

## Ruled Surface를 이용한 효율적인 5축 Heel cutting (The Efficient 5-Axis Heel cutting Using Ruled Surface)

공영식(전북지방중소기업 사무소), 이희관(전북대원), 박세형(한국과학기술연구소), 양균의(전북대)

Y.S., Kong(Chonbuk Regional Small and Medium Business Office)

H.K., Lee(Graduate School, Chonbuk Univ), S.Y., Park(KIST), G.E., Yang(Chonbuk Univ)

### ABSTRACT

A 5-axis NC milling technology is presented on ruled surface. Problems in 5-axis NC machining are such as tool interference, tool collision and change of tool attitude, etc. The change of tool attitude causes rotation of cutter and variation of feedrate to overcut part surface. This poor control of tool attitude is the primary problem in multi-axis NC milling.

This paper observes ruled surface for control of tool attitude. Ruled surface is composed of directrix and ruling, line of constant magnitude. Directrix corresponds to points on part surface and Ruling cutting tool. Trajectory of tool movement corresponds to ruled surface.

**Keywords :** 5-axis NC milling(5축 NC밀링 가공), Ruled surface, Tool attitude(공구자세), Directrix, Ruling

### 1. 서 론

Ruled surface의 생성 원리를 5축 가공에 적용하고 ruled surface의 분석된 geometry를 이용하여 5축 가공의 정밀도를 높이고자 한다. 5축 가공에서는 2 축의 증가에 따른 기구학적 복잡성이 기하급수적으로 커져 공구의 운동을 해석하기가 난해지고 이는 NC code의 길이의 증대와 컨트롤러에서의 수정 작업이 요구되는 등 어려움이 발생한다. 5축 가공 기술에 대한 연구는 5축 가공기(machining tool)와 가공 기술에 관한 연구로 분류될 수 있다. 5축 가공기에 대한 연구는 기계 구조적 강성의 개선, 운동학적 성능의 개선, 5축 콘트롤러 성능의 개선 등의 분야이다. 5축 가공 기술은 기하학적 영역과 물리적 영역의 연구로 분류되며 현재까지는 두 분야가 확립되지는 못한 상태이다.

Ruled surface는 주어진 공간상의 곡선과 이 곡선을 지나는 ruling line에 의해서 생성된다. Ruled surface를 5축 NC milling에 적용할 경우 ruled surface의 direx는 가공 곡면인 part surface가 될 것이고, ruling은 공구의 자세가 될 수 있다. ruled surface는 공학적으로 다양한 분야에 응용되어서 기하학적 성질이 잘 연구되었다.

5축 NC가공에 있어서 공구축이 항상 ruled

surface에 평행하거나(side cutting) 불록곡면에 수직하도록 유지(heel cutting)함으로써 가공시간을 감소하거나 곡면을 보다 매끄럽게 가공을 한 연구가 있다<sup>[1-6]</sup>.

현재는 공구 자세에 대한 연구가 체계적으로 이루어지지 않는 체 임의의 sturz각을 주어 가공하였다<sup>[7]</sup>. 이러한 가공 방법은 평면, 불록면 그리고 완만한 오목면 가공까지만 한정적으로 적용되었다<sup>[1]</sup>. 5축 가공에서는 공구 자세의 변화가 회전 운동을 일으키 큰 가공 오차를 발생하거나 공구와 공작물 사이에 간섭을 일으키기 때문이다.

또한, 비틀림이 있는 ruled surface의 경우 공구자세 변화에 의해 간섭이 발생함으로써 공구자세를 적정량 회전시켜 간섭을 감소시키는 연구도 있다<sup>[4]</sup>.

그러나, 5축 NC milling에서 공구 자세 변화에 관한 연구는 깊이 다루어지지 못하고 있다. 절삭의 복잡한 현상 때문이기도 하고 공구 자세 변화가 가공에 미치는 예상하기 어려운 영향들 때문이다. 본 연구에서는 ruled surface의 이론을 도입하여 5축 가공에 적용하여 최적의 공구 자세를 선정하고자 한다. Ruled surface에 대한 이미 수학적으로 확립된 기반을 이용하여 분석하고 최적의 자세를 결정하고자 한다.

## 2. Ruled surface의 해석

Ruled surfaces는 ruling이 안내 곡선의 접선 방향으로 평행하거나 일정한 경우의 developable과 그렇지 않는 경우의 undvelopable로 나눌 수 있다<sup>[8]</sup>. Developable ruled surface의 ruling은 5축 가공의 side cutting을 위한 공구 자세 설정에 응용될 수 있으며 undvelopable ruled surface의 ruling은 5축 가공의 일반적인 heel cutting을 위한 공구 자세 설정에 응용될 수 있다.

Ruled surface  $S(u, v)$ 은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$S(u, v) = P(u) + va(u) \quad (1)$$

여기서,  $P(u)$ 는 directrix,  $a(u)$ 는 ruling,  $u, v$ 는 임의의 실수 매개변수이다.

Ruled surface의 ruling, directrix 및 striction은 Fig.1에 보이고 있다.

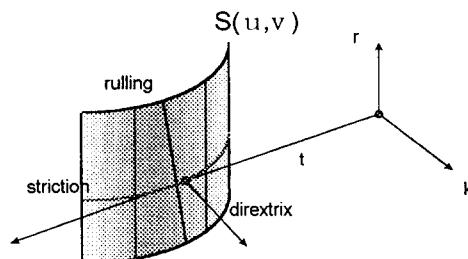


Fig.1 The striction of ruled surface

Ruling은 일정한 크기만을 가지므로 ruled surface는 5개의 매개변수로 표현될 수 있다.

위의 식을 단순하게 하기 위해서 정규 매개변수를 사용한다. 5축 가공에서는 ruling의 변화가 중요하므로 ruling의 norm를 이용한다.

$$s(u) = \int_0^u \left| \frac{da(u)}{du} \right| du \quad (2)$$

위의 식은 ruling의 각속도로 생각할 수 있다.

Striction line은 ruling 사이를 최단 거리로 연결하는 점들의 궤적으로 ruled surface만이 갖는 독특한 특징이다. 이 striction line은 ruled surface의 curvature theory를 연구하는데 중요하다.

Directrix에 대한 striction의 궤적  $b(s)$ 은 아래와 같다.

$$b(s) = a(s) - \mu R_d(s) \quad (3)$$

Directrix에서 striction 까지의 거리는  $\mu R_d(s)$ 이다.

또 다른 striction의 정의는 다음과 같다.[Do Carmo; McCarthy and Roth]

$$b'(s) \cdot R_d'(s) = 0 \quad (4)$$

Striction line의 1차 위치 벡터는 (3)식을 미분한 것과 같다.

$$b'(s) = a'(s) - \mu'(s) R_d(s) - \mu(s) R_d'(s) \quad (5)$$

식(5)은 식(4)에 대입하여 striction line의 1차 위치 벡터를 generator trihedron 좌표계로 표현하면 다음과 같다.

$$a' \cdot R_d' - \mu' R_d \cdot R_d' - \mu R_d \cdot R_d' = 0$$

$$\begin{aligned} b' = & \left( \frac{1}{R_d} (a' \cdot R_d) - \mu' R_d \right) \vec{r} \\ & + \left( -\frac{1}{R_d} a' \cdot (R_d \times R_d') \right) \vec{k} \end{aligned} \quad (6)$$

여기서,  $R_d$ 와  $R_d'$ 은 수직이므로 위의 식은 아래와 같이 된다.

$$\mu = a' \cdot R_d' \quad (7)$$

Generator trihedron 직교 좌표계는 generator vector  $r$ , central normal vector  $t$ , central tangent vector  $k$ 로 이루어진다.

$$r = \frac{1}{R} |R_d|, \quad t = R_d', \quad k = r \times t \quad (8)$$

Generator trihedron의 1차 각 변수를 얻기 위해서

$$\gamma = (R_d \times R_d') \cdot R_d'' \quad (9)$$

$$\frac{d}{ds} \begin{vmatrix} r \\ t \\ k \end{vmatrix} = \frac{1}{R_d} \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & \gamma \\ 0 & -\gamma & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} r \\ t \\ k \end{vmatrix} \quad (10)$$

## 3. 5축 NC 가공에의 응용

Ruled surface에서 ruling을 공구 자세로, 안내 곡선을 part surface로 대응시키면 일정한 크기를 가지는 가공공구가 지나는 궤적은 ruled surface가 될 것이다.

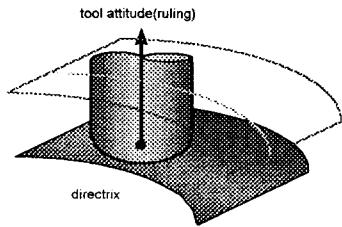


Fig.2 Application of ruled surface to 5-axis milling

위의 Fig.2는 ruled surface가 5축 가공에서 대응되는 것을 보여준다. CC점은 ruled surface의 directrix에 해당하고, ruling은 공구 자세에 해당한다. Ruling을 절삭 조건을 고려하여 새로 수정한 후의 공구 자세는 striction에 기반을 둔 것으로 가공 경로에 이용된다.

공구자세의 급격한 변화는 회전운동을 유발하여 과열작과 이송에 영향을 준다. Ruling의 각 변화량이 큰 경우에 대응되므로 식 (2)로부터 ruling의 각 속도를 계산하고 ruling의 각속도를 제한하여 다음 CC점의 공구자세를 설정한다.

또한, 이송방향으로 볼 때 lead가공자세에서 lug가공 자세로 공구의 자세가 바뀌면 또는 그 역으로 자세의 변화가 일어나면 회전운동으로 인한 과열작이 생긴다. 즉, ruling의 각속도가 매우 크게 변하면 가공에 오류가 발생한다. 이 경우 허용 가능한 최대 각속도의 변화량으로 나누어 공구자세를 변화시켜 과열작을 방지한다.

식 (8)을 이용하면 공구의 현재 진행위치에서 ruling의 변화를 빠르게 계산할 수 있다.

#### 4. 최소 높이의 cusp를 갖는 공구자세

공구의 적정 lead angle을 계산하기 위해, 공구접촉점 주위의 곡면은 quadratic equation으로 보간된다. 곡면법선이 곡면의 밖을 향한다면 양(+)으로 간주한다. 한점 P에서 최대곡률과 최소곡률을 주곡률이라 부르고 각각  $k_{\max}$ 과  $k_{\min}$ 으로 표시한다. 이들의 크기가 아주 큰 방향을 주방향이라 부른다. 이를 방향의 단위벡터를 주벡터라 부른다. 오목중심점(umbilic points)에서  $k_{\max}$ 과  $k_{\min}$ 이 같은 특별한 경우가 발생한다(예를들면, 구나 평면). 이를 점에서 곡면은 모든 방향으로 똑같이 굽는다. 주곡률이 다른 곡면의 2개의 주방향은 정확히 직교한다.

곡면의 안내 곡선 인근의 형상을 보간하는 식은 다음과 같다.

$$z = \frac{1}{2}(k_1x^2 + k_2y^2) \quad (9)$$

이 식은 원의 계적이다. 원의 중심점은 곡률 반경의 중심점이다.

공구가 자세를 취하면서 가공 경로를 진행하면서 만드는 실상 형상은 다음과 같다.

타원의 장축의 반경은 공구 반경인 R이고, 단축은  $R \cdot \sin \alpha$ 이다.  $\alpha$ 은 공구 축 벡터와 CC점의 법선 벡터간 각이다.

$$\frac{\vec{x}}{R^2} + \frac{\vec{y}}{(R \cdot \sin \alpha)^2} = 1 \quad (10)$$

타원의 중심점은 공구의 선단(CL)에 해당한다.

XYZ(feed)좌표계는 공구와 공작물의 접촉점에서 구성된다. Z축은 곡면의 법선과 같고 Y축은 feed방향이다. 공구축은 이송방향으로 기울여 진다. 이 section에서 공식을 간단화하기 위해 접촉점은 이론적 곡면에 정확하게 접촉한다고 가정한다. 접촉점은 곡면 법선방향으로 곡면 허용공차 intol 또는 outtol 만큼 이동한다. 유효공구반경은 공구축과 접촉점 사이의 거리로 정의 된다. 공구의 유효contour는 공구축 주위의 접촉점을 지나는 원으로 정의 한다.

자유곡면의 quadratic approximation과 toric형상의 공구와의 교차점을 결정하는 것은 수학적으로 풀어야 한다. 간단한 추리를 위해, 접p(point of surface)에서 곡면과 공구에 접하고 공구의 유효contour가 놓이는 가상적인 구(quadric sphere)를 만든다.

안내 곡선의 보간 원과 공구의 타원이 이루는 높이를 최소화시키기 위해서 공구 축 자세에 따른 타원을 정의하고 원과 타원의 최소의 차이를 구한다.

아래의 그림은 이를 설명하기 위한 개요도이다.

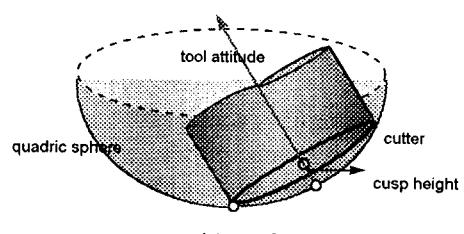


Fig.3 The Tool attitude for Minimum Cusp Height

$$\Delta \alpha = -\arctan\left(\frac{A}{B}\right) \quad (11)$$

$$A = \frac{\sqrt{(\text{surface}(u, v) - C(\gamma))}}{\sqrt{(\text{surface}(u, v) - C(\gamma))} + \text{intol}} \quad (12)$$

$$B = (1 - \cos(\gamma)) \cdot (R_{\text{cutter}}) \quad (13)$$

위의 식은 공구축의 자세를 구한 것이다.

이렇게 구한 공구의 자세를 ruling의 해석식을 이용하여 최적화한다. 정밀도를 위해서 최소 cusp을 갖는 CC접의 공구자세를 유지하되 급격한 공구 자세의 변화가 있으면 식 (2)을 이용하여 순차적으로 변하는 공구자세를 삽입한다.

## 5. 5축으로만 가공할 수 있는 곡면의 초기 자세 설정

아래의 Fig.4는 5축 가공으로만 가공할 수 있는 부위에 대한 공구 자세를 설정하기 위해 초기에 설정한 초기 자세를 보여준다. 5축 가공에서는 공구 자세의 변화로 인해 예상치 못하는 간섭과 충돌이 발생하므로 공구 자세가 발생할 때마다 간섭 검사를 행해야 한다. 적합한 공구 자세를 초기 자세로 잡을 수 있다면 간섭과 충돌 검사를 줄일 수 있다.

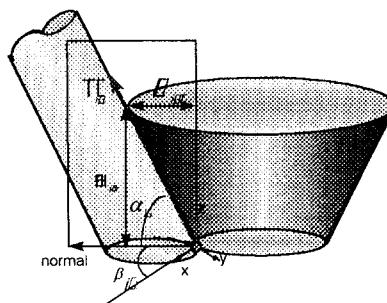


Fig.4 Initial tool attitude

본 논문에서는 등고선을 이용하여 초기 자세를 잡는다. 등고선의 단면을 지나는 한 평면과 등고선과의 교차점들을 이용하여 공구 자세의 기울기를 정한다. 벡터  $T$ 가 초기 자세이다.

이 벡터를 초기값으로 사용할 경우 간섭이 없는 공구 자세에 대한 초기 자세의 오차가 적기 때문에 효율적 자세 설정을 실현할 수 있다.

## 6. 공구 간섭과 충돌 회피

공구 간섭은 공구의 날에 의해서 곡면이 과질삭을 일으키는 현상이고 충돌은 공구의 날이 아닌 공구 허더, 공구의 shank, 기계 구조물과 곡면간의 간섭으로 발생을 한다.

공구 간섭은 오목 부위 간섭과 블록 부위 간섭으로 나누어 진다. 오목 부위 간섭은 오목 부위의 곡률 반경이 공구 반경보다 작을 때 공구가 곡면을 과질삭하는 현상이다. 5축 가공에서는 공구를 이동하여 간섭회피를 하는 3축 가공과는 달리 공구 자세를 변경하여 간섭을 회피할 수 있다. 공구 자세를 변경한 후에 공구의 간섭 여부를 검사하기 위해 곡면을 점이나 다각체로, 공구를 실린더로 모델화하여 간섭 검사를 수행한다.

공구 간섭과 충돌을 효율적으로 수행하기 위해서는 초기 자세를 효율적으로 설정하는 것이 매우 중요하다. 간섭과 충돌 검사는 반복 수행할 수 밖에 없는 과정이기 때문이다. 본 논문에서는 간섭과 충돌 검사는 공구를 실린더로, 곡면을 점으로 모델화하여 간섭 여부를 검사함으로 수행한다.

Fig.5는 초기 자세에서 간섭이 없는 자세로 변하는 과정을 그린 것이다. 아래에 공구의 초기 자세와 최종 자세의 비교한 데이터와 그래프가 있다. 초기 자세에서 변화량이 적은 것을 알 수 있다.

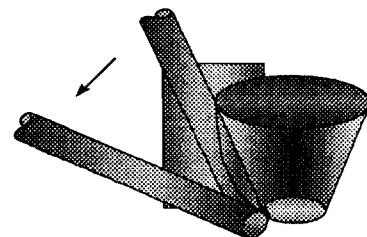


Fig.5 Correction of tool attitude

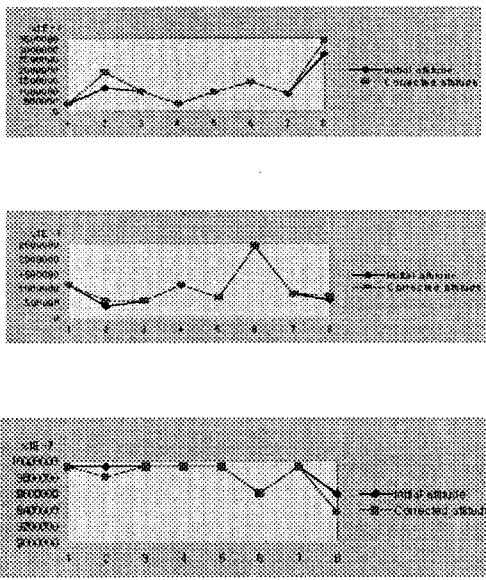


Fig.6 Comparison of initial tool attitude and collision free tool attitude

Initial attitude

x	y	z
0.0359940	0.1121960	0.9930339
0.1123236	0.0360351	0.9930180
0.0960312	0.0554897	0.9938304
0.0360352	0.1123236	0.9930180
0.0920461	0.0678661	0.9934393
0.1403140	0.2438935	0.9595978
0.0874670	0.0791542	0.9930177
0.2779769	0.0602842	0.9586942

Corrected attitude

x	y	z
0.0359940	0.1121960	0.9930340
0.1887468	0.0567129	0.9803870
0.0960312	0.0554897	0.9938304
0.0360352	0.1123236	0.9930181
0.0920461	0.0678661	0.9934394
0.1403140	0.2438936	0.9595978
0.0874670	0.0791542	0.9930177
0.3416929	0.0734803	0.9369347

Table 1 Value of initial tool attitude and corrected tool attitude

Fig.6은 초기 공구자세와 간섭 및 충돌이 제거한 공구자세와의 data 비교를 한 것이며 Table 1은 이

들의 값을 보여주고 있다. Fig.6과 Table 1에서 보듯이 등고선 경로를 이용해 설정한 초기 공구자세와 간섭 및 충돌을 제거한 최종 공구자세의 data 차이가 거의 없었다. 이것은 본 연구에서 초기 공구자세를 설정한 방법이 효율적이었음을 알 수 있다.

## 7. 실행예

Fig.7은 overhang을 가지고 있는 가공할 모델을 보여준다. Overhang 때문에 5축으로만 가공이 가능하다.

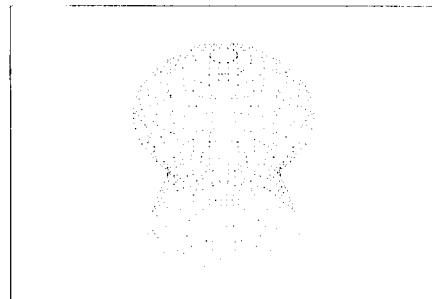


Fig.7 Model with overhang

Fig.8은 overhang을 가진 모델을 3축으로 확산 가공한 후의 가공 형상을 보여준다. Overhang부위가 가공되지 않은 것을 볼 수 있다.

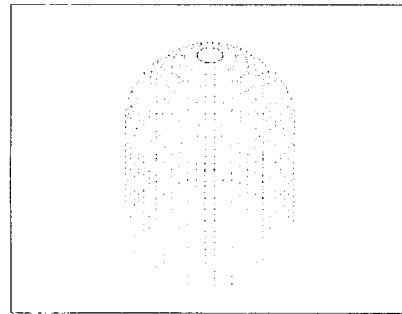


Fig.8 Shape of model with overhang after 3-axis machining

Fig.9는 3축 가공 가능한 형상에 대해서만 형상 가공을 하는 가공 경로를 보여준다.

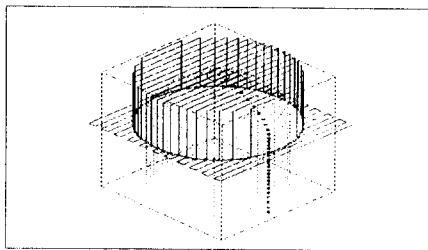


Fig.9 Rough tool path in 3-axis milling

Fig.10은 overhang에 대한 5축 가공의 공구 자세를 보여 준다. 위의 공구 자세는 간접 검사를 행한 후에 잡은 간접이 배제된 자세이다.

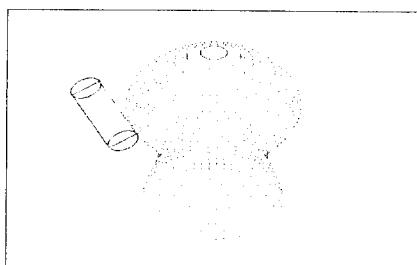


Fig.10 5-axis tool attitude

## 8. 결 론

본 연구에서는 5축가공영역에 대해 초기공구 자세를 등고선경로를 이용하여 선정한 후 최소 cusp height를 갖는 공구축 자세를 결정하여 5축 heel cutting을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 초기공구자세 선정시 등고선 가공경로를 이용하여 등고선과 한 평면과의 이웃하는 교차점들을 잇는 벡터를 초기자세로 삼아 간접 및 충돌을 제거한 좌종 공구자세와의 비교를 통해 등고선 경로를 이용해 선정한 초기자세가 효율적임을 입증하였다.

2. 5축가공만 가능한 영역의 5축 heel cutting시 최소 cusp height를 갖는 공구자세를 선정하고 공구의 자세를 ruling의 해석식을 이용하여 죄직화하고 규칙한 공구자세의 변화에 대해 ruling의 각속도를 이용, 순차적으로 변하는 공구자세를 삽입하여 linearization 및 가공정밀도 향상을 도모하였다.

## 9. 참고문현

1. Yoram Koren, Rong Shine Lin, "Five-axis Surface interpolators", Annals. of the CIRP, Vol. 44, No. 1, pp. 379-382, 1995.
2. F. Rehsteiner, "Collision-free Five-Axis Milling of Twisted Ruled Surfaces", Annals of the CIRP, Vol. 42/1/1993, pp. 457-461, 1993.
3. Hiroshi Suzuki, Yoshimasa Kuwano, Katsuyuki Goto, Yoshimi Takeuchi & Makoto Sato, "Development of the CAM System for 5-Axis Controlled Machine Tool", 정밀공학회지, Vol. 60, No. 6, pp. 832-836, 1994.
4. 이정재, 서석환, 김성구, 김형우, "부가 5축 머신을 이용한 룰드곡면의 측면가공 : 실험 및 분석", SCCE 학술발표회 논문집, pp. 112-117, 1997.
5. H.Shulz(1), St.Hock., "High-Speed Milling of Dies and Moulds-Cutting Conditions and Technology", Annals of the CIRP, Vol. 44/1, 1995.
6. Jean-Pierre Kruth(1), Paul-Klewais, "Optimization and Dynamic Adaptation of the Cutter Inclination during Five-Axis Milling of Sculptured Surface", Annals of the CIRP, Vol. 43/1, 1994.
7. J. W. Park, "금형의 5축 NC 가공을 위한 CAM 시스템 개발에 관한 연구", 박사 학위 논문, KAIST, 1994.
8. Manfredo P., do Carmo, "Differential Geometry of Curves and Surfaces", IMPA Rio de Janeiro, Brazil.