

탄소성지반상의 보이론을 이용한 널말뚝 벽의 역해석

Back Analysis on Wall Displacement Using Beam on Elasto-Plastic Foundation

김수일¹⁾, Soo-Il Kim, 장범수²⁾, Buhm-Soo Chang, 문준식³⁾, Joon-Shik Moon

¹⁾ 연세대학교 공과대학 토목공학과 교수, Professor, Dept. of Civil Eng., Yonsei Univ.

²⁾ 연세대학교 공과대학 토목공학과 박사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Eng., Yonsei Univ.

³⁾ 연세대학교 공과대학 토목공학과 석사과정, Graduate Student, Dept. of Civil Eng., Yonsei Univ.

SYNOPSIS : The predicted behavior of wall is quite different from the measured one mainly due to the approximate numerical techniques as well as the uncertainties involved soil properties. In this study, in order to improve the prediction, we applied the multi-step back analysis technique on the developed computer program by using the optimization theory. The soil was modeled by a family of nonlinear springs which are represented by p-y curves. Based on the obtained results, it is found that the present approach using the back analysis technique can be effectively used to predict the sequential behavior of earth retaining wall.

KEYWORDS : Beam on elasto-plastic foundation, Back analysis, Optimization, P-y curve, Earth retaining wall

1. 서 론

모든 공학문제해결에 있어 가장 중요한 것은 당면한 과제를 어떻게 현실에 맞도록 이상적으로 Modeling하느냐 하는 것으로, 교량이나 댐과 같이 지상에 건설되는 구조물은 그 기하학적 형상 및 설계 하중 등이 비교적 명확하며, 그 사용재료의 역학적 특성 또한 시험 등을 통해 정확히 결정될 수 있으므로 수치해석의 효율적 적용이 가능하다.

그러나 지하구조물의 경우 그 대상에 있어 균질한 경우보다는 불균질한 경우가 많고, 탄성변형과 더불어 소성변형을 일으키며, 소성적인 체적변형을 일으키는 투수성 재질을 다룬다는 점에서 수치해석의 효율적 적용에 어려움이 많다. 또한 실내시험에 의한 지반의 역학적 특성은 현장의 지반상태를 제대로 반영하지 못하고 이상적인 조건하에서 얻어진 결과를 현장에 바로 적용하는데는 문제가 있다. 따라서 현장의 지반상태 및 거동을 반영하고 해석자의 주관을 배제하여, 지반의 역학적 특성을 객관적으로 반영하기 위한 연구가 필요하다. 즉, 이러한 연구는 지하구조물 거동상태를 나타내는 지반계측결과를 이용하여 지반의 역학적특성을 유도하는 것으로 이를 역해석(back analysis)라 부른다.

본 연구에서는 흙막이 벽의 하중-변위에 관한 해석법들중 흙막이 벽의 변위에 따른 토압을 고려할 수 있는 탄성보 이론에 의한 해석법에 역해석이론을 적용하여 실제거동을 보다 가깝게 예측할 수 있는 흙막이 벽의 굴착단계별 예측 프로그램을 개발하였다.

벽체의 제원은 비교적 오차가 작다고 판단되므로 지반물성을 주요 역해석 대상으로 다변수비선형 역해석을 수행하였다. 차기굴착단계(n+1단계)의 변위예측에 있어서, 최종굴착단계(n단계)까지 계속된 각각의 변위들을 이용하여 지반물성 및 단계별 토압을 재산정하여 변위를 예측하는 시스템을 구축하였다.

2. 탄소성지반상의 보 이론

2.1 Beam-Column이론을 이용한 흙막이 구조의 모델링

그림 1은 일련의 스프링으로 대체된 탄성지반상에 놓인 보 모델을 사용한 Winkler해법을 표현한 것으로 흙막이 구조의 모델링의 경우 깊이 방향의 스프링 강성의 변화, 굴착 및 보강재의 설치 등을 고려하기 위해서 그림 1의 보요소를 90° 회전하여 그림 2와 같은 모델을 사용하였다.

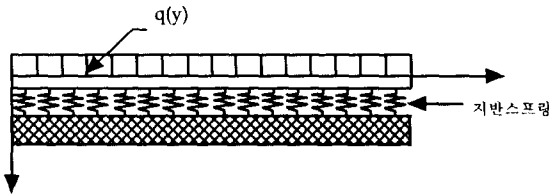


그림 1 탄성지반상의 보

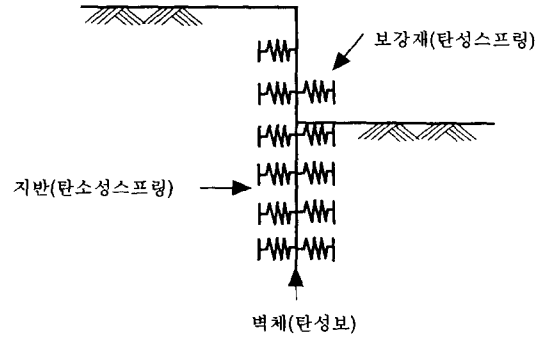


그림 2 탄소성보법을 이용한 벽체의 모델링

벽체는 휨강성 EI 를 갖는 보요소로 흙막이 벽 주변지반과 보강재는 스프링요소로 대체하였다. 이 경우 벽체에 횡방향으로 가해지는 힘이 없다면 토압에 의한 횡하중을 받는 벽체의 미분방정식은 식 (1)과 같이 유도된다.

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - P(y) = 0 \quad (1)$$

이 때 흙의 지반반력계수를 K_{soil} , 보강재의 축방향강성을 AE , 보강재의 설치간격을 S , 보강재의 자유장 또는 좌굴장을 L , 보강재의 설치각도를 θ 라하면 토압 $P(y)$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P = q - K_{soil} y - \frac{AE'}{LS} \cos \theta y = q - \left(K_s + \frac{AE'}{LS} \cos \theta \right) y = q - Ky \quad (2)$$

따라서 식 (2)는 식 (3)과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{q - Ky}{EI} = \frac{d^4 y}{dx^4} \quad (3)$$

벽체를 그림 3과 같이 n 개의 불연속된 조각으로 나누면 Newton의 전방유한차분법에 의해 식 (4), 식 (5) 및 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{y_{i+2} - 2y_i + y_{i-1}}{h^2} \quad (4)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = \frac{y_{i+2} - 2y_{i+1} + 2y_{i-1} - y_{i-2}}{2h^3} \quad (5)$$

$$\frac{d^4 y}{dx^4} = \frac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4} \quad (6)$$

식 (6)을 식 (3)에 대입하면 식 (7) 혹은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{q_i - K_i \cdot y}{EI} = \frac{y_{i+2} - 4y_{i+1} + 6y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2}}{h^4} \quad (7)$$

$$\frac{q_i h^4}{EI} = y_{i+2} - 4y_{i+1} + \left(6 + \frac{K_i h^4}{EI}\right) y_i - 4y_{i-1} + y_{i-2} \quad (8)$$

따라서 벽체가 n개의 node를 갖고 있다면 n+4개의 방정식이 필요하며 이를 위해 벽체 최상단 위의 2개 node와 벽체 최하단 밑의 2개 node, 즉 4개의 가상 node를 설정하여 다음과 같은 방정식을 추가하였다.

$$\frac{V_o}{EI} = \frac{d^3 y_o}{dx^3} = \frac{y_2 - 2y_1 + 2y_{-1} - y_{-2}}{2h^3} \quad (9)$$

$$\frac{M_o}{EI} = \frac{d^2 y_o}{dx^2} = \frac{y_2 - 2y_o + y_{-1}}{h^2} \quad (10)$$

$$\frac{V_n}{EI} = \frac{d^3 y_n}{dx^3} = \frac{y_{n+2} - 2y_{n+1} + 2y_{n-1} - y_{n-2}}{2h^3} \quad (11)$$

$$\frac{M_n}{EI} = \frac{d^2 y_n}{dx^2} = \frac{y_{n+2} - 2y_n + y_{n-1}}{h^2} \quad (12)$$

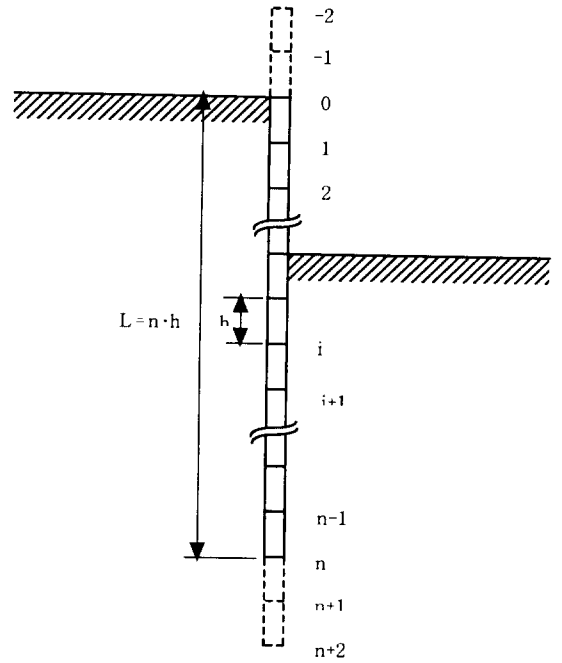


그림 3 흠막이 구조물의 유한 차분도

연산에 사용한 행렬식의 형태로 식 (13)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -4 & 6 + \frac{K_0 h^4}{EI} & -4 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 + \frac{K_1 h^4}{EI} & -4 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & 6 + \frac{K_2 h^4}{EI} & -4 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & -4 & 6 + \frac{K_n h^4}{EI} & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & 2 & 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{-2} \\ y_{-1} \\ y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2V_o h^3}{EI} \\ \frac{M_o h^2}{EI} \\ \frac{q_0 h^4}{EI} \\ \frac{q_1 h^4}{EI} \\ \frac{q_2 h^4}{EI} \\ \vdots \\ \frac{q_n h^4}{EI} \\ \frac{M_n h^2}{EI} \\ \frac{2V_n h^3}{EI} \end{bmatrix} \quad (13)$$

여기서 EI : 벽체의 강성

M₀ : 벽체상단에서의 모멘트

M_n : 벽체 하단에서의 모멘트

q : 벽체 변위가 없을 때 벽체에 가해지는 하중

h : 절점사이의 간격

V₀ : 벽체상단에서의 전단력

V_n : 벽체하단에서의 전단력

y_n : 벽체 하단의 변위

2.2 흙막이 벽의 모델링

흙막이 벽체의 형식은 크게 두 가지로 구분하였다. 첫 번째는 그림 4의 (a)에 나타난 엄지말뚝-흙막이판으로 이루어진 흙막이구조물과 같은 불연속벽체이고 다른 하나는 그림 4의 (b)에 나타난 지중연속벽과 같은 연속벽체이다. 연속벽체의 경우, 굴착부나 근입부 모두에서 휨강성 EI를 갖는 보요소와 벽체의 단위폭에 걸리는 토압으로부터 얻은 하중-변위곡선을 따라 거동하는 지반스프링으로 모델링하였다. 불연속벽체의 경우, 엄지말뚝의 휨강성 EI가 보의 휨강도로 고려하며, 굴착깊이 이상에서는 흙막이판에 걸리는 토압과 엄지말뚝에 걸리는 토압 및 지반스프링을 모두 고려하고, 굴착깊이 이하에서는 엄지말뚝에 걸리는 토압 및 지반스프링만을 고려하도록 모델링하였다. 보강재에 가해지는 프리스트레스는 보강재 사이의 간격으로 나누어 작용하도록 하였다.

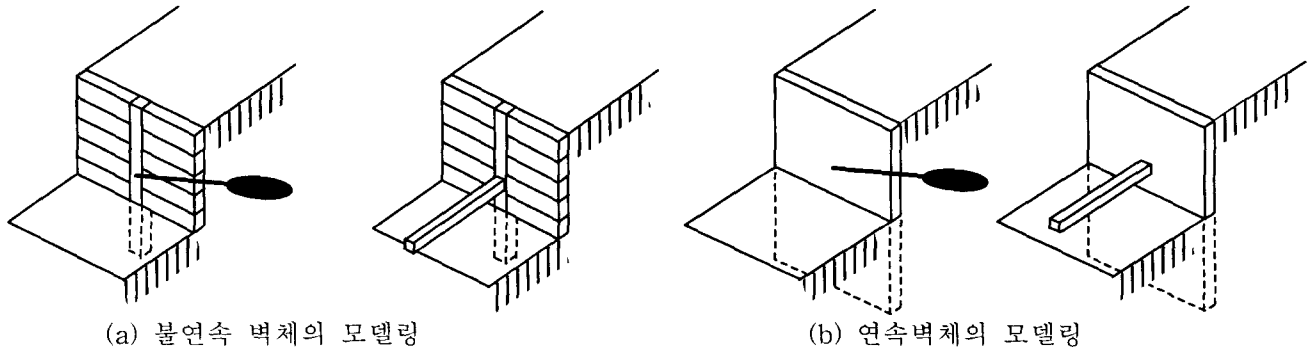


그림 4 벽체의 모델링

2.3 하중-변위 곡선을 이용한 흙막이벽 주변지반의 모델링

벽체에 작용하는 토압은 여러 가지 요인에 의해 지배되는데 대표적인 요인으로는 흙의 물성, 벽체의 변형량, 흙입자간의 상호작용, 흙강도의 시간적 영향, 그리고 흙과 벽체의 경계면에서의 상호작용 등을 들 수 있다. 그러나 흙입자간의 상호작용이나 흙강도의 시간적 영향 등은 흙막이 벽과 같은 가설구조물 현장에서의 기본물성시험만으로 예측하기에는 어려움이 많다. 그림 5는 지반의 변위와 토압과의 상관관계를 도시한 것으로 Rankine과 Coulomb은 토체가 소성한계변위에 도달하였을 때 흙의 기본물성과 지반과 벽체의 상호작용만을 고려한 토압산정법을 제안하였다.

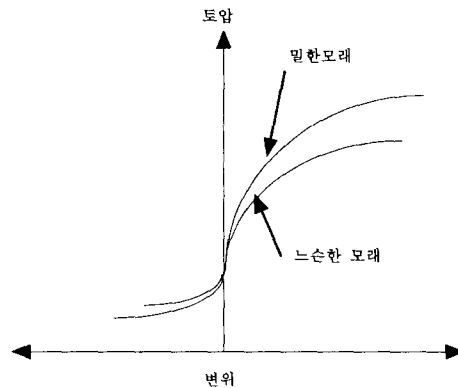


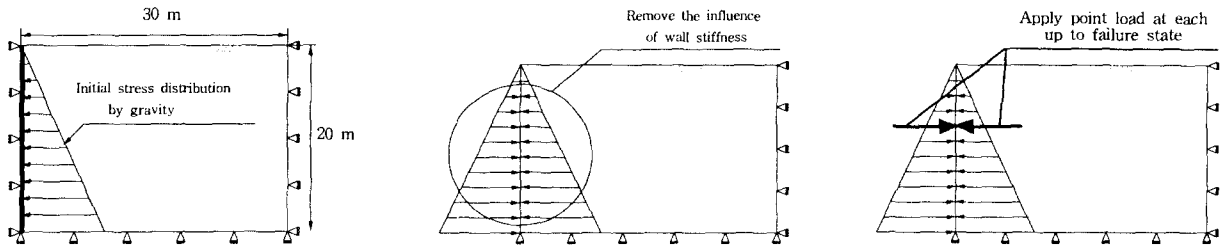
그림 5 지반의 변위와 토압과의 상관관계

이러한 관계에 대한 각 지반별, 깊이별 경향을 파악하기 위해 유한차분법을 이용한 컴퓨터 프로그램인 FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua)을 사용하여 수치해석적인 접근을 시도해 보았다.

FLAC 해석시 사용한 지반의 모형과 해석단계는 그림 6에 나타난 바와 같이 임의의 굴착 깊이(z)에 수평하중을 점진적으로 증가 또는 감소시켜 주동과 수동상태를 야기하면서 지반의 한계상태까지의 전형

적인 하중-변위 관계를 추적해 보았다. 그림 7과 그림 8은 FLAC 해석에서 얻어진 모래질 지반과 점토질 지반에 대한 각 지반물성별, 깊이별 하중-변위 관계를 도시한 것으로, 이러한 비선형적인 흙의 거동을 해석에 이용하기 위하여 그림 9의 점선과 같이 선형적으로 단순화하여 모델링하였다.

흙막이 벽체의 변위 해석을 위하여 한계소성변위를 고려한 하중-변위곡선을 이용하여 실제 기준 지반의 거동을 적절히 반영할 수 있는 프로그램을 개발하였다. 그림 10은 소성변위가 발생할 때의 하중-변위곡선의 변환을 나타낸 것이며 그림 11은 하중-변위곡선을 이용한 흙막이 벽의 모델링을 도시한 것이다. 지반은 하중-변위 곡선을 따라 거동하는 지반스프링으로 벽체는 보로 모델링하였다.



(a) 1st step : 자중에 의한 K_0 condition 재현

(b) 2nd step : 벽체의 휨강성을 소멸시키기 위하여 반력(K_0 상태)작용

(c) 3rd step : 토체의 하중-변위관계를 알아보기 위해 파괴하중까지 점진적으로 하중 증가

그림 6 FLAC 해석시 사용한 지반 모형과 해석 단계

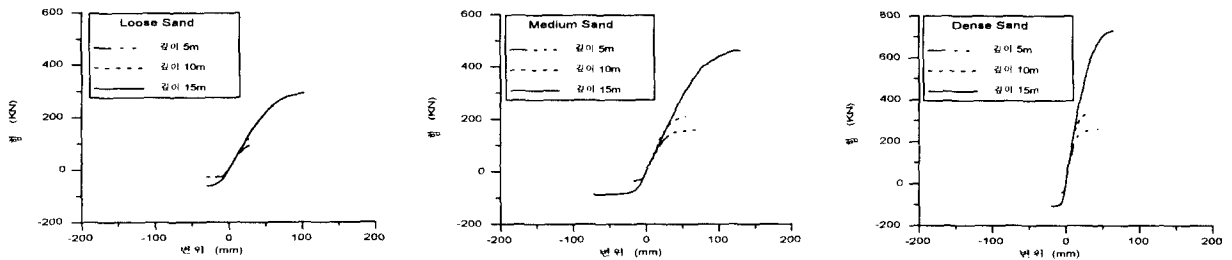


그림 7 모래지반의 하중-변위 관계

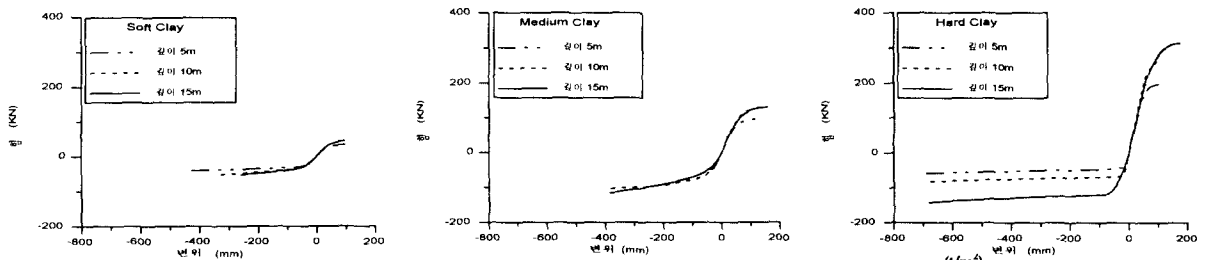


그림 8 점토지반의 하중-변위 관계

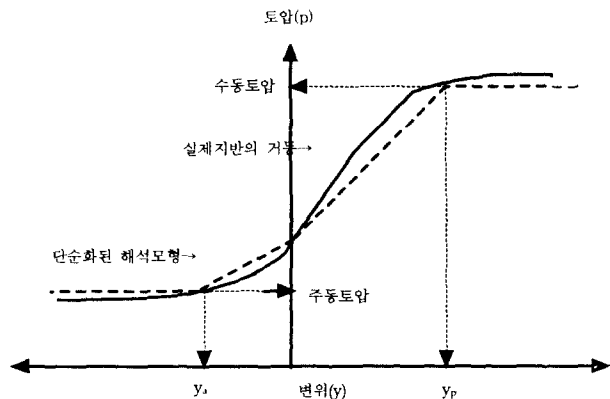


그림 9 흙막이벽의 주변지반의 하중-변위곡선

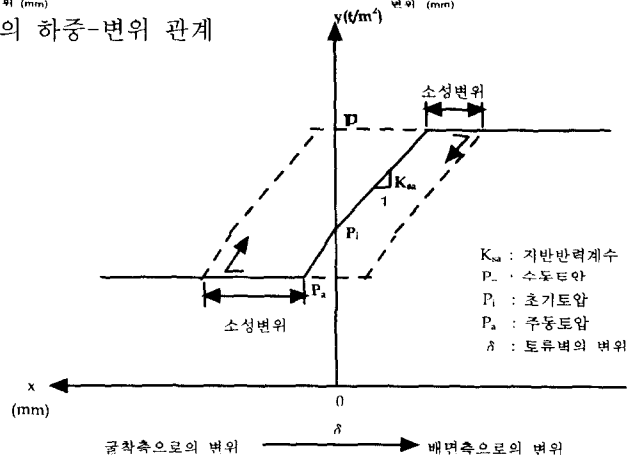


그림 10 소성변위발생시 하중-변위곡선의 변환

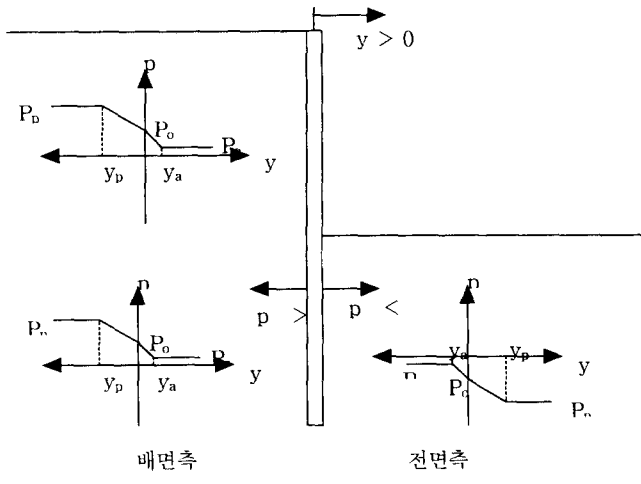


그림 11 벽체의 변위에 따른 하중-변위곡선의 변화

2.4 흠막이 벽 해석 프로그램의 알고리즘

본 연구에서 정해석을 위해 개발한 프로그램은 흠막이 구조물의 상호 작용을 고려하여 벽체에 작용하는 토압이 최소 주동토압과 최대 주동토압의 범위내에서 벽체의 변위에 비례한다는 가정하에 결정되는 탄소성법을 사용하였다. 본 프로그램은 전 절에서 기술한대로 흠막이벽체 벽체는 보요소로, 지보재는 탄성스프링으로, 벽체의, 굴착면 및 배면측의 흠은 하중-변위곡선을 따라 거동하는 탄소성스프링으로 단순화하였다. 일반적으로 주상도를 만들거나 보강재 설치시의 깊이에 대한 오차가 10cm이므로, 지층이나 보강재의 모델링시 보강재의 설치위치, 토층의 경계 및 지하수위가 각각의 절점에 위치할 수 있도록 각 요소는 10cm간격으로 나누어 산정하였다. 그림 12는 본 연구에서 개발한 탄소성 지반상의 보이론에 의한 흠막이벽 해석프로그램의 흐름도이다.

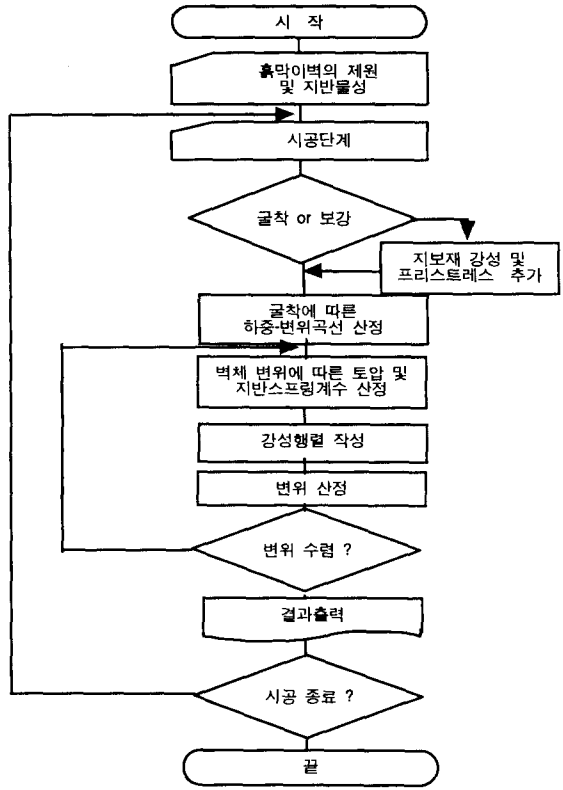


그림 12 흠막이벽 해석프로그램의 흐름도

2.5 흠막이벽 해석프로그램의 검증

본 절에서는 본 연구에서 개발한 탄소성 지반상의 보이론에 의한 흠막이벽 해석프로그램의 신뢰성을 검토하기 위해 미국국립과학재단(N.S.F)이 지정한 Texas의 공인된 지반에 순수연구용으로 시험시공, 계측한 흠막이 벽의 계측결과와 비교 검토하였다. 표 1은 해석 대상지반의 지반물성을 나타낸 것이고, 그림 13과 그림 14는 굴착시 및 보강재 설치시 계측변위와 해석변위를 나타낸 것으로 매우 유사한 결과를 나타내고 있음을 알 수 있다.

표 1 해석 대상지반의 물성

지반물성	단위중량 (t/m ³)	내부마찰각 (°)	벽마찰각 (°)	N-value		
				깊이(m)	Test 1	Test 2
1.85	32	16	1.52	89	11	
			3.05	8	12	
			4.57	10	10	
			6.10	10	10	
			7.62	19	24	
			9.14	22	16	
			10.67	10	26	

표 2 1단 앵커 사례의 벽체 및 앵커의 제원

벽체 제원	벽체 길이 (m)	9.14
	횡방향강성 (t-m ²)	3657.0
	엄지말뚝지름(m)	0.26
앵커 제원	앵커설치간격(m)	2.44
	자유장 (m)	4.6
	프리스트레스 (t)	31.1
	앵커강성 (t/m)	2064.2
	설치경사각 (°)	30

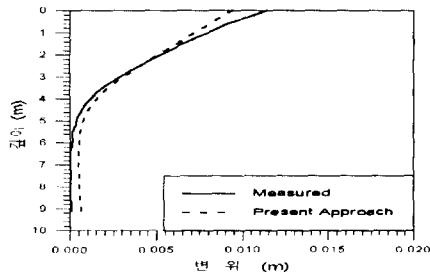


그림 13 굴착시의 변위 비교

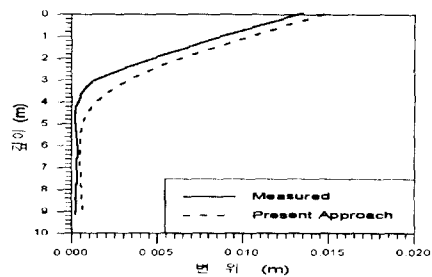


그림 14 보강시의 굴착비교

3. 역해석

일반적으로 공학적 문제에서 변수의 종류는 설계변수(Design variable)와 응답변수(response variable)로 구분할 수 있다. 정해석은 설계변수가 주어진 상태에서 응답변수를 구하는 과정이며, 역해석은 응답변수를 측정하여 설계변수를 추정하는 과정이다. 응답변수는 설계변수의 함수이므로 역해석은 일반적으로 비선형문제가 된다. 이러한 문제해결을 위해 지반공학분야에서 사용되고 있는 역해석 방법은 일반적으로 역산법, 시산법, 직접법과 통계적인 방법으로 나눌 수 있다. 흙막이벽에서의 역해석은 현 단계까지의 계측자료를 이용하여 현단계 및 차기 굴착단계에서의 구조물의 안정성 확보를 주목적으로 해석 대상지반의 물성을 추정하는 것으로 크게 단단계 역해석과 다단계 역해석으로 나눌 수 있다.

최소자승법에 의한 단단계 역해석의 목적함수는 식 (14)와 같이 표현할 수 있다. 흙막이벽의 해석대상 굴착단계의 해석결과와 계측결과와의 오차를 최소화하는 단단계 역해석 기법(Single step method)은 해석대상 굴착단계의 계측결과만을 입력자료로 하기 때문에 이전 단계의 상태변화를 반영할 수 없으며 해의 유일성을 보장할 수 없는 단점을 갖고 있다. 흙막이벽의 굴착단계별 역해석에서보다 정확한 결과를 얻기 위하여 모든 굴착 단계의 측정치와 계산치의 오차를 최소화하는 다단계 해석 기법(Multi step methods)은 전 굴착단계의 측정치 모두를 입력자료로 하기 때문에 이론적으로는 전 굴착과정의 상태변화를 반영할 수 있는 장점을 가지고 있으며, 어느 정도 해의 유일성을 보장할 수 있다. 최소자승법에 의한 다단계 역해석의 목적함수는 식 (15)와 같이 표현할 수 있다. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 이러한 해석방법 역시 계측상 오차의 누적이나 임의의 굴착 단계에서 벽체의 강성 및 지반물성에 의해 발생한 변위가 아닌 특이 변위가 발생했을 때 이의 누적으로 인하여 정확한 해를 얻는 것은 불가능하다.

본 연구에서는 이러한 단점을 보완하기 위해 n 번째 단계의 측정치를 이용한 역해석시 $n-1$ 단계의 측정치로부터 실제 발생한 변위를 역해석 대상으로 삼아 실제 현장 지반물성을 정확히 산정하고 실제 변위에 근접한 해석을 하기 위한 연구를 수행하였다. 식 (16)은 본 연구에서 개발한 다단계 역해석 프로그램에서 사용한 목적함수이다.

$$F = \sum_{i=1}^n (D_i^* - D_i)^2 \quad (14)$$

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (D_{ij}^* - D_{ij})^2 \quad (15)$$

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m (\Delta D_{ij}^* - \Delta D_{ij})^2 \quad (16)$$

- 여기서,
- n : 역해석 대상 시공단계
 - m : 계측점의 수
 - D_i^* : 역해석 대상단계의 j 번째 계측점의 계측결과
 - D_i : 역해석 대상단계의 j 번째 계측점의 해석결과
 - ΔD_{ij}^* : 역해석 대상단계의 j 번째 계측점의 변형량 계측결과
 - ΔD_{ij} : 역해석 대상단계의 j 번째 계측점의 변형량 해석결과

표 3과 표 4는 본 연구에서 개발된 역해석 알고리즘에 의한 프로그램의 타당성을 검증하기 위한 모형 토조실험의 지반물성과 벽체 및 앵커의 제원이다. 또한 모형토조실험시 벽체 및 지반물성에 의한 변위가 아닌 특이변위발생시의 역해석을 위해 15cm굴착 후 외력에 의해 강제적으로 특이 변위를 발생시켰다. 그림 15는 15cm굴착후 이상 특이발생시 변위, 1단앵커 인장시 변위, 40cm굴착시 변위, 2단앵커 인장시 변위를 나타낸 것이고 그림 16은 이들 계측자료를 이용, 65cm 굴착시의 실측 변위와 일반적인 다단계 역해석 기법을 사용한 예측변위 및 본 연구에서 개발된 역해석 기법을 사용한 예측변위를 도시한 것이다.

표 3 지반물성

깊이 (cm)	점착력 (t/m ²)	내부 마찰각 (°)	단위중량 (g/cm ³)
10	0	35	1.57
20			1.59
30			1.59
40			1.63
50			1.61
60			1.62
70			1.63
80			1.61
90			1.61

표 4 벽체 및 앵커의 제원

벽체 제원		벽체 길이 (cm)	95	
		횡방향강성 (t-m ²)	3.0×10 ⁻³	
		벽체두께(mm)	3.76	
		앵커설치간격(cm)	33.35	
앵커 제원	1 단 앵커	자유장 (cm)	104.0	
		프리스트레스 (kg)	10	
		앵커강성 (t/m)	9.47×10 ⁶	
			설치위치 (cm)	10
	2 단 앵커	자유장 (cm)	104.0	
		프리스트레스 (kg)	20	
		앵커강성 (t/m)	9.47×10 ⁶	
			설치위치 (cm)	35
	3 단 앵커	자유장 (cm)	104.0	
프리스트레스 (kg)		20		
앵커강성 (t/m)		9.47×10 ⁶		
		설치위치 (cm)	60	

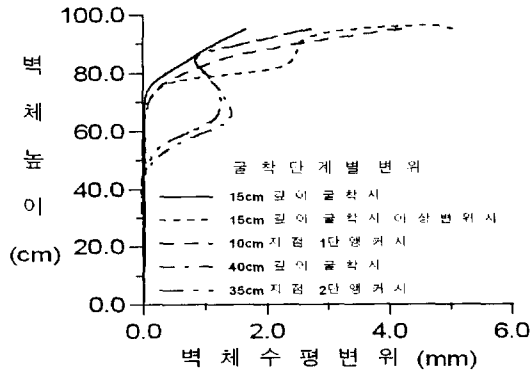


그림 15 역해석에 사용된 굴착단계별계측변위

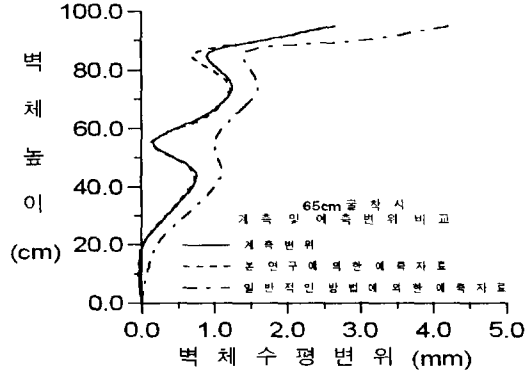


그림 16 역해석된 지반물성에 의한 차기 굴착단계의 예측변위의 계측변위

4. 결론

흙막이 벽의 굴착단계별 거동을 예측하기 위해 탄소성지반상의 보이론을 이용하여 지반스프링은 탄소성 스프링으로 지보재는 탄성스프링으로 모델링하여 프로그램을 작성하고, 현장에서 계측된 자료로부터 현장지반의 비선형 거동을 보다 적절히 반영할 수 있도록 역해석 기법을 적용하였다. 적용된 역해석 기법을 통하여 흙막이 벽의 굴착단계별 거동에 영향을 주는 지반반력 계수 및 토압계수에 대한 최적화를 실시하였으며, 이를 토대로 차기 단계의 굴착을 비교적 정확히 예측할 수 있었다.

5. 참고문헌

- 1) Terzaghi, K., and Peck, R. B.(1948), "Soil Mechanics in Engineering Practice Introduction, John Wiley & Sons, Inc., 1948
- 2) S.Sakurai(1988), "Back analysis of measured displacements in a shallow tunnel excavated in sandy materials", Proc. of Int. Symp. on Underground Engineering, Vol.1, pp33-42