

분할말뚝을 이용한 말뚝의 p - y 곡선 연구

A Study on the P-Y Curve of Pile Using the Separated Pile

김영수¹⁾, Young-Su Kim, 김병탁²⁾, Byung-Tak Kim, 정성관³⁾, Sung-Gwan Jung, 서인식⁴⁾, In-Shik Seo

¹⁾ 경북대학교 토목공학과 교수, Professor, Dept. Of Civil Engineering, Univ. Of Kyungpook

²⁾ (주)보성 세방골 도로현장, Engineer, Sea Bang Gol Highway construcion, Bosung CO., LTD.

³⁾ 경북대학교 조경학과 교수, Professor, Dept. Of Landscape Architecture, Univ. Of Kyungpook

⁴⁾ 경동전문대학 토목공학과 교수, Professor, Dept. Of Civil Engineering, Kyungdong College

SYNOPSIS : The soil resistance-deflection(p-y) relationship depends upon relative density, flexural stiffness of pile, pile diameter and the other factors. In the tests of continuous pile, at the vicinity of surface, ultimate soil resistance(p_{max}) is determine as the deflection is large, but, at near the tip of pile, is difficult as the deflection is small.

The aims of this study are to estimate the effect of gravity acceleration, relative density on the coefficient of soil resistance(k_h) and ultimate soil resistance under Toyoura sand using the separated pile and to evaluate the applicability of established methods by the compare the results of one and model tests. Model tests are carried out under a simulated field stress condition in sand using a centrifuge apparatus(Mark II in T.I.T.). The results of model tests are normalized and then compared. The normalized soil resistance and ultimate soil resistance is fitted to experiment function which include depth(z) and diameter(nD) of pile. The appropriate function to p-y relationship is hyperbolic function which fitted from the results of model tests.

Usually, as the compare between the results of analysis and model tests, theres quite a possibility that the results obtained from methods(Terzaghi, Broms) which are use to simplicity is over-estimated.

KEYWORDS : Centrifuge, separated pile, Coef. of soil resistance, Ultimate soil resistance

1. 서 론

말뚝의 수평거동은 흙-말뚝의 응력-변형거동이 낮은 응력하에서도 비선형적이므로 예측이 상당히 어려우며, 지반조건이나 말뚝 근입깊이, 형상 및 직경 등의 말뚝조건과 말뚝의 두부 및 선단 구속조건, 말뚝표면의 거칠기 등의 조건에 따라 크게 달라진다. 말뚝의 수평거동에 있어서, 수평하중의 증가로 인하여 말뚝주변의 흙은 지표면에서 항복하기 시작하여 진행성 파괴에 의하여 소성영역이 순차적으로 말뚝 선단방향으로 확대되어 간다. 이러한 수평거동 현상으로 인하여, 현실적으로 수평하중을 받는 말뚝기초의 거동해석에는 흙에서의 비선형 지반반력계수($k_h=p/y$)와 말뚝의 보 해석을 이용하는 간편한 p-y해석법을 자주 이용하고 있다. 이 p-y해석법에 있어서는 p-y곡선의 가정이 가장 중요한 부분이라 할 수 있다. p-y곡선에 대하여 과거에 여러학자(Konder, Murchison & O'Neill, Reese et al., Det Norske Veritas, Scott, Norris)들이 현장에서의 실험을 바탕으로 한 여러종류의 p-y곡선을 제안하였다.

Yan and Byrne(1992)는 fine Ottawa silica sand에 대하여 현장상태와 유사한 응력조건을 재현하는 HGS(hydraulic gradient simulatu-de)기술을 이용하여 수직말뚝의 정적 수평거동에 미치는 수평하중의 영향에 대하여 연구하였다. 이 논문에서는 실험에 의한 p-y곡선은 비선형적이고 지반응력에 의존하며 API 추천code와 상당히 다른 결과를 보여주고 있다. 그리고 p-y곡선의 초기 기울기에 대한 말뚝 직경의 영향은 적으나, 큰 변형에서는 영향을 미치는 것으로 나타났으며, p-y곡선은 편심하중 또는 말뚝두부구속 같은 하중조건에 대하여는 민감하지 않는 것으로 나타났다. 또한 API code에서의 지반반력계수와 최대 지반탄성계수, E_{max} , 의 비교에서, 얇은 지반에서는 k_h 가 E_{max} 와 잘 일치하나 지반이 깊어질수록 E_{max} 을

초과하는 것을 보여주고 있다. 이와같이 과거에 연구되어 제안된 p - y 곡선식들이 현재 정밀한 실험기기들을 이용하여 실험한 결과들과 상당히 다른 결과를 보여주고 있다.

따라서, 본 연구에서는 분할말뚝을 이용하여 변위-지반반력 관계를 상세히 관찰하며, 사질토(Toyoura 표준사) 지반에 대하여 원심모형실험으로 얻은 p - y 곡선들을 여러학자들이 제안한 p - y 곡선들과 비교분석 하여 적합한 p - y 곡선식을 얻었다. 그리고 근입깊이와 말뚝직경에 따른 지반반력계수의 변화와 극한지반반력(p_{max})의 변화를 고찰하였다. 이 결과들을 이용하여 지반반력계수와 극한 지반반력에 대한 기준의 방법들을 분할말뚝에 대한 실험결과와 비교하여 적용 타당성을 검토하였다.

2. 실험방법

본 연구는 일본 동경공업대학(T.I.T.)에 있는 원심모형실험기(38g-ton의 용량)를 이용하여 실험을 수행하였다. 원심모형실험기는 크기축소에 따른 응력의 감소를 원심가속도(g)의 증가로 현장상태와 거의 동일한 상태로 재현할 수 있다. 따라서, 본 연구에서는 원심가속도를 중력가속도의 1 배(1g), 12.5 배(12.5g), 25 배(25g), 37.5 배(37.5g), 그리고 50 배(50g)로 하여 실험을 실시하였다.

사용한 분할말뚝은 직경 1cm, 두께 0.2mm 인 연속말뚝(전길이 26cm, 지중부분 25cm)을 2cm (13 등분) 길이로 절단하여 이용하였다. 말뚝의 재질은 스테인레스 스틸 강관이며, 탄성계수는 $2.14 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 이다. 모형지반을 성형하기 전에 분할된 모형기초와 수평하중 계측장치 변형계이지(strain gauge)를 부착한 재하봉을 모델박스($30 \times 70 \times 60$)내에 단일 연속말뚝 상태로 조립한 후, 균일한 지반의 성형을 위하여 공중낙하법에 의해 직경 0.84cm를 통과한 Toyoura 표준사를 3 층으로 나누어서 평균 130cm의 낙하고를 유지하며 지반을 31cm 깊이로 성형하였다. 모형기초의 설치와 지반의 성형을 완료한 후 하중재하장치인 유압잭(oil jack)에 부착된 LVDT를 모델박스내에 고정시킨다. 모든 실험장치를 설치한 장면은 그림 1과 같다.

지반의 성형에 사용한 Toyoura 표준사의 물리적 특성치는 표 1과 같으며, 본 연구에서 수행한 실험의 모형 지반조건은 표 2와 같다.

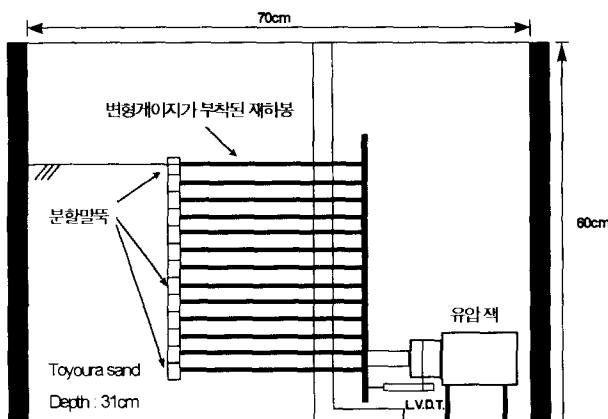


그림 1. 모델박스내 실험장치 설치장면

표 1. Toyoura 표준사의 물리적 특성치

G_s	e_{max}	e_{min}	D_{50}	C_u
2.64	0.907	0.673	0.19	1.56

표 2. 모형지반의 조건

실험 code	원심가속도 (g)	상대밀도 (%)	건조단위중량 γ_d (t/m^3)
K13	1	85	1.590 ($e=0.664$)
K08	12.5		
K10	25		
K09	37.5		
K06	50		
K14	1	70	1.539 ($e=0.718$)
K18	12.5		
K16	25		
K17	37.5		
K15	50		

3. 실험결과 분석 및 제안된 방법과 비교

연속말뚝의 수평재하실험결과에서 나타나는 것과 같이, 큰 변형때의 최대 지반반력 즉, 극한지반반력(ultimate soil resistance, p_{max})은 얕은 깊이에서는 직선적으로 증가한다고 Broms (1964)가 제안한 $3K_p\gamma_Z$ 와 비슷하게 나타나나, 더 깊은 곳에서는 $3K_p\gamma_Z$ 보다 큰 극한 지반반력이 나타난다. 이는 변위-지반반력의 관계가 지반의 상대밀도, 말뚝의 강성계수 뿐만 아니라 여러 요소들에 의하여 복잡하게 연관되어 결정되기 때문인 것으로 판단된다. 또한 연속말뚝을 이용한 실험에서는 지표면 부근에서는 큰 변형이 발생하지만 말뚝선단 부근에서는 큰 변형을 기대할 수가 없다. 이러한 실험결과를 이용하여 다양한 강성

(EI)을 갖는 말뚝의 수평거동을 예측하는 것은 상당히 어려울 것으로 판단된다.

그러나, 큰 변형을 일으키는 말뚝의 거동 예측은 정확한 변위-지반반력 관계를 말뚝의 지배방정식에 대입하여 해를 구한다면, 탄, 소성영역의 수평거동 예측이 보다 더 정확할 것으로 사료된다. 이에 본 연구에서는 그림 2와 같은 변위-지반반력의 관계에서의 지반반력계수와 극한 지반반력에 대한 상대밀도(70%, 85%)와 원심가속도, 말뚝직경의 영향을 각 깊이에 대하여 측정하고 관찰하였다.

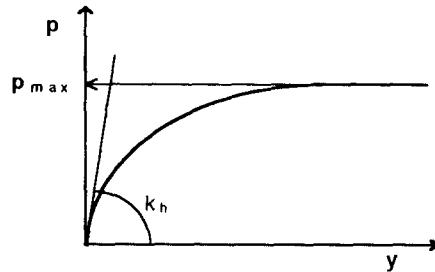


그림 2. p - y 곡선의 지반반력계수와 극한 지반반력

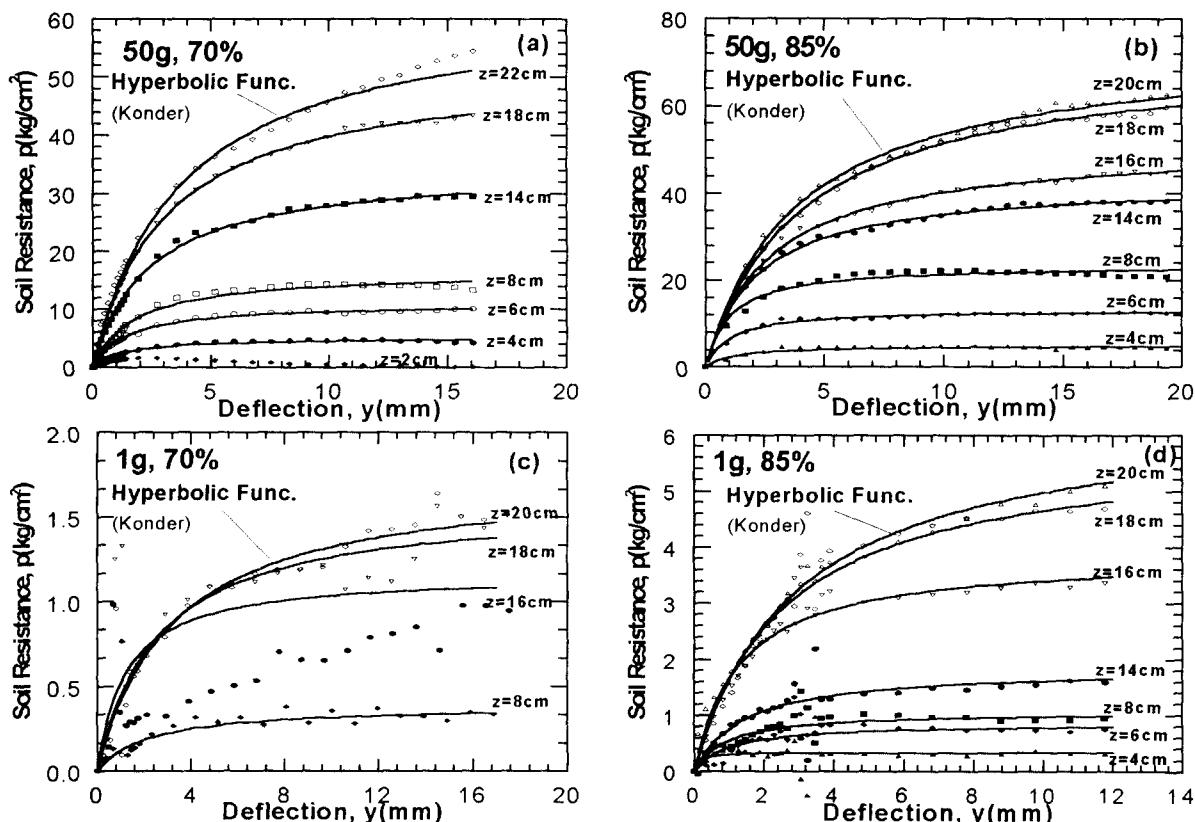


그림 3. 깊이에 따른 변위-지반반력관계에 대한 상대밀도와 원심가속도의 영향

3.1 상대밀도와 원심가속도의 영향

3.1.1 모형실험 결과분석

그림 3은 분할말뚝의 각 깊이에 따른 변위-지반반력 관계를 상대밀도 70, 85%와 원심가속도 1, 50g에 대하여 나타냈다. 그림에서처럼 변위-지반반력의 관계는 여러학자들이 제안한 다양한 형태의 함수식들 중에서도 Konder (1963)가 제안한 쌍곡선(Hyperbolic; $p = k_h/(1/y + k_h/p_{max})$) 함수식이 $R^2 = 0.8-0.95$ 값으로 본 실험의 결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 또한 수평거동 예측에서 p - y 해석방법에 사용되는 p - y 곡선식중에서 Konder가 제안한 곡선식이 다른 제안식들보다 실험결과와 더 잘 일치하는 것으로 알려져

있다.(Georgiadis et. Al., 1992; 김영수 등, 1997). 그림 3-(a)와 (b)의 비교에서 원심가속도 50g의 경우, 상대밀도가 증가함에 따라 극한 지반반력은 1(z=4cm) - 1.44 (z=8cm)배로 증가하였으며, 1g의 경우 2.79 (z=8cm) - 3.68(z=20cm)배로 증가하였다.

그리고, 각 상대밀도에 있어 원심가속도의 증가에 대한 극한 지반반력의 증가는 깊이에 따라 증가하다가 분할말뚝 근입깊이의 약 1/2 지점에서 최대를 나타내며, 그 이후에서는 감소하는 현상을 나타내고 있다. 이러한 현상은 상대밀도가 작을수록 두드러지게 나타났다.

이와같이 원심가속도가 작을수록 극한 지반반력에 대한 상대밀도의 영향이 큰 것으로 나타났다. 이는 말뚝직경과 근입깊이의 증가는 상대밀도에 의한 극한 지반반력의 증가를 줄여주는 요인으로 작용하기 때문이다. 그리고, 실험결과들에 의하면, 지표면에서 z=14cm 깊이까지의 영역에서는 $y/d=0.5 - 1.0$ 범위내에서 극한 지반반력이 발생하여 수평변위의 증가에 관계없이 일정하거나 약간 감소하는 것으로 나타났다.

p-y 해석법에 의한 말뚝의 수평거동을 정확히 예측하기 위하여는 지반반력계수와 극한 지반반력의 산정이 상당히 중요한 부분이라는 것은 여러학자들에 의하여 널리 알려져 있다(Kanenawa, 1996). 김영수와 3인(1997)에 의하면, 저자가 제안한 모델에 의한 해석결과는 $y/d=5\%$ (0.5mm)정도의 탄성영역에서 실험결과와 정도 높은 일치성을 보였다고 밝힌 바 있다.

본 연구에서는 이를 고려하여 지반반력계수(k_h)는 $y/d=0 - 5\%$ 범위의 실험결과들을 회귀분석한 직선식의 기울기로 결정하였으며, 극한지반반력(p_{max})은 실험결과를 회귀분석하여 구한 쌍곡선 함수식에서 결정하였다.

회귀분석한 결과를 이용하여 각 상대밀도에 대하여 깊이에 따른 지반반력계수와 극한 지반반력의 변화를 원심가속도(ng), 단위중량과 말뚝직경으로 정규화(k_h/ny , p_{max}/nyD)하여 나타낸 것은 그림 4와 같다.

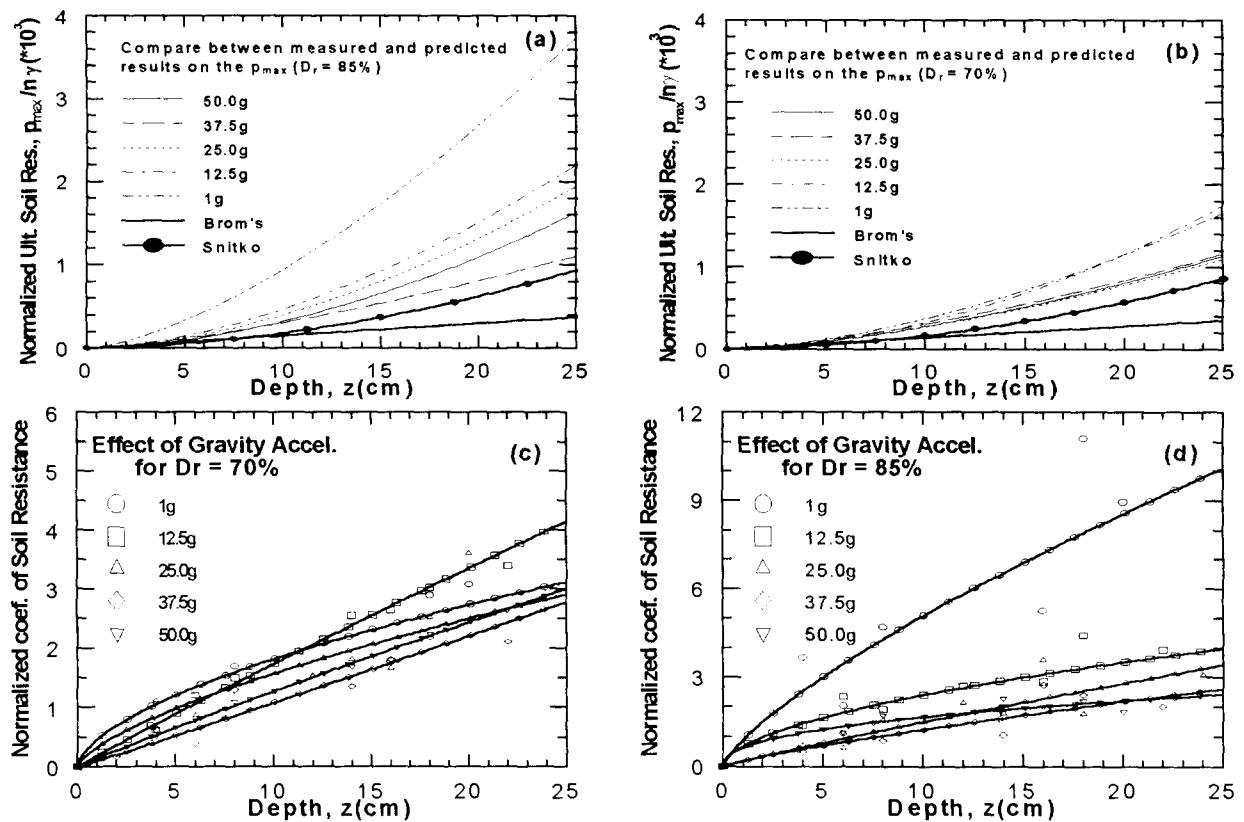


그림 4. 깊이에 따른 정규화한 지반반력계수 및 극한 지반반력에 대한 상대밀도와 원심가속도의 영향

깊이에 따른 정규화한 지반반력계수와 극한 지반반력은 식(1)과 (2)와 같이 각각 말뚝 근입깊이(z)의 α 와 β 승에 비례하는 지수함수식의 형태로 구하여졌다.

$$k_h/ny = C_1 z^\alpha \quad (1)$$

$$p_{max}/nyD = C_2 z^\beta \quad (2)$$

여기서, C_1 , C_2 , α , β 는 상수들이며, n 과 z 는 각각 원심가속도와 말뚝의 임의 근입깊이이고 D 는 말뚝직경(1cm)이다.

이 상수값들은 표 3과 같이 요약된다. 그리고 정규화한 지반반력계수에 대해 상대밀도를 달리하여 비교한 그림 4의 (c)와 (d)에서, 원심가속도가 클 경우, 상대밀도의 증가함에 따라 지반반력계수는 지표면 부근에서는 큰 차이를 보이나 깊이가 깊어질수록 차이는 감소하는 것으로 나타났다.

이는 상대밀도의 차가 크지 않아서 발생하는 실험결과일 가능성이 있어 느슨한 사질토와 조밀한 사질토에 대한 연구가 더 수행되어야 할 것으로 판단된다.

중력장(1g)에서의 모형실험의 결과가 원심가속장(ng)에서의 실험결과를 보다 과대평가 되는 것은 크기축소에 따른 응력의 증가를 가지 못함에 따라 기인하는 것으로 판단된다.

3.1.2 제안된 방법들과 실험결과 비교

Snitko(1967)는 제안한 극한 지반반력에 대하여 말뚝저면의 마찰저항을 고려한 식(3)과 같이 2차 방정식으로 제안하였다.

$$p_u = \gamma z \left\{ \left(1 + \frac{2z \tan \phi}{3B \tan \beta} \right) \tan^2 \beta - K_a \right\} \quad (3)$$

여기서, ϕ 는 내부마찰각이며 β 및 B 는 $45+\phi/2$, 말뚝직경이다.

Broms(1964)와 Snitko(1967)가 제안한 극한 지반반력과 실험의 결과들을 정규화하여 상대밀도 70, 85%을 그림 4의 (a)와 (b)에서 비교하였다.

그럼에 의하면, Broms 방법은 실험결과보다 깊어질수록 과소평가 되며 Snitko 방법이 실험결과와 더 근접함을 알 수 있다.

표 3. 각 실험에 대한 상수(C_1 , C_2 , α , β) 값들

상대밀도 (D_r)	원심가속도 (g)	C_1	C_2	α	β
70	1	0.464	0.008	0.591	1.646
	12.5	0.191	0.007	0.955	1.852
	25.0	0.330	0.012	0.674	1.539
	37.5	0.189	0.016	0.904	1.468
	50.0	0.144	0.012	0.943	1.560
85	1	0.894	0.030	0.753	1.509
	12.5	0.676	0.014	0.550	1.705
	25.0	0.184	0.011	0.908	1.746
	37.5	0.185	0.018	0.822	1.426
	50.0	0.639	0.008	0.414	1.788
평균값			0.751	1.624	

표 3에서 상수값들 중 α 와 β 는 상대밀도와 무관하게 각각 평균값 0.751과 1.624로 얻어지며, 이는 지반반력계수가 깊이에 비례한다는 Ter-zaghi 방법(1955)과 극한 지반반력이 깊이에 비례한다는 Broms 방법과는 달리 깊을수록 지반반력계수와 극한 지반반력은 각각 Terzaghi 방법의 결과보다 감소하며 Broms 방법에 의한 결과보다 증가하는 것으로 나타났다.

이와같이, 일반적으로 간편하게 사용하고 있는 방법들에 의한 결과에 의존할 경우 실제보다 과대설계 또는 과소설계 될 가능성성이 크다고 할 수 있다.

3.2 말뚝직경의 영향

많은 실험결과들의 분석에 의하여, 지반반력계수(k_b)가 말뚝직경(D)의 $3/4$ 승에 반비례한다고 알려져 있다(吉田, 1972; 今井, 1970 등). 지반반력계수가 말뚝직경(D)의 $3/4$ 승에 반비례한다는 방법과 이론적인 방법을 실험결과($z/D=4, 22$ 인 경우)와 비교한 것이 그림 5와 같이 나타났다.

3.2.1 모형실험 결과분석

본 연구에서 수행한 결과에서는 말뚝직경의 증가에 대하여 지반반력계수가 급격히 감소하며, 깊은 깊이에서는 $nD(cm)$ 가 약 30 이상일 경우 지반반력계수는 거의 감소하지 않으며 얕은 깊이에서는 nD 가 약 15 이상일 경우 지반반력계수는 거의 감소하지 않은 것으로 나타났다.

그림 5에서와 같이 지반반력계수는 다음의 식 (4), (5)와 같이 지수함수식으로 회귀분석 되어지며, 극한 지반반력도 동일형태의 식 (6), (7)과 같이 본 연구에서 실험식을 회귀분석하였다.

$$\text{실험결과} : k_h/n\gamma = \alpha_1 (nD)^{-\beta_1} \quad (4)$$

$$\text{吉田, 今井 등} : k_h/n\gamma = \lambda_1 (nD)^{-3/4} \quad (5)$$

$$\text{실험결과} : p_{max}/n\gamma D = \alpha_2 (nD)^{-\beta_2} \quad (6)$$

$$p_{max}/n\gamma D = \lambda_2 (nD)^{-3/4} \quad (7)$$

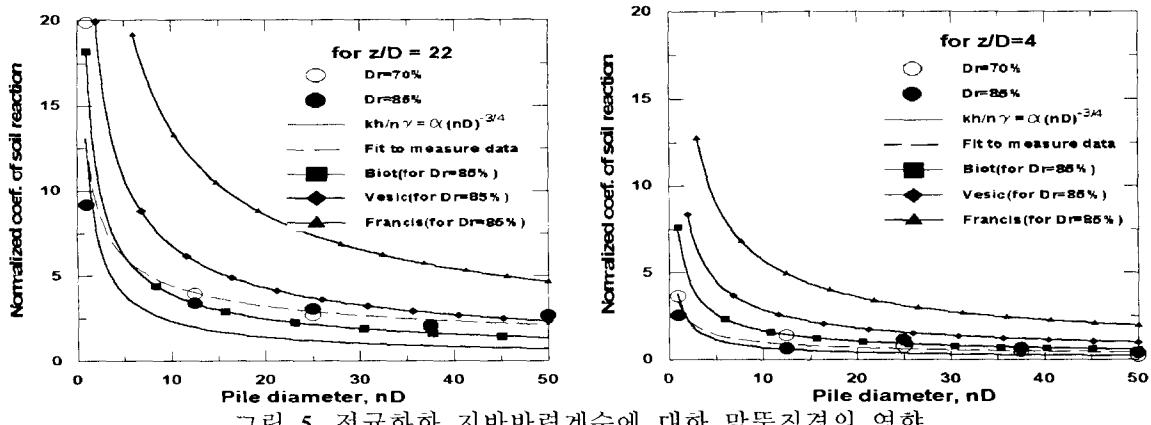


그림 5. 정규화한 지반반력계수에 대한 말뚝직경의 영향

그림 6과 7은 식(4), (5), (6), (7)에서 상수값들에 대한 근입깊이의 영향을 고찰하였다. 상수값들 중에 β_1 , β_2 는 R^2 값이 상당히 작아서 신뢰도가 다소 떨어지나, 본 연구에서 이 식들의 상수들(α_1 , β_1 , λ_1 , α_2 , β_2 , λ_2)은 말뚝 직경에 대한 근입깊이 비(z/D)를 변수로 한 지수함수식으로 다음의 식(8), (9)와 같이 얻어졌다.

$$\alpha_1 = 1.717 e^{0.0656(z/D)} \quad \beta_1 = 0.909(z/D)^{-0.587} \quad \lambda_1 = 1.853 e^{0.0778(z/D)} \quad (8)$$

$$\alpha_2 = 0.100 e^{0.1527(z/D)} \quad \beta_2 = 0.129 e^{0.0233(z/D)} \quad \lambda_2 = 0.138 e^{0.1470(z/D)} \quad (9)$$

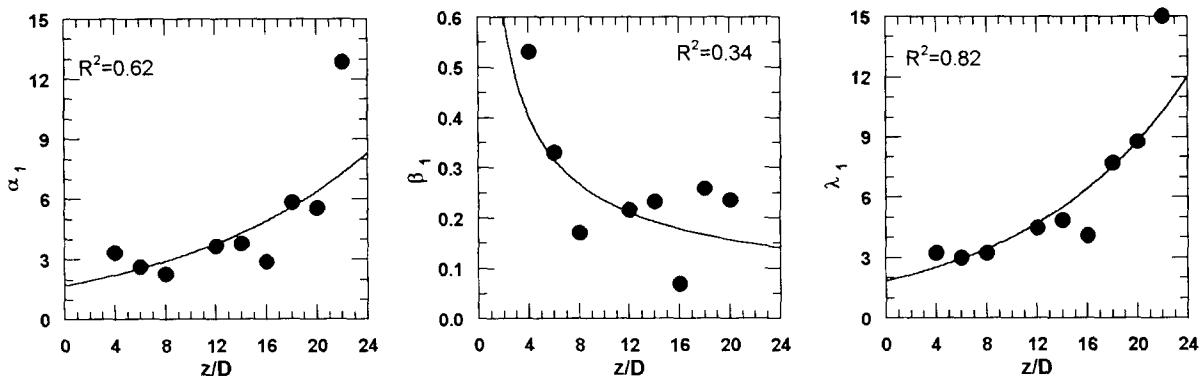


그림 6. 지반반력계수에 대한 깊이에 따른 상수(α_1 , β_1 , λ_1)값들의 변화

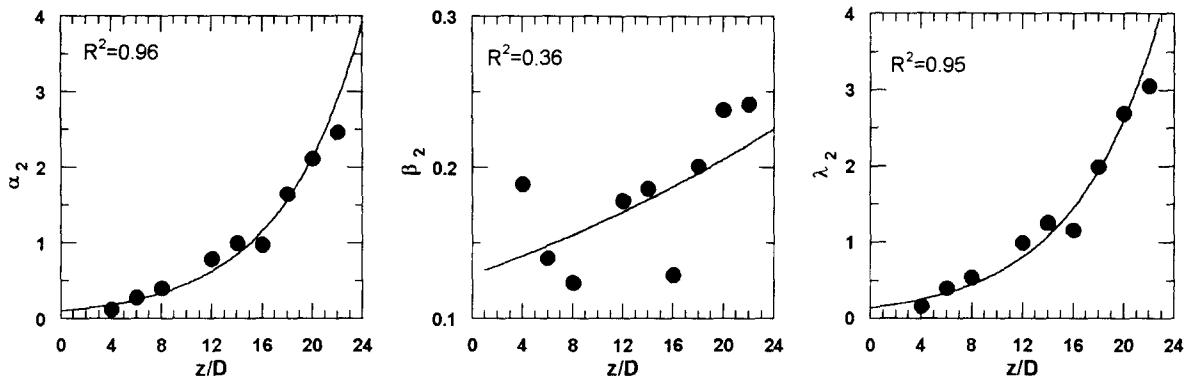


그림 7. 극한 지반반력에 대한 깊이에 따른 상수(α_2 , β_2 , λ_2)값들의 변화

3.2.2 제안된 방법들과 실험결과 비교

지반의 연속성을 고려하고 탄성론에 의해서 Winkler 지반반력계수를 결정하는 방법에는, 완전히 연속적인 탄성지반 위에 놓인 무한장의 기초에 집중하중이 작용하는 경우를 해석하는 Biot 방법(1937), 기존의 Biot 방법을 확장하여 등방탄성체 위에 놓인 기초에 대하여 해석하는 Vesic 방법(1961)과 탄성체가 기초의 양측에 넓게 분포하고 있는 것으로 가정하여 지반반력계수가 Vesic 방법의 2 배로 하는 Francis 방법이 있다. 이들 방법에 의한 지반반력계수의 함수식은 다음의 식(10), (11), (12)와 같다.

$$\text{Biot} : k_h = 0.28 E_s (E_s D^4/EI)^{1/12} / D \quad (10)$$

$$\text{Vesic} : k_h = 0.65 E_s (E_s D^4/EI)^{1/12} / D / (1-v^2) \quad (11)$$

$$\text{Francis} : k_h = 1.30 E_s (E_s D^4/EI)^{1/12} / D / (1-v^2) \quad (12)$$

여기서, E_s 는 Mitachi et al.^[1]이 삼축압축시험에 의하여 깊이의 0.47 승에 비례하는 것으로 제안한 식을 이용하였으며(김영수 등, 1997), EI는 말뚝의 강성계수, v 는 모래의 포화수비이다.

그림 5와 같이, 전술한 지반반력계수의 결정한 방법들 중에서 Biot 방법이 다른 방법들보다 잘 일치하는 것으로 나타났다. 그리고 얕은 깊이에서의 지반반력계수는 실험결과보다 제안된 결과가 크게 나타났으며, 깊은 깊이에서는 얕은 깊이에서 보다 실험결과에 근접하는 것으로 나타났다.

4. 결론

원심장내에서 말뚝기초의 p-y 관계를 연구하였으며, 근입깊이와 말뚝직경에 따른 지반반력계수와 극한 지반반력의 변화를 고찰하였다. 기존의 방법들과 실험결과를 비교하여 적용 타당성을 검토하였다.

- 수평변위-지반반력 관계는 본 실험의 결과와 비교한 결과, Konder가 제안한 쌍곡선 함수식이 잘 일치하였다.
- 수평변위-지반반력 관계에 대한 상대밀도와 원심가속도의 영향을 비교한 결과, 원심가속도가 작을 수록 극한 지반반력에 대한 상대밀도의 영향이 큰 것으로 나타났다. 이는 말뚝직경과 근입깊이의 증가는 상대밀도에 의한 극한 지반반력의 증가를 줄여주는 요인으로 작용하기 때문인 것으로 판단된다.
- 본 연구에서는 정규화한 지반반력계수와 극한 지반반력은 깊이를 변수로 한 지수함수식으로 표현되는 실험식을 얻어졌으며, 지반반력계수는 깊이의 0.751 승에 극한 지반반력을 깊이의 1.624 승에 비례하는 것으로 나타났다.
- 극한 지반반력에 대한 Broms 방법, Snitko 방법과 실험결과의 비교에서 Snitko 방법이 Broms 방법보다 실험결과에 더 근접한 것으로 나타났으며 Broms 방법은 깊을수록 실험결과와의 차가 증가하며 과소평가 되었다.
- 지반반력계수와 극한 지반반력에 대한 말뚝직경의 영향에 관한 고찰에서, 지반반력계수 및 극한 지반반력은 말뚝직경을 변수로 한 지수함수식으로 표현되었으며 함수식의 상수값들은 말뚝직경에 대한 깊이 비로 표현되는 실험식들을 얻었다.

6. 말뚝적경과 지반반력계수의 관계에 대한 기존의 방법과 실험결과의 비교에서, Biot 방법이 실험결과에 근접한 것으로 나타났으며, 얕은 깊이에서 실험결과 보다 제안된 방법의 결과가 크게 나타났다.

본 연구의 결과들을 이용한 p-y 해석결과와 연속말뚝에 대하여 수행한 원심모형실험결과를 비교하여, 실험식들에 의한 말뚝 수평거동 해석의 적용 타당성을 검토하고자 한다.

참고문헌

1. 김명탁, 김영수, 손원일(1995), “사질토지반에서 수평정적하중에 의한 강관말뚝의 거동에 관한 원심 모형실험 연구”, 1995년도 대한토목학회 발표논문(III), pp. 395-398.
2. 김영수, 김명탁, 서인식(1996), “원심모형실험에 의한 강관말뚝의 수평거동연구”, 한국지반공학회지, 제 12 권, 제 6 호, pp.5-20.
3. 김영수와 3인(1997), “수정 Vlasov 모델에 의한 휨성 강관말뚝의 수평거동 연구”, 대한토목학회집, 제 17 권, 제 III-3 호, pp.249-260.
4. 吉田 嚴(1972), “A Method to Estimate Modulus of Horizontal Subgrade Reaction for a Pile”, 土質工學會論文集, Vol.12, No.3
5. 今井常雄(1970), “地盤 橫方向 K 値 研究(4)”, Soil and Foundation, Vol18, No.1
6. Snitko, N.K.(1967), 靜・動土壓 解析 計算, 產業圖書, pp.258-262.
7. Biot, M.A.(1937), “Bending of an infinite Beam on an Elastic Foundation”, J. Of Applied Mech., Trans. Of ASME, Vol.59, A1-7.
8. Broms, B.B.(1964), “Lateral Resistance of Piles in Cohesionless Soils”, Proc. ASCE, Vol.90, SM.3.
9. Francis, A.J.(1964), “Analysis of pile Groups with Flexural Resistance”, ASCE, Vol.90, SM.3
10. Georgiadis et al.(1992), “Centrifugal testing of Laterally loaded piles in Sand”, Can. Geotech., J.29, pp.208-216.
11. Konder, R.L.(1963), “Hyperbolic Stress-Strain response : Cohesive Soils”, ASCE, Vol.89, SM.1, pp.115-143.
12. Kanenawa, T.M.(1996), “A study on the behavior of single pile under Lateral Load”, Master course paper, Civil ENG., T.I.T.
13. Terzaghi, K.(1955), “Evaluation of Coefficient of Subgrade reaction”, Geotechnique, Dec.
14. Vesic, A.B.(1961), “Beding of Beams Resting Isotropic Elastic Solid”, ASCE, Vol.87, SM.3