

## Voronoi Diagram을 이용한 Stereolithography의 향상된 레이저 주사경로 생성에 관한 연구

### A Study on Generation of the Advanced Laser Scanning Path for Stereolithography using Voronoi Diagrams

이기현\*(부산대 대학원), 최홍태(경남전문대), 이석희(부산대 기계공학부)

Ki-Hyun Lee\*(Graduate School, Pusan National University), Hong-Tai Choi(Kyung-Nam Junior College), Seok-Hee Lee(Pusan National University)

#### ABSTRACT

Voronoi diagrams are applied in various fields such as NC toolpath generation, VLSI design and robot path planning because of their geometric characteristics. In this paper, Voronoi diagrams are introduced on polygon constructed by line segments only and with constant offset. Bisector curves for two arbitrary objects, which is the combination of line segment and arc, are defined as parametric function where the parameter is used as offset. Offset curves are applied on the generation of laser scanning path for the stereolithography and shows a good result from several examples.

**Key Words :** Voronoi diagram(보로노이 선도), offsetting(옵셋팅), bisector curve, Rapid Prototyping(급속조형), Stereolithography(광조형법), laser scanning path(레이저 주사경로)

#### 1. 서 론

광조형법(Stereolithography)은 최근 몇 년 사이에 급속히 발전한 급속조형기술(Rapid Prototyping Technology) 또는 레이어 매뉴팩처링 기술(Layer Manufacturing Technology) 중 전세계적으로 가장 많이 보급되어 있고 표면 정밀도에 있어서도 다른 급속조형기술들에 비해 우수한걸로 알려져 있다<sup>(1)</sup>. 레이어 매뉴팩처링기술이란 간단히 말해서 3차원 물체를 절삭에서와 같이 불필요한 부분을 제거하는 것이 아니라 얇은 층들을 적층하여 3차원 형상을 만들어가는 공법을 일컫는다. 급속조형기술은 CNC가공 및 수작업 등을 포함하여 어떠한 공법 또는 이러한 공법들의 조합을 이용하는 것에 관계없이 시제품을 신속히 제작하는 것을 말하는데 요즘은 3차원 CAD 데이터 입력을 통한 레이어 매뉴팩처링 기술만을 일컫는 경우가 많다<sup>(2)</sup>.

먼저 광조형법의 개략적인 공정 흐름이 Fig. 1에 나타나 있다. 본 연구에서 다룬 내용은 이러한 공정 중 최종 성형물의 표면 정밀도 향상을 위한 3차원

모델 단면의 레이저 주사경로 생성이다.

#### 2. 관련연구

국외에서는 Emmanuel Sabourin<sup>(3)</sup>이 슬라이싱에 의해 얻어진 내부영역(interior region)과 쉘영역(shell region)를 정의하여 각각에 대해서 주사간격을 다르게 줌으로써 쉘에서는 정밀하게 그리고 내부영역에서는 빠르게 레이저를 주사하는 경로를 생성하였다. 즉, 쉘영역에서는 주사간격을 0으로 하여 영역을 빈틈없이 채우고 내부영역에서는 어느 정도의 주사간격을 주어 빠르게 채워나가는 방법을 제시하였다.

Martin Held<sup>(4)</sup>등은 Incremental algorithm을 사용하여 2차원 형상에 대한 Voronoi diagram을 생성하고, 이를 이용하여 포켓 머시닝에서의 공구경로까지 생성할 수 있음을 보였다.

Ali Zafer Gurbuz<sup>(5)</sup>등은 옵셋할 객체를 동일한 크기의 쉘로 나눈 다음 이를 closed ball expansion 방법을 사용하여 임의의 윤곽에 대한 옵셋팅을 수행하

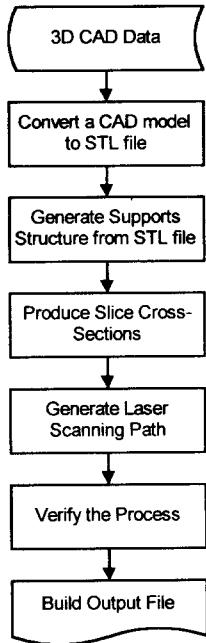


Fig. 1 Process flow of Stereolithography

였다. 이 방법에 의한 옵셋팅은 염밀해가 아닌 근사해를 계산해낸다.

국내에서는 최홍태<sup>(6)</sup>등이 레이저 주사경로 생성시 레이저 반경을 고려한 옵셋을 수행하고 그 옵셋된 윤곽을 기준으로 Zigzag의 주사경로를 생성했다. 그리고 옵셋시 발생하는 degeneracy는 인접한 에지들끼리 발생할수 있는 모든 경우에 대해서 하나하나 처리를 하고 있다.

정재훈<sup>(7)</sup>등은 Bezier 곡선으로만 이루어진 폐곡선에 대해 Voronoi diagram을 생성하고 이를 이용해 옵셋팅을 수행하였는데 현재 대부분의 광조형장치들에서는 표준 입력화일로 STL 파일을 요구하고 있고 지지대 생성시 기본적인 범선벡터에 대한 정보를 담고 있으므로 STL 파일이 아닌 CAD 파일로부터 직접 슬라이싱을 수행한 파일과 같이 한 슬라이스를 정의하는 윤곽이 임의의 자유곡선으로 되어있는 파일에 대한 옵셋팅은 광조형법에의 응용이 어렵다.

김명수<sup>(8)</sup>등도 NURBS 곡선에 대한 2차원 bisector curve를 Developable SSI 방법을 사용하여 계산하였는데 이 역시 bisector curve로서 실제의 광조형법에는 적용하기가 곤란한 NURBS곡선을 생성해 낸다.

따라서 본 연구에서는 광조형법에 적합한 STL 파일로부터 얻은 할선(line segment)으로만 구성된 슬라이스 파일에 대해 Voronoi diagram을 생성하고

이를 바탕으로 옵셋팅을 수행한다. 이렇게 해서 얻어진 옵셋정보를 다시 레이저 주사경로로 변환을 한다.

### 3. 본 론

#### 3.1 Preprocessing

슬라이스 파일은 입의 형상의 3차원 데이터로부터 생성한 STL 파일을 슬라이싱 했기 때문에 그 크기 또한 크다. 그리고 Voronoi diagram을 생성하기 위해 필요한 기하학적인 정보는 충분하지만 위상학적인 정보는 충분히 가지고 있지 않다. 예를 들면, 한 슬라이스에는 여러개의 루프로 구성이 되어 있을 수가 있는데 이들 각각의 루프는 실제 레이저에 의해 주사되어야 할 내부영역을 정의하기 위한 방향을 가지고 있어야 한다. 즉 모든 루프는 반시계 방향이나 시계방향과 같은 방향을 가지고 방향에 대해 왼쪽을 레이저가 주사해야 할 내부영역으로 인식한다. 그래서 우선 슬라이스 파일로부터 읽어 들인 데이터들을 전처리를 위한 적절한 자료구조에 저장한다. 이렇게 저장된 데이터는 루프들의 방향과 각 점들의 속성을 정의하는데 이용된다. Fig. 2는 이러한 루프의 방향과 점들의 속성을 나타낸 그림이다.

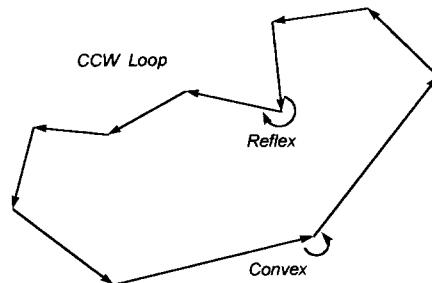


Fig. 2 Direction and Attribute of a Loop

#### 3.2 Voronoi diagram

평면에서 어떤 점들의 집합 P에 대한 Voronoi diagram은 각각의 부분영역이 (Euclidean metric하에서) 어떤 다른 요소보다 집합 P의 한 요소에 더 가까운 점들의 채집이다. 또 다른 정의로서 점집합의 Voronoi diagram은 평면을 분할한 영역의 집합이다. 이때 한 점에 대한 구역과 하나의 구역에 있는 모든 점들은 어떤 다른 점보다 그 점에 더 가깝다. 모든 Voronoi 구역은 볼록다각형(convex polygon)이고 그 중 일부는 무한한 영역이다. 두 인

접한 구역 사이의 경계는 할선이고 그것을 포함하는 직선은 두 점을 연결하는 할선의 수직 이등분선이다. 일반적으로 Voronoi 구역은 Voronoi 점에서 한번에 세 개가 만나는데 세 개의 점이 하나의 Voronoi 점에서 만나는 Voronoi 구역을 결정한다면 그 세 점을 지나는 원은 Voronoi 점에 중심을 두고 그 원에는 어떤 다른 점도 존재하지 않는다. Fig. 3에서 이러한 Voronoi diagram의 성질을 나타낸다.

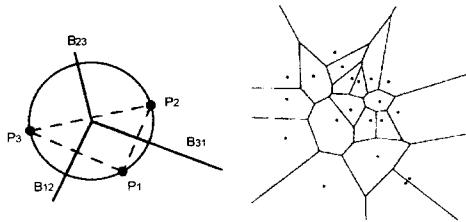


Fig. 3 Voronoi Diagram for sites

점들의 집합에 대한 Voronoi diagram은 기하학적인 많은 특징 때문에 많은 분야에 응용이 되고 있다. 하지만 포켓 머시닝을 위한 공구경로 생성과 같은 분야에 대해서는 접집합들이 아닌 임의의 포켓 윤곽 내부에 대해 Voronoi diagram을 생성해야 한다. 또한 광조형법을 위한 레이저 주사경로 생성에서는 이러한 윤곽이 모두 할선으로만 이루어진 다각형이므로 이를 위해 다각형의 Voronoi diagram을 정의한다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 다각형 내부의 영역에 대해서 Voronoi diagram을 생성하면 내부영역에 대한 medial axis를 얻을 수 있다. Voronoi 구역의 내부에 있는 임의의 점들은 다른 어떤 구역에 있는 점들보다 그 할선에 더 가깝다<sup>(10)</sup>. 입력 데이터로 주어지는 슬라이스 파일은 이와 같이 윤곽을 정의하는 요소가 모두 할선으로 구성된 다각형이므로 이러한 Voronoi diagram을 그대로 적용할 수가 있다. 윤곽에 대한 옵셋팅을 수행할 때 옵셋라인과 Voronoi diagram과의 교차점을 구하면 옵셋팅시의 degeneracy 문제를 사전에 방지할 수 있다. 즉, loop 라든지 self-intersection과 같은 현상이 전혀 발생하지 않는다.

이제 이러한 Voronoi diagram을 생성하기 위해서 먼저 다각형으로 표현된 윤곽에 대해 각각의 두 할선들에 대한 bisector를 구한다. 두 객체(여기서는 다각형의 한 할선이 된다)  $o_1, o_2$ 에 대한 bisector는

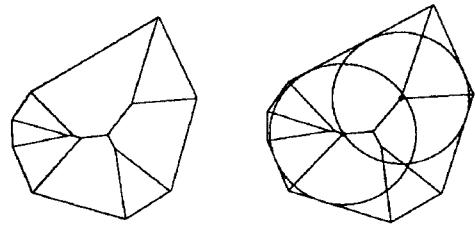


Fig. 4 Voronoi diagram for an arbitrary shaped polygon

다음과 같이 정의된다.

$$b(o_1, o_2) := \{p \in CI(o_1) \cap CI(o_2) : d(p, o_1) = d(p, o_2)\}$$

여기서  $p$ 는 임의의 한 점이고,  $d(p, o_i)$ 는 한 점  $p$ 와 객체  $o_i$  사이의 최단거리, 그리고  $CI(o_i)$ 은 객체  $o_i$ 에 대한 cones of influence를 각각 나타낸다. 객체  $o$ 가 하나의 할선일 때 그 할선에 대한 cones of influence는 할선의 양 끝점에서 할선에 수직으로 뻗어나간 두 직선의 내부영역으로 정의되고 Fig. 5에서 개략적인 개념을 나타낸다.

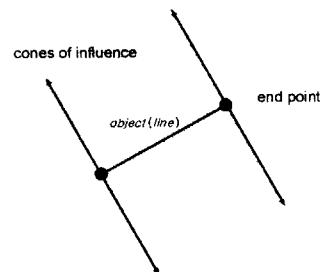


Fig. 5 Cones of Influence

그리므로 두 객체가 모두 직선일 경우 두 직선의 bisector는 식(1)과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} l_1 &: a_1x + b_1y + c_1 = 0 \\ l_2 &: a_2x + b_2y + c_2 = 0 \\ l_1 + k l_2 &= 0 \\ \text{where } k &= -1 \end{aligned} \tag{1}$$

그리고 이때의 교차점은 식(2)로 주어진다.

$$x_i = \frac{b_1 c_2 - b_2 c_1}{a_1 b_2 - b_1 a_2}, \quad y_i = \frac{a_2 c_1 - a_1 c_2}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \quad (2)$$

그러나  $x, y$ 를 독립변수로 하는 해석적인 식으로는 Voronoi diagram을 생성할 때 뿐만 아니라 후에 레이저 주사경로를 위해 옵셋팅을 수행하는 경우에 많은 어려움이 있다. 그래서 본 연구에서는 Persson<sup>(11)</sup>에 의해 제안된 방법을 이용한다. 기본적인 개념은 bisector를 옵셋값  $t$ 에 대한 매개변수식으로 표현하는 것이다. 식(3)~(4)는 윤곽상의 임의의 두 할선과 그 할선들의 line bisector를  $t$ 에 대한 매개변수식으로 표현한 식이다.

$$\begin{aligned} a_1 x(t) + b_1 y(t) + c_1 + k_1 t &= 0 \wedge a_1^2 + b_1^2 = 1 \\ a_2 x(t) + b_2 y(t) + c_2 + k_2 t &= 0 \wedge a_2^2 + b_2^2 = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= (b_1 c_2 - b_2 c_1) / \Delta + t(b_1 k_2 - b_2 k_1) / \Delta \\ y(t) &= (a_2 c_1 - a_1 c_2) / \Delta + t(a_2 k_1 - a_1 k_2) / \Delta \end{aligned} \quad (4)$$

여기서  $\Delta$ 는  $\Delta := a_1 b_2 - b_1 a_2$ 이다.

그런데 실제로 Voronoi diagram을 생성하는 과정에서는 윤곽이 할선으로만 이루어져 있어도 윤곽상의 reflex에 의한 영향으로 실제 bisector는 line bisector뿐만 아니라 parabola bisector와 ellipse/hyperbola bisector도 생기게 된다. 왜냐하면 reflex는 concentric circle로서 하나의 에지를 구성하기 때문이다. 즉 parabola bisector는 할선과 reflex에 의해 그리고 ellipse/hyperbola bisector는 reflex와 reflex에 의해 발생한다. 그러므로 line bisector뿐만 아니라 parabola bisector, ellipse/hyperbola bisector에 대해서도 매개변수식으로 표현한다. 식(4)~(8)은 이 경우에 대한 매개변수 표현식이다. 먼저 parabola bisector는

$$\begin{aligned} (x(t) - xc_1)^2 + (y(t) - yc_1)^2 &= (r_1 + k_1 t)^2 \\ a_2 x(t) + b_2 y(t) + c_2 + k_2 t &= 0 \wedge a_2^2 + b_2^2 = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= xc_1 - a_2 h - k_2 a_2 t \pm b_2 \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \\ y(t) &= yc_1 - b_2 h - k_2 b_2 t \mp a_2 \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \end{aligned} \quad (6)$$

이다. 여기서  $r_1(t), h, h(t)$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} r_1(t) &:= r_1 + k_1 t \\ h &:= a - 2xc_1 + b_2 yc_1 + c_2, \\ h(t) &:= h + k_2 t \end{aligned}$$

Ellipse/hyperbola bisector는

$$\begin{aligned} (x(t) - xc_1)^2 + (y(t) - yc_1)^2 &= (r_1 + k_1 t)^2 \\ (x(t) - xc_2)^2 + (y(t) - yc_2)^2 &= (r_2 + k_2 t)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} x(t) &= xc_1 - d_x h - d_x \Delta t \pm d_y \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \\ y(t) &= yc_1 - d_y h - d_y \Delta t \mp d_x \sqrt{r_1(t)^2 - h(t)^2} \end{aligned} \quad (8)$$

이다. 여기서  $r_1(t), r_2(t), d, d_x, d_y, \Delta, h, h(t)$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} r_1(t) &:= r_1 + k_1 t \\ r_2(t) &:= r_2 + k_2 t \\ d &:= \sqrt{(xc_1 - xc_2)^2 + (yc_1 - yc_2)^2} \\ d_x &:= (xc_2 - xc_1) / d \\ d_y &:= (yc_2 - yc_1) / d \\ \Delta &:= (k_2 r_2 - k_1 r_1) / d \\ h &:= (r_2^2 - r_1^2 - d^2) / 2d \\ h(t) &:= (r_2(t)^2 - r_1(t)^2 - d^2) / 2d \end{aligned}$$

위의 식들에서 상수값으로  $k$ 가 있는데 이는 옵셋값  $t$ 가 적용되어야 할 방향을 나타낸다. 즉 할선에 대해서  $t$ 가  $+1$ 이면 옵셋선이 원래의 할선에 대해 원쪽으로  $-1$ 이면 오른쪽임을 나타낸다. 그리고 만약에 원호에 대해서 적용되면 그 원호가 넓어지는 방향인지 아니면 줄어드는 방향인지를 결정한다.

실제 Voronoi diagram의 생성은 이렇게 옵셋값  $t$ 에 관해 표현된 bisector식에 옵셋값을 증가시켜 가면서 점진적으로 전체적인 Voronoi diagram을 생성한다. Fig. 7은 이렇게 해서 생성한 Voronoi diagram이다.

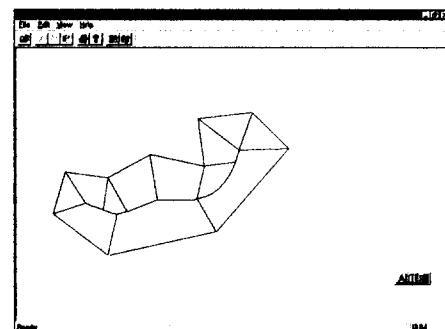


Fig. 6 Generated Voronoi Diagram

### 3.3 Offsetting

위에서 구해진 Voronoi diagram에서 실제 레이저 주사경로를 구하기 위해서는 먼저 윤곽에 대해 일정한 거리만큼 일정하게 옵셋팅을 수행한다. Voronoi diagram은 하나의 그래프로 표현되고 이 그래프의 각 에지는 이미 옵셋량  $t$ 에 대한 매개변수식으로 표현된 bisector이므로 각각의 bisector에 대해 옵셋값을 대입만 하면 된다. Fig. 7은 이렇게 해서 생성한 예를 보여준다. 그리고 거미형상에 대한 예가 Fig. 8과 Fig. 9에 나타나 있다.

### 3.4 Postprocessing

한 슬라이스에 대해서 생성된 옵셋정보는 레이저 주사경로 생성시에 기초 데이터로 사용되어진다. 윤곽에 대한 첫 번째 옵셋은 레이저 반경보정을 위한 경로로 사용되고 다음부터는 레이저 직경만큼 옵셋

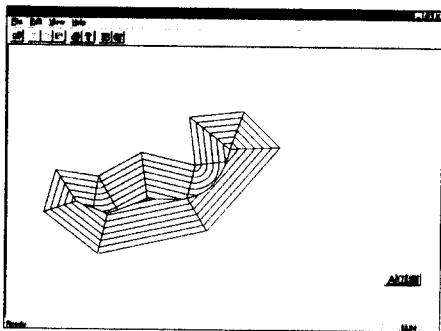


Fig. 7 Offsetting for a slice

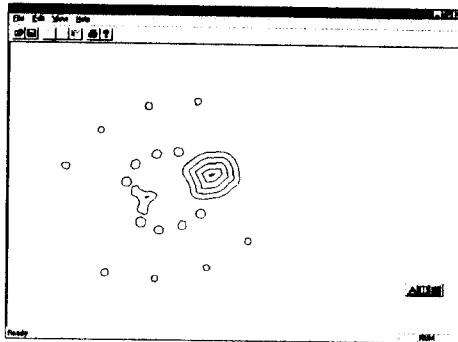


Fig. 9 Offsetting for Spider

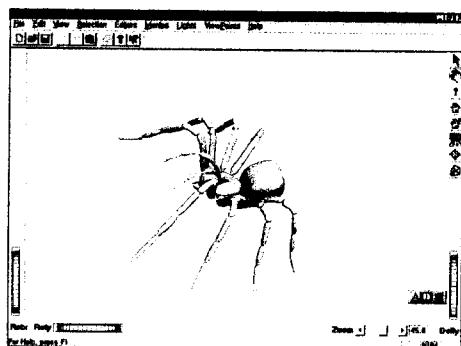


Fig. 8 3D View of Spider

이 수행되었으므로 내부를 모두 채우는 경로가 된다. 후처리에서는 이러한 옵셋들을 하나의 레이저 주사경로로 연결시켜준다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 할선만으로 구성된 임의형상의 다각형에 대해서 Voronoi diagram을 생성하고 옵셋값  $t$ 에 의한 옵셋팅을 수행하였다. 이때 모든 Bisector curve는 옵셋량  $t$ 에 대한 매개변수식으로 표현하였다. 그리고 이렇게 해서 생성된 옵셋데이터를 기초로 광조형법을 위한 레이저 주사경로를 생성하였다.

본 연구에서 개발된 프로그램은 RAM 64Mbytes를 가지고 133MHz Pentium<sup>TM</sup> CPU를 탑재한 Microsoft Windows 95운영체제하에서 Visual C++ 4.1 컴파일러를 사용하여 개발되었다.

#### 참 고 문 헌

1. Paul F. Jacobs, *Stereolithography and other RP*

&M Technologies, ASME Press, 1996

2. 김종수, LMT를 이용한 시제품 및 툴링 제작, *CAD&그래픽스誌*, 38호, pp.338~343, April 1996
3. Emmanuel Sabourin, *Adaptive High-Precision Exterior, High-Speed Interior, Layered Manufacturing*, February 1996
4. Martin Held, *Incremental Computation of Voronoi Diagram of Planar Shapes*, Technical Report CS-93-1.0, Univ. Salzburg, CS Dept., A-5020 Salzburg, Austria, Jan 1993
5. Zafer Gurbuz, Ibrahim Zeid, *Offsetting operations via closed ball approximation*, *Computer-Aided Design*, Vol. 27 No. 11, 1995
6. 안대건, 김준안, 이석희, 백인환, *Stereolithography*로 3차원 형상 가공을 위한 레이저 조사경로 생성에 관한 연구, *한국정밀공학회 추계학술대회 논문집*, pp.687~692, 1994
7. 최홍태, 이석희, 광조형물의 정밀도 향상을 위한 Laser 주사경로 생성에 관한 연구, *한국정밀공학회지*, Vol. 13 No.12, 1996
8. 정재훈, 김광수, *Voronoi Diagram을 이용한 자유곡선의 옵셋팅*, '97 한국 CAD/CAM학회 학술발표회 논문집, pp.75~79, 1997
9. Jung-Ju Choi, Myung-Soo Kim, Gershon Elber, *Computing Planar Bisector Curves Based on Developable SSI*, '97 한국 CAD/CAM학회 학술발표회 논문집, pp.92~96, 1997
10. Joseph O'Rourke, *Computational Geometry in C*, Cambridge University Press, pp.168~203, 1993
11. H. Persson, *NC Machining of Arbitrarily Shaped Pockets*, *Computer-Aided Design*, 10(3), pp. 169~174, May 1978