

# 2차원 Slab모델을 이용한 초전도체 부상력 특성의 시뮬레이션

유제한, 임윤철\*

연세대 대학원, \*연세대 기계공학과

## The Simulation of the Characteristics of the Levitation Force in Superconductor using 2D Slab model

Je-Hwan You, Yoon-Chul Rhim\*

Graduate school, Yonsei University, \*Department of Mechanical Engineering, Yonsei University

### 제1장 서론

초전도체를 기계요소중 하나인 베어링에 응용하기 위한 연구는 임계온도가 액체질소의 비등점(77K)보다 높은 산화물 고온 초전도체가 발견된 이후 시작되었으며, 특히 최근에는  $10^4 A/cm^2$  이상의 임계전류밀도를 갖는 덩어리형 고온 초전도체가 용융공정을 통해 개발되어, 큰 부하지지력을 갖고  $10^{-8}$  이하의 마찰계수를 갖는 초전도 마그네틱 베어링으로서 플라이휠 같은 에너지 저장장치에 적용시키는 연구가 국내외적으로 진행되고 있다[1]. Takeda 등은 부상력의 히스테리시스적인 특성을 실험적으로 확인하고 임계상태모델을 사용하여 모사 하였으며, 정적강성과 진동특성에 관한 간단한 실험을 하였다[2]. 上坂 充 등은 동적 전자력의 외부자장 변화속도 의존성에 대한 실험, 준 정적 전자력의 히스테리시스 특성에 대한 실험, 초전도 연성진동과 자기뎀핑에 대한 실험을 했으며, 수치해석 결과와 비교했다[3]. Masanori 등은 초전도 베어링을 플라이휠에 적용하는데 있어서, 자석의 크기와 조합의 영향을 수치해석하였다[4]. 고온 초전도체를 사용한 반발식 수동형 마그네틱 베어링은 Meissner

effect 뿐 아니라 Fluxpinning effect에 의해 자체적으로 외란에 대한 위치안정성을 가지며, 히스테리시스 손실에 의한 에너지 소산을 통해 외란에 대해 강한 감쇠능력을 가진다는 장점을 가지고 있으며, 대중량을 지지할 수 있다. 이러한 초전도체의 특성에 관한 정량적 수치해석은 초전도 베어링의 설계에 필수적이나 아직 국내에서는 그러한 시도가 없었다. 이러한 여건을 고려하여 본 연구에서는 초전도체와 자석간의 부상력 변화를 2차원 Slab 모델로 수치해석하여 히스테리시스라는 주요한 특성을 고찰하고자 한다.

### 제2장 이론

초전도체가 외부인가자장에 대해 부상력 또는 흡인력을 갖게 되는 메카니즘은 다음과 같다. 외부인가자장의 시간에 따른 변화는 초전도체 표면에 표면전류를 유도하게 되어 표면전류에 의한 자기장이 초전도체내에서 외부자기장을 상쇄하게 되어 완전반자성적인 특성을 나타내는 것이다. 한편 이러한 완전반자성 특성은 Field cooling 또는 Zero field cooling에서 항상 나타나며 Meissner 효과라고 부른다. 혼합상태의 제2종 초전도체가 내부에 흐르는 거시적 전류(차폐전류 또는

수송전류)가 있으면 전류와 Fluxoid는 상호작용으로 Lorentz 힘을 발생한다. 이때 Lorentz 힘은 단위길이당  $F_L = J\Phi_0$  이 발생한다. 이 힘 때문에 Fluxoid가 움직이는데, 이를 Flux flow라 하고, 상전도 영역에서의 에너지 손실을 생기게 된다. 그러나 Flux motion은 초전도체 내부의 결합이나 불완전성에 의해 방해받거나, 여러 점에서 Fluxoid가 고정되는데 이를 Pinning force에 기인한 Pinning 효과라 한다. 히스테리시스 특성은 Flux가 자유로이 움직이는 것을 방해해서 비가역적 자화(Irreversible magnetization)가 일어나게 하는 Pinning 효과에 의하여 설명될 수 있다. 즉 field와 거시적 전류와의 관계를 나타내는 임계상태모델(Critical state model)은 제2종 초전도체의 거시적 field분포는 Fluxoid에서의 Lorentz 힘이 그것에 작용하는 Pinning force와 항상 균형을 이루도록 결정된다는 임계상태(Critical state)를 가정에 근거한다. 이러한 가정으로부터  $F_P = F_L = JB$  이고

$$J = \frac{F_P}{B} = J_c \text{ (critical current density) 이다.}$$

즉 current density는 항상  $J_c$  의 값을 갖는다는 것을 의미한다. Field의 gradient는  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$  에 의하여 거시적 전류와 관련이 있으므로  $J_c$  의 값을 가정함으로써 field의 분포를 구할 수 있다. 그러나 일반적으로  $J_c$  는 field에 따라 달라진다. 그런데 Bean은  $F_P$  가  $B$  에 비례한다고 가정하여( $J = \frac{F_P}{B} = J_c$ )  $J_c$  가 일정하고, 결과적으로 field gradient가 일정하다고 보았다. 이 가정이 항상 유효한 것은 아니나, field

distribution 때문에 생기는 flux penetration의 히스테리시스 거동을 이해하는데 유용하다. 임계상태 모델에 근거한 제 2종 초전도체의 기본방정식은 다음과 같다.

자속밀도  $\vec{B}$ 와 자기장도  $\vec{H}$  간의 구성방정식은 투자율  $\mu$ 가 진공에서의 투자율과 거의 같으므로  $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ 이다. 다음은 전류밀도  $\vec{J}$ 와 전기장  $\vec{E}$ 와의 구성방정식으로 전류밀도의 크기가 임계값보다 커지면 전압이 발생됨을 나타내는 것으로  $|\vec{E}| = \rho_f (|\vec{J}| - J_c)$  로 표현된다. 한편 전기장의 크기가 영이 아니면 전류밀도는 임계전류밀도이고, 전기장의 크기가 영이면 시간에 따른 전류밀도의 변화가 없음을 나타내며,

$$\vec{J} = J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|},$$

$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0$  이다.  $J_c$  에 대해서는, 자속밀도  $\vec{B}$ 에 대한 의존성에 따라 여러 모델이 있는데 본 연구에서는 Bean model을 사용하여  $J_c(|\vec{B}|) = J_{c0}$  라고 본다. 한편 초전도체 내, 외부영역에서의 지배방정식은 맥스웰방정식을 따르며 다음과 같다.

(i) 초전도체 내부영역  $\Omega_{sc}$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

$$\vec{J} = J_c \frac{\vec{E}}{|\vec{E}|} \quad \text{if } |\vec{E}| \neq 0$$

$$\frac{\partial \vec{J}}{\partial t} = 0 \quad \text{if } |\vec{E}| = 0$$

(ii) 초전도체 외부영역  $\Omega_a$

$$\nabla \times \vec{H} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

### 제3장. 수치해석

자기 벡터 포텐셜을 이용하여 지배방정식을 유도하면 다음과 같다. 먼저 자기장을 외부인가자기장과 초전도체의 표면전류에 의한 자기장으로 분해를 한다.

$$\vec{H} = \vec{H}_{sc} + \vec{H}_{ex} \quad [1]$$

이때 초전도체 내부에는 앙페르 법칙이 다음과 같이 적용되며,

$$\vec{J} = \nabla \times \vec{H} = \nabla \times (\vec{H}_{sc} + \vec{H}_{ex}) = \nabla \times \vec{H}_{sc} \quad \text{in } \Omega_{sc}, \quad [2]$$

초전도체 외부에서는 다음과 같이 적용된다.

$$\nabla \times \vec{H}_{sc} = 0 \quad \text{in } \Omega_a \quad [3]$$

자계강도와 마찬가지로 자속밀도도 분해할 수 있다.

$$\vec{B} = \vec{B}_{sc} + \vec{B}_{ex}, \quad [4]$$

자계강도와 자속밀도간의 구성방정식을 적용하면

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad [5] \quad \text{이고, 각 성분은 다음과 같다.}$$

$$\vec{B}_{ex} = \mu_0 \vec{H}_{ex} \quad [6], \quad \vec{B}_{sc} = \mu_0 \vec{H}_{sc} \quad [7]$$

자기장은 발산하지 않으므로

$$\nabla \cdot \vec{B}_{sc} = 0 \quad [8], \quad \nabla \cdot \vec{B}_{ex} = 0 \quad [9]$$

이다. 여기에서 자기벡터포텐셜을 도입하면

$$\vec{B}_{sc} = \nabla \times \vec{A}_{sc} \quad [10]$$

$$\vec{B}_{ex} = \nabla \times \vec{A}_{ex} \quad [11] \quad \text{이고,}$$

페러데이 법칙에 이것을 적용하면

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \left( -\frac{\partial \vec{A}_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}_{ex}}{\partial t} \right)$$

[12] 이다. 그러므로 시간에 따른 자기장의 변화에 의하여 발생하는 전기장은 다음과 같다.

$$\vec{E} = -\left( \frac{\partial \vec{A}_{sc}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{A}_{ex}}{\partial t} \right) + \nabla \phi \quad [13]$$

자기 벡터 포텐셜  $A_{sc}$  에 대한 지배방정식은 [2],[3],[7],[10]으로부터

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}_{sc} = \vec{J} \quad \text{in } \Omega_{sc} \quad [14]$$

$$\nabla \times \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \vec{A}_{sc} = 0 \quad \text{in } \Omega_a \quad [15] \quad \text{이다.}$$

대상으로 잡은 모델은 z-방향으로 무한히 긴 초전도체에 magnetic field가 인가되는 경우이다. 이 모델은 xy평면에 대한 2차원 문제가 된다. 그러므로  $\vec{E} = E\vec{k}$ ,

$\vec{J} = J\vec{k}$  라고 놓을 수 있게 된다. magnetic field가 z-방향에 수직이고, 이것은 z-방향에 평행한 vector potential을 선택하는 것을 허용한다.

그러므로  $\vec{A}_{sc} = A_{sc}\vec{k}$ ,  $\vec{A}_{ex} = A_{ex}\vec{k}$  이고  $\Phi$  의 gradient는 영이 된다.

지배방정식의 2차원 표현은 [14],[15]로부터 얻어지며 다음과 같다.

$$\nabla^2 A = -\mu_0 J_c \quad (\text{in } \Omega_{sc}),$$

$$\nabla^2 A = 0 \quad (\text{in } \Omega_a)$$

이 식을 차분화하여 ADI(Alternating Direction Implicit) Method를 도입하여 계산한다.

Grid size는  $6000 \times 120$ 인데, 이중에 (1000,10)부터 (5000,110)까지가 초전도체영역이 된다. 인가자계  $\vec{B}_{ex}$  는 x-방향성분이 영이고, y-방향성분만이 있다고 가정하였다. 즉 초전도체에 가해지는 자기장을 균일 자속으로 놓는 것이다. 자기장은 초

전도체와 자석간의 거리의 제곱에 반비례하는 값을 갖도록 하였다.

$$A_{ex} = B_{ex,y} - B_{ex,y}x = -B_{ex,y}x \text{ 이므로}$$

$A_{ex}$  는  $x$ 에 대한 함수로 주어질 수 있다. 초전도체는 완전반자성이므로  $A_{sc} = -A_{ex}$  이고 초전도체 내부는  $A_{ex}$  와 크기가 같고, 방향이 반대인 자기벡터포텐셜을 갖게 된다. field cooling하에 간극변화에 따른 힘의 변화를 구하기 위하여 먼저 초기간극에서의 자기장을 간극변화에 따른 각 간극에서의 자기장에서 감하여야 한다. 시간에 따른 간극의 변화는 시간에 대한 자기장의 변화를 생기게 하고 이 변화는 초전도체 내부에 전기장의 변화를 생기게 하여 전기장의 분포가 생기고 이 분포 내에서 전기장의 크기가 가장 큰 영역에 임계전류밀도와 크기가 같은 전류가 흐르게 된다. 이 전류의 흐름으로 다시 전기장의 분포가 바뀌게 되고 이 분포 중에 가장 전기장이 큰 영역에 전류가 흐르게 된다. 이와 같은 과정을 전류가 흐르지 않는 영역의 전기장이 영인 곳이 생길 때까지 반복한다.

위의 과정으로부터 구한 자기벡터포텐셜의 분포를 가지고 자기장의  $x, y$  두 성분을 구할 수 있다.

한편  $\vec{F} = \int \vec{j} \times \vec{B} d\Omega$  이므로, 위에서 구한 자기장의 두성분과 인가자장을 가지고 힘을 구할 수 있다.

#### 제4장. 결과 및 고찰

임계전류밀도를  $10^4 A/cm^2$ 라고 가정하였으며, 최소간극인 1mm에서의 자속밀도는 5000gauss가 되도록 하였다. 자기장의 침입깊이를  $10^{-6}m$ 이하로 보아서 수치해석에서의 grid하나의 크기를

$10^{-7}m$ 로 설정했다. 그러므로  $4000 \times 100$ 의 grid를 갖는 초전도체는 실제로 폭 0.4mm, 두께 10 $\mu$ m의 박막형 초전도체라고 볼 수 있다. 인가자기장의 변화는 자기벡터포텐셜의 변화로 나타나며 가장 왼쪽 경계의 벡터포텐셜은 항상 영이 되도록 하였다. 간극의 변화속도는 50mm/sec이고, 0.5mm의 간극이 변할 때마다 간극변화에 따른 힘의 변화를 나타내게 하였다.

Fig.1의 결과는 Field cooling시 초기간극이 2.5mm인 경우와 3mm인 경우를 비교한 것이다. 2.5mm인 경우는 초기간극에서 최소간극인 1mm까지 접근을 하고 다시 최대간극인 4mm까지 후퇴했다가 다시 원래의 초기간극으로 돌아오는 것이다. 3mm의 경우도 마찬가지로 최소간극 1mm까지 접근하고, 최대간극 5mm까지 후퇴후 원위치한 것이다. 두 경우 모두 히스테리시스를 나타내며, 초기간극이 큰 경우가 최소간극에서의 부상력이 더 크고 히스테리시스의 면적이 더 넓다.

Fig.2의 결과는 초기간극이 3mm인 경우로 같은 간극에서 자속밀도가 0.5배로 감소한 경우이다. 최소간극에서의 부상력이 더 큰 경우는 그때의 자속밀도가 5000gauss일 때이고, 작은 경우는 2500gauss일 때이다.

Fig.3의 결과는 초기간극을 2.5mm로 하고 최소간극 1mm까지 똑같이 접근했다가 하나는 최대간극을 4mm, 다른 하나는 4.5mm까지 후퇴했다가 원위치시킨 것이다. 후퇴거리가 더 길어지면 그만큼 히스테리시스가 커짐을 알 수 있다.

Fig.4의 결과는 초기간극을 3mm로 하고 최소간극 1mm까지 접근했다가 원위치 하는 것을 3회 반복한 것이다. 2회

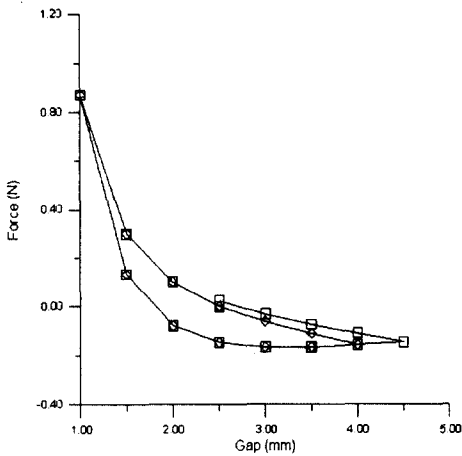


Fig. 1 The variations of force w.r.t. gap for two different retreat distances

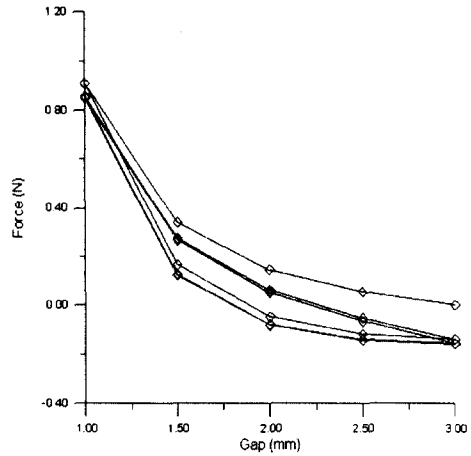


Fig. 3 The variation of force w.r.t. gap in an alternating motion

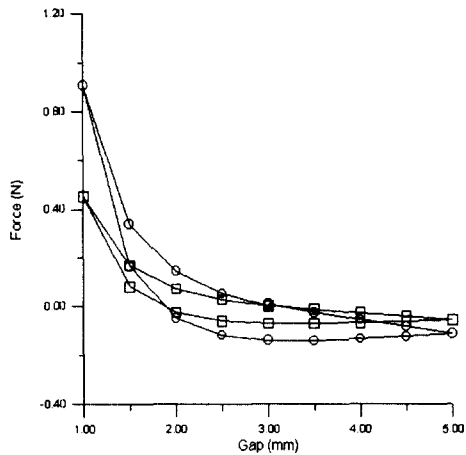


Fig. 2 The variations of force w.r.t. gap for two different magnetic flux densities

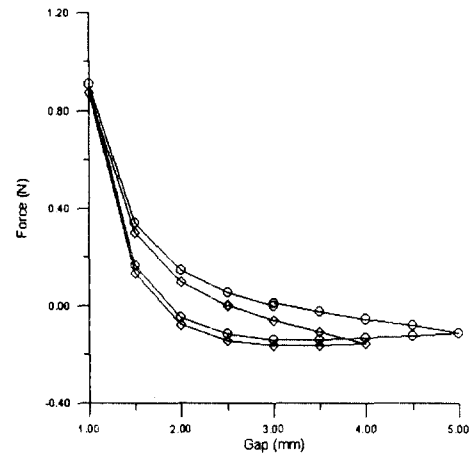


Fig. 4 The variations of force w.r.t. gap for two different initial gaps

반복이후에 닫힌 히스테리시스가 나타나는 것을 볼 수 있다.

#### 제5장. 결론

2차원 Slab모형을 이용하여 박막형 초전

도체의 부상력 특성을 수치해석한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, Field cooling시의 초기간극이 클수록 같은 최소간극에서의 부상력은 더 커지고 히스테리시스가 더 커진다.

둘째, 인가자기장의 자속밀도가 커질수

록 최소간극에서의 부상력이 더 커지고, 후퇴시 발생하는 흡인력도 더 커지며 히스테리시스가 더 커진다.

셋째, 같은 초기간극에서 같은 최소간극까지 접근했어도 후퇴거리가 더 커질수록 히스테리시스는 더 커진다.

넷째, 초기간극과 최소간극사이의 접근, 후퇴를 반복하면 일정한 닫힌 히스테리시스가 생긴다.

[8]S.Ratnajeevan, H.Hoole, " Computer-aided Analysis & Design of Electromagnetic devices ", Elsevier

[9]Toshihiko Sugiura, " Numerical Analysis of Screening Currents in Type-II Superconductors ", 박사학위논문, 1990

#### 참고문헌

[1]박해웅, 김찬중, 홍계원, " 고온 초전도체를 이용한 에너지 저장장치(플라이휠) ", 電氣學會誌 第44卷 3號 1995年 3月

[2]N.Takeda *et al.*, "Computation and experiments on the static and dynamic characteristics of high  $T_c$  superconducting levitation", Cryogenics, Vol. 34, No.9, 1994, 745-752

[3]上坂 充, 吉田義勝, 官 健三, "高温超電導磁氣浮上における動的電磁力解析", 日本機械學會論文集(C編), 60卷 570号, 1994, 126-133

[4]Masanori Tsuchimoto *et al.*, "Numerical Evaluation of Levitation Force of HTSC Flywheel", IEEE Transactions on applied superconductivity, Vol.4, No.4, Dec. 1994, 211-215

[5]Doris Teplitz, " Electromagnetism , Paths to research ", PLENUM

[6]M.Crisan, " Theory of Superconductivity ", World Scientific

[7]Werner Buckel, " Superconductivity , Fundamentals and Application ", VCH