{Q}^{(T)}$ 에서 h 를 $-h$ 로 바꿈으로서 구할 수 있다.

4. 반사계수와 투과 계수의 산출

벡터 $\mathbf{r}^{(1)}$, $\overline{\mathbf{r}}^{(1)}$ 와 $\mathbf{r}^{(2)}$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\mathbf{r}^{(1)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(1)} \\ \boldsymbol{\tau}^{(1)} \end{Bmatrix}; \quad \overline{\mathbf{r}}^{(1)} = \begin{Bmatrix} \overline{\mathbf{u}}^{(1)} \\ \overline{\boldsymbol{\tau}}^{(1)} \end{Bmatrix}; \quad \mathbf{r}^{(2)} = \begin{Bmatrix} \mathbf{u}^{(2)} \\ \boldsymbol{\tau}^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

위의 정의를 이용하여 반사파의 변위를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{U}^{ref}(0, y, z) = A_T \overline{\mathbf{Q}}^{(u)} \mathbf{r}^{(2)}(z) e^{-i\xi^{(2)}(h\cos\theta_2 + y\sin\theta_2)} - \mathbf{u}^{(1)}(z) e^{-i\xi^{(1)}y\sin\theta_1} \quad (10)$$

다른 장들도 유사한 방법을 통해 표현할 수 있다.

반사파와 투과파의 장은 다음과 같은 대표정리(Representation Theorem)를 사용하여 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{U}_1^{\text{ref}}(x_1, y_1, z_1) &= \int_0^x \int_{-x}^x \{ \mathbf{G}_1^{(1)}(x_1, y_1, z_1, 0, y, z) \mathbf{T}_x^{\text{ref}}(0, y, z) \\
 &\quad - \mathbf{P} [\mathbf{G}_1^{(1)}] \mathbf{U}^{\text{ref}}(0, y, z) \} dy dz \\
 \mathbf{U}_1^{\text{ref}}(x_1, y_1, z_1) &= \int_0^x \int_{-x}^x \{ \mathbf{G}_1^{(1)}(x_1, y_1, z_1, 0, y, z) \mathbf{T}_x^{\text{tr}}(0, y, z) \\
 &\quad - \mathbf{P} [\mathbf{G}_1^{(1)}] \mathbf{U}^{\text{tr}}(0, y, z) \} dy dz
 \end{aligned} \tag{11}$$

여기서 $\mathbf{G}_1^{(k)}$ 와 $\mathbf{P}(\mathbf{G}_1^{(k)})$ 는 각각 k 번째 물성을 가진 반무한 영역에서의 표면과 Green함수와 그에 대응한 응력을 나타낸다(Aki and Richards 1980). 우리는 여기서 원장 Green 함수와 함께 식(10)의 형태로 표현된 반사 및 투과파에 관한식을 식(11)에 대입하고, 결과식을 Stationary Phase 방법을 이용하여 y 에 대해 적분했다. 이를 통해 다음과 같이 반사계수와 투과 계수를 결정하기 위한 연립 방정식을 얻을 수 있다.

$$A_R \cos \theta_1 = A_T e^{-i\xi^{(2)} h \cos \theta_2} Z_1, \quad A_T \cos \theta_2 = e^{-i\xi^{(2)} h \cos \theta_2} Z_2 - A_R e^{i\xi^{(2)} h \cos \theta_2} Z_3 \tag{12}$$

여기서

$$\begin{aligned}
 Z_1 &= \frac{1}{2i} \int_0^\infty [\bar{\mathbf{K}}^{(T)} \mathbf{r}^{(2)} \mathbf{u}^{(1)*} - \bar{\mathbf{K}}^{(U)} \mathbf{r}^{(2)} \mathbf{r}^{(1)*}] dz \\
 Z_2 &= \frac{1}{2i} \int_0^\infty [\mathbf{K}^{(T)} \mathbf{r}^{(1)} \mathbf{u}^{(2)*} - \mathbf{K}^{(U)} \mathbf{r}^{(1)} \mathbf{r}^{(2)*}] dz \\
 Z_3 &= \frac{1}{2i} \int_0^\infty [\mathbf{K}^{(T)} \bar{\mathbf{r}}^{(1)} \mathbf{u}^{(2)*} - \mathbf{K}^{(U)} \bar{\mathbf{r}}^{(1)} \mathbf{r}^{(2)*}] dz
 \end{aligned} \tag{13}$$

여기서 행렬 $\mathbf{K}^{(T)}$, $\mathbf{K}^{(U)}$, $\bar{\mathbf{K}}^{(T)}$, $\bar{\mathbf{K}}^{(U)}$ 는 $\mathbf{Q}^{(T)}$, $\mathbf{Q}^{(U)}$, $\bar{\mathbf{Q}}^{(T)}$ 와 $\bar{\mathbf{Q}}^{(U)}$ 에서 ∂_y 를 $-\xi^{(k)} \sin \theta_k$ 로 바꿈으로서 구할 수 있다.

5. 수치예제와 분석

전절에서는 균질한 4분무한 영역 사이에 삽입된 방진벽에 사각을 갖고 입사된 Rayleigh파의 반

사 및 투과계수를 구하기 위해 그린함수법에 의한 해석법이 제안되었다. 위의 이 해석적 기법을 검증하기 위해 초음파 실험(Biagi et al. 1990)결과와 비교하였다. 여기서 실험 모델은 두랄루민 모재에 흙을 파고에폭시 채움재를 사용했다. 이슬릿의 깊이는 파장의 약 4.55배 이므로 근사적으로 볼 때 반무한판으로 가정할 수 있다. 초음파 실험에 사용된 재료들의 탄성계수들은 다음의 표 1 과 같다.

표1. 초음파 실험에 사용된 재료의 탄성계수

영역	ρ (g/cm ³)	ν_s (km/s)	ν_p (km/s)
두랄루민 (모재)	2.8	3.2	6.0
에폭시 (연성채움재)	1.1	1.1	2.1

위의 해석 방법을 이용하여 계산한 투과계수를 그림2에 실험치와 비교하였다. 입사각에 따른 방진벽의 표면파 차단 효과의 변화를 조사하기 위해 일련의 수치계산을 수행하였다. 세가지의 대표적인 재료(모래, 콘크리트, 벤토나이트 슬러리)를 각각 지반, 경성채움재, 연성채움재로 선정 하였다. 이 세가지 재료의 물성은 다음의 표2와 같다. 계산의 정확도를 제고하기 위하여 방진벽의 두께는 파장의 약 10분의 1 이내로 제한 하였다.

그림 3에서 투과계수 A_T 를 입사각의 함수로서 나타냈다. 경성채움재를 사용한 방진벽의 경우 투과계수는 그림 3에서 보여지는 것과 같이 입사각의 증가에 따라 천천히 감소한다. 연성채움재가 사용된 경우에 있어서 입사각이 수직에 가까울때의 투과계수는 경성채움재가 사용된 방진벽보다 적은값을 나타내나, 입사각이 이보다 더 커질 경우에는 증가하는 경향을 보인다. 입사각이 약67° 일 때 투과계수는 최대가 되고 그 이후에는 급격히 감소한다. 이러한 급격한 감소는 삼입층의 두 번째 접촉면 즉 슬러리-모재 경계면에 의해서 일어나는 것으로 설명할 수 있다. 입사각이 작은 경우 파의 대부분의 에너지가 연성재료를 만나는 첫번째 경계면에서 재분배 되었으므로, 두 번째 경계의 에너지 분배 효과는 적으나, 입사각이 매우 큰 경우에는 방진벽 고유의 임계각으로 인해 두번째 경계면이 에너지 분배에 큰 역할을 한다고 볼 수 있다.

표2. 수치예제에 사용된 재료의 탄성계수

영역	ρ (g/cm ³)	ν_s (km/s)	ν_p (km/s)
흙(모재)	2.0	0.5	2.0
콘크리트 (경성채움재)	2.4	1.35	2.38
벤토나이트 슬러리 (연성채움재)	1.8	0.2	2.0

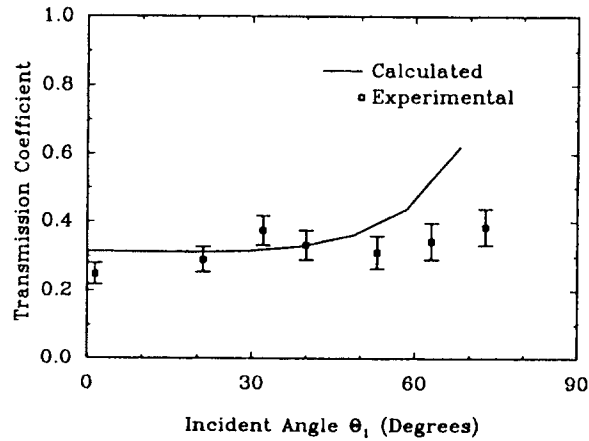


그림2. 초음파실험의 전달계수
(Biagi et al.1990)

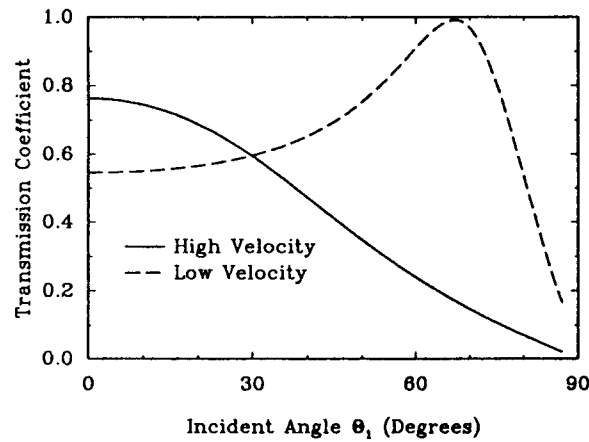


그림3. 입사각의 함수에 따른 전달계수

6. 결론

본 연구에서는 반무한 탄성체내에 설치한 방진벽에 입사된 Rayleigh파의 산란효과를 분석하기 위한 해석 방법을 제안 하였으며 실제적인 적용예를 보였다. 제안된 근사적 해석 방법을 검증하기 위해 실험 데이터와 비교하였으며 해석치와 실험치가 대체로 일치함을 보였다. 경성채움재(콘크리트)와 연성채움재(벤토나이트 슬러리)를 사용한 방진벽의 산란효과를 조사하기 위해 입사각을 변화 시키며 투과계수들을 구하였고 수치결과는 입사각에 따라 투과계수가 현저히 변화하는 것을 보였다. 또한 Rayleigh파의 입사각이 작을 경우에는 연성채움재가 경성채움재 보다 더욱 효과적

이나 입사각이 증가하면 연성채움재료의 효과가 현저히 감소하게 되며, 오히려 경성채움재를 사용한 방진벽이 더욱 효과적으로 파를 차단하는 것을 보였다. 따라서 효과적인 방진벽의 설치를 위해서는 지반진동 유입의 주요 입사각을 고려하여 이를 가장 효과적으로 차단할 수 있는 물성을 가진 채움재를 선택하는 것이 중요하다.

7. 감사의 글

본 연구는 한양대학교 공학기술 연구소 신진교수 정착 연구비를 받아 수행하였다.

8. 인용문헌

- Aboudi, J. (1973), "Elastic waves in half-space with thin barriers." J. Eng. Mech. Div., ASCE, EMI, pp.69-83.
- Ahmad, S. and T.M. Al-Hussaini (1991), "Simplified design for vibration screening by open and in-filled trenches." J. Geotech. Eng. Vol.117, pp.67-87.
- Aki, K. and P.G. Richards (1980), "Quantitative Seismology." Vol.1, Freeman, San Francisco.
- Biagi, P. F., Gegenkory, T. S., Its, E. N., Manjgaladze, P., Scrigna, V., and Zilpimiani, D.(1990), "Transmission and reflection of Rayleigh waves at a thin low velocity layer: A laboratory and theoretical study." PAGEOPHYSICS, Vol.133, No.2, pp.317-327.
- Its, E.N. and J.S. Lee (1993), "Propagation of surface waves across a vertical barrier with non-rigid contacts." Int. J. Engin. Sci., Vol.31, pp.1151-1163.
- Leung, K. L., Beskos, D. E., and Vardoulakis, I. G.(1990), "Vibration isolation using open or filled trenches." Computational Mech., Vol.7, pp.137-148.
- Lysmer, J., and Wass, G.(1972), "Shear waves in plane infinite structures." J. Engrg., Mech. Div., ASCE, Vol.98, No.1, Proc. Paper 8716, pp.85-105.
- Richart, F. E. Jr., Hall, J. R., and Woods, R. D.(1970), "Vibrations of soils and foundations." Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J.