한국소음진동공학회 1997년도 추계학술대회논문집, pp. 414~419.

점지지된 복합재료 외팔 사각판의 자유진동

이 영 신*, °최 명 환**, 송 선 영***, 류 충 현***

Free Vibration of Cantilevered Composite Rectangular Plates with Point Supports

Y.S. Lee, M.H. Choi, S.Y. Song, and C.H. Ryu

ABSTRACT

The free vibration analysis of cantilever CFRP and GFRP composite rectangular plates with point supports at the free edge and interior position is performed. The natural frequencies and mode shapes of plates are experimentally determined by impact testing using an impact hammer. To compare and verify these experimental results, the finite element analysis is also carried out and the non-dimensional frequency parameters are compared with FE analysis results. The effects of the number and location of the point support on the frequencies are examined. In the experimental results, it is found that a significant increase in frequencies occurs when the point supports are added on certain parts of plates.

1. 서 론

복합재료 판은 비강성 및 비강도가 높은 복합재료의 특성 때문에 산업현장에서 일반적으로 사용되는 구조재 중의 하나이며, 많은 연구자들에 의해서 연구되어 왔다. 이러한 판이나 셸 구조물의 설계에 있어서 진동특성을 예측하는 것은 공진으로 인한 파손 등의 안전성을 평가하는데 꼭 필요한 것이다.

특히 점지지된 판의 진동은 기둥으로 지지된 평판, 컴퓨터의 회로기판, 항공기나 선박의 바닥판을 포함하여 산업이나 토목 구조물 등의 실제적인 문제를 해석하는데 적용할 수 있기 때문에 관심의 대상이 되어 왔다. 대부분의 점지지된 판에 대한 연구는 모든단 자유의 상태에서 모서리나 판 내부에 점지지되는 문제들이다[1~3].

다양한 판의 경계조건중 외팔형의 판이 점지지되게 되면 지지점에서 변위가 발생하지 않기 때문에 고유진동수 및 모드형상은 변하게 된다. 따라서 여러 경계조건 하에서 점지지의 영향을 고찰할 필요가 있으며, 점지지된 외팔 등방성 판에 대한 연구가 몇몇 연구자에 의해서 수행된바 있다[4~5]. 또한 점지지를 갖는 복합재료 판에 대한 연구로서 임의의 위치에 점지지를 갖는 여러 경계조건의 조합하에서 직교이방성 판과 탄성 점지지된 복합재료 판의 연구가 수행된바 있다[6~7].

본 논문에서는 주파수분석기를 이용한 모달해석 실험을 통하여 자유단 경계 혹은 내부에 점지지를 갖는 탄소섬유보강 복합재료와 유리섬유보강 복합재료의 외팔판에 대한 자유진동 거동을 연구하였다. 실험을 통하여 복합재료 판의 고유진동수와 모드형상의 노달패턴을 구하였고, 복합재료의 종류 및 적층각 그리고 점지지의 영향을 고찰하였다. 또한 실험결과의 비교를 위해서 상용 유한요소 프로그램(ANSYS)을 이용한 해석을 수행하였고, 이들 두 결과들을 비교/고찰하였다.

* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과 교수
** 정회원, 충남대학교 기계설계공학과 대학원
*** 충남대학교 기계설계공학과 대학원

2. 실 험

2.1 실험시편 및 장치

점지지된 복합재료 외팔 사각판의 진동실험을 위한 실험시편은 탄소섬유강화 플라스틱(carbon fiber reinforced plastic: CFRP)과 유리섬유강화 플라스틱(glass fiber reinforced plastic: GFRP) 복합재료이다. 이들 시편은 T300 탄소섬유와 E-유리섬유 프리프레그를 사용하여 [0°] 혹은 [45°]로 적층한후 Autoclave에서 curing하여 제작하였다. 점지지된 외팔 사각판의 실험모델에 대한 기하학적 형상 및 좌표계를 Fig. 1에 나타내었다. 그림에서 X 표시는 지지되는 점으로 x방향 중앙지점(x=a/2)과 끝단(x=a)에서 y방향으로 y=0, b/2, b의 세점이 점지지되는 것으로 고려하였고, 중앙점(y=b/2), 마주보는 자유단(y=0, b) 그리고 세점(y=0, b/2, b)에 점지지를 갖는 경우에 대하여 실험하였다.

실험에 사용된 복합재료 시편에 대한 적층각 및 적층수 그리고 전체두께 등에 대한 정보를 Table 1에 나타내었다. 시편은 CFRP와 GFRP이며, 적층각은 [0°]와 [45°]로 각각 20 적층되었다.

Table 1. Stacking sequence and thickness of test specimens

Material	Stacking sequence	Thickness h (mm)
CFRP	$[\ 0^\circ\ ]_{20}$	2.8
	$[\ 45^\circ\ ]_{20}$	2.9
GFRP	$[\ 0^\circ\ ]_{20}$	2.3
	$[\ 45^\circ\ ]_{20}$	3.3

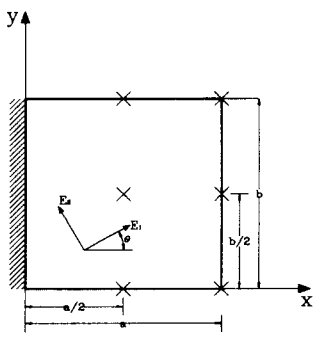

Fig. 1. The geometric configuration and fiber orientation angle of the composite cantilever plate with various point supports

한단고정과 점지지의 경계조건을 구현하기 위한 장치들을 설계/제작하였으며, Fig. 2에는 점지지의 개념도를 나타내었다. 점지지는 M10 볼트를 아래/위로 체결하여 지지점에서의 변위는 구속하고, 회전은 허용하는 조건을 구현하였다. 또한 이들 고정장치는 방진댐퍼를 갖는 1000 mm×800 mm×100 mm의 강체구조물과 체결하였다.

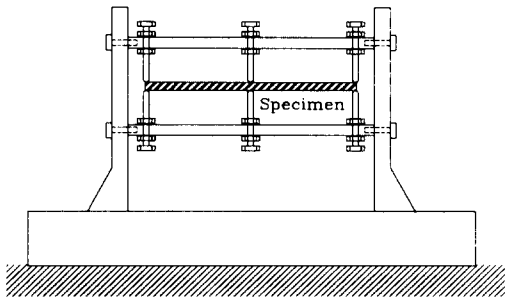

Fig. 2. Schematic diagram of the point support equipments

실험은 충격해머와 가속도계를 사용한 충격가진법을 이용하였다. 고유진동수를 구하기 위하여 두 개의 채널을 갖는 주파수분석기(Fast Fourier Transformer: FFT)를 사용하였다. 점지지된 복합재료 외팔판의 주파수 분석을 위한 입력신호는 PCB 086B03 SN 1983 충격해머로 가진하였고, 응답신호는 PCB A352B18 SN 3984 가속도계를 사용하여 얻었다. 입력과 응답신호는 power unit를 사용하여 증폭하였고, 가속도계는 왁스를 사용하여 시편에 부착하였다.

2.2 실험방법

점지지된 복합재료 외팔판의 고유진동수 및 모드형상을 결정하기 위한 실험은 충격가진법에 의한 주파수분석으로 수행되었다. 실험에 앞서 모드형상을 결정하기 위한 가진점을 x와 y방향으로 시편에 표시하고, 시편을 고정지그에 고정한 다음, 주파수분석기에서 진동수의 측정범위와 센서의 민감도 및 증폭 범위를 세팅한다.

충격가진법에서는 충격해머에 의한 가진이 입력신호로 들어가고, 가속도계의 응답신호가 주파수분석기에 입력되어 전달함수의 피이크(peak)응답이 일어나고 위상각(phase angle)이 바뀌는 곳에서 고유진동수를 결정한다. 이때 주파수응답곡선은 신호의 오차를 줄이기 위하여 같은 점을 8회 가진하여

이들을 평균하여 얻었다.

각각의 고유진동수에 해당하는 모드에서의 모드형상을 결정하기 위해서는 시편을 가진하여 상대변위를 얻고자 하는 가진점을 결정해야 하고, 주파수응답곡선에서 고유진동수를 구해야 한다. 실험을 통하여 점지지된 복합재료 외팔판의 모드형상을 얻기위하여 길이방향(x)과 넓이방향(y)으로 6×7 point의 가진점을 이용하였다. 모드형상은 예상되는 변위가 발생하지 않는 노달라인(nodal line)을 피하여 가속도계를 부착하고, 각 절점을 가진하여 주파수응답곡선의 허수부(imaginary part)에서 상대변위를 결정하고, 이들을 연결하여 결정하였다.

3. 유한요소해석

실험 결과의 비교/검증를 위해서 상용유한요소 프로그램인 ANSYS 코드를 이용한 해석을 수행하였다.

Fig. 3은 복합재료 외팔판의 자유단에 3점이 지지된 경우의 유한요소 모델을 나타낸다. 유한요소 모델링에 사용된 요소는 8 절점으로 구성된 적층 셸요소(Shell99)이고, 절점당 Ux, Uy, Uz, ROTX, ROTY, ROTZ의 6자유도를 갖는다. 모든 모델에 대하여 8×8의 메쉬를 생성하였고, 이때 모델의 전체 요소수는 64개, 절점수는 225개이고, 총 자유도(degree of freedom : DOF)는 1245이다.

유한요소 해석에서 경계조건은 Fig. 3에서와 같이 판의 한쪽 단은 완전고정으로 변위와 회전의 모든 자유도를 고정하였고, 점지지되는 부분은 지지점의 횡방향 변위(Uz) 만을 고정하고, 회전은 허용하는 것으로 하였다.

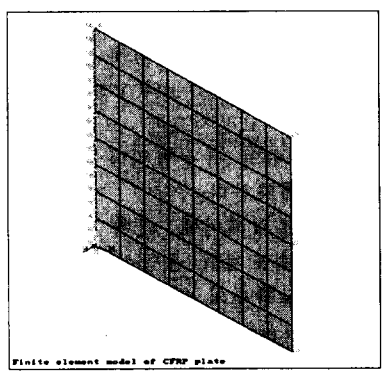

Fig. 3. Finite element model of the cantilever plate with three point support at free edge(x=a)

4. 결과 및 고찰

실험으로 점지지된 복합재료 외팔판의 고유진동수와 모드형상을 결정하였고, 결과들은 유한요소 해석결과와 비교/고찰하였다. 유한요소 해석에 사용된 복합재료 시편인 CFRP와 GFRP에 대한 기계적 물성값을 Table 2에 나타내었고, 이들 물성을 실험을 통하여 결정한 값이다.

Table 2. Material properties of laminated composite plates

Material	CFRP	GFRP
a, b (cm)	20.00	20.00
ρ (kg/m^3)	1480	1780
E_1 (GPa)	106.20	34.64
E_2 (GPa)	6.86	7.18
G_{12} (GPa)	3.57	3.82
ν_{12}	0.33	0.26

실험과 유한요소 해석을 통한 결과들은 무차원화된 진동수 매개변수(λ)로 나타내었고, 이들 매개변수는 다음과 같이 복합재료 판의 크기, 물성 그리고 고유진동수를 사용함으로서 정의된다.

$$\lambda = \omega a^2 \sqrt{\rho h / D_{11}} \qquad (1)$$

여기서 λ는 무차원화된 진동수매개변수이고, ω는 각진동수 그리고 D_{11}은 모든층의 섬유방향이 x축과 일치할때의 굽힘강성, $D_{11} = \dfrac{E_1 h^3}{12(1-\nu_{12}\nu_{21})}$ 이다. 여기서 E_1은 섬유방향의 탄성계수이고, h는 판의 두께 그리고 ν_{ij}는 i 방향에 응력이 작용할 때 j 방향 횡변형률에 대한 프와송비이다.

Table 3에는 GFRP 복합재료 외팔판의 자유단이 점지지되었을 때의 실험과 유한요소해석에 의한 진동수 매개변수를 5차 모드까지 나타내었다. 표에서 지지점 1개는 자유단에서 y방향 중앙(b/2), 2개는 y=0, b 그리고 3개는 y=0, b/2, b점의 횡방향 변위를 구속하는 점지지이다. 전체적으로 실험결과는 유한요소해석 결과보다 약간 낮은 값을 보였으나, 이들 두 결과는 점지지와 적층각의 변화에 따라 서로 잘 일치하였다. 실험결과를 기준으로 비교할 때 섬유 방향각이 [0°]에서 [45°]로 증가하면

모든 점지지 조건에서 진동수는 낮아졌으며, 예상되는 바와 같이 점지지의 증가에 따라서 진동수는 증가하고 특히 3개의 점지지가 되면 기본진동수는 크게 증가하였다.

Table 3. Non-dimensional frequency parameter (λ) of the rectangular $[0°]_{20}$ and $[45°]_{20}$ GFRP composite plate with various point supports at free edge(x=a)

Stacking Sequence	No. of point support		Mode sequence number				
			1st	2nd	3rd	4th	5th
$[0°]_{20}$	w/o	FEM	3.51	5.70	13.69	22.58	25.14
		Exp.	3.30	5.54	15.23	20.88	24.39
	1	FEM	5.70	8.43	19.14	25.02	27.24
		Exp.	6.07	8.95	19.70	24.60	28.01
	2	FEM	6.98	14.93	19.12	27.25	29.34
		Exp.	7.46	15.23	18.75	28.22	29.61
	3	FEM	14.27	14.94	24.10	27.31	35.20
		Exp.	13.95	15.97	25.77	31.31	37.06
$[45°]_{20}$	w/o	FEM	2.07	5.81	12.83	15.75	22.25
		Exp.	1.93	5.35	11.58	15.59	19.23
	1	FEM	5.79	7.36	15.06	20.49	27.14
		Exp.	5.79	6.90	14.92	18.41	24.87
	2	FEM	7.16	12.70	13.95	23.83	33.06
		Exp.	6.83	11.88	13.21	23.75	30.29
	3	FEM	9.17	13.31	22.88	29.07	34.45
		Exp.	8.61	12.92	22.57	27.02	31.47

Fig. 4는 $[0°]_{20}$ 적층된 CFRP 외팔 복합재료 판의 자유단 점지지에 따른 진동수 매개변수의 영향을 나타내었다. 점지지된 판의 진동수는 외팔판과 자유단 단순지지된(해석결과) 판의 진동수 사이에 있으며, 기본진동수에 있어서 점지지 2개 까지는 외팔판의 진동수보다 약간 증가하였으나, 3개의 점지지에서는 단순지지에 가까워 졌다. 또한 고차 모드인 4차와 5차 진동수는 점지지의 영향이 미소하여, 단순지지 보다는 외팔판의 진동수에 가까운 결과를 보였다.

적층각 $[0°]_{20}$의 CFRP 외팔 복합재료 판의 중앙인 x=a/2 지점에 y방향 점지지 개수의 변화에 따른 진동수 매개변수의 영향을 Fig. 5에 나타내었다. 판의 중앙에 3개의 점지지를 갖을 때 기본진동수가 크게 증가하였고, 다른 진동모드에서는 2개의 점지지를 갖는 경우와 유사한 값을 보였다. 그리고 중앙에 하나의 점지지를 갖는 경우 3차와 4차 모드의 진동수는 외팔판의 진동수보다 약간 낮게 나타났다.

Fig. 6은 $[0°]_{20}$ 적층된 GFRP 외팔 복합재료 판의 자유단이 점지지된 경우의 진동수 매개변수를 나타내었다. 점지지 수의 증가에 따라서 CFRP 판의 결과와 유사한 경향을 보였으나, 3차 모드에서는 2개의 점지지를 갖을 때가 3개일 때 보다 약간 높은 진동수를 보였고, 고차모드에서도 외팔판의 결과와 같은 비율의 진동수 증가를 보였다.

Fig. 7은 1개의 지지점을 갖고 지지위치가 다른 $[0°]_{20}$와 $[45°]_{20}$ CFRP 판의 진동수 매개변수를 나타내었다. GFRP 판과 마찬가지로 섬유 방향각이 증가할 때 진동수는 낮아졌고, 그 차이는 고차모드로 갈수록 크게 나타났다. 특히 자유단과 중앙 위치의 점지지는 저차보다는 3차 이상의 고유진동수를 크게 증가시켜, 고차모드에 더 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었다. 또한 지지점 위치의 영향으로서 2차 모드는 중앙점(x=a/2)을 구속하는 것이 더 큰 진동수를 보였고, 나머지 모드에서는 자유단(x=a)을 점지지할 때 더 큰 진동수를 나타내었다.

실험에 의한 $[0°]$ CFRP판에 하나의 점지지를 갖을때의 지지위치에 따른 변위가 발생하지 않는 선으로 표현된 노달패턴을 Fig. 8에 나타내었다. 점지지가 없는 외팔판의 경우(a), 섬유 방향각의 영향으로 4차 모드까지는 y방향 모드가 나타나고 5차에서 x방향 2차 모드가 나타났다. 자유단의 중앙에 하나의 지지점이 있을 때(b), 2차와 4차 모드는 점지지가 없는 경우의 노달라인과 일치하는 점이고, 5차 진동수에서 외팔판의 경우와 다르게 (2,2) 모드가 나타났다. 판의 중앙에 하나의 점지지를 갖을 때(c), 노달라인은 중앙 지지점을 기준으로 분산되어 나타나며, 자유단이 점지지될때와 비교하여 1차와 2차 모드가 바뀌어 (1,2)모드가 기본진동수로 나타났다. 이들 노달패턴으로부터 점지지는 외팔판의 1차 굽힘모드의 진폭을 크게 줄일 수 있고, 판 중앙의 점지지는 기본진동수의 모드순서를 바꾸며, 노달팬턴에 큰 변화를 주었다.

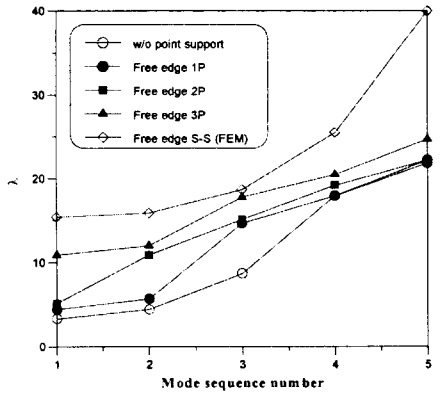

Fig. 4. Experimental non-dimensional frequency parameter(λ) of CFRP $[0°]_{20}$ plate with various point supports at free edge(x=a)

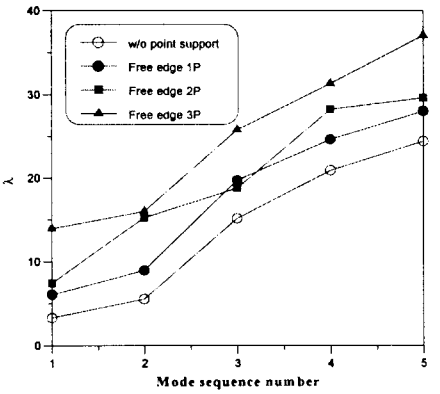

Fig. 6. Experimental non-dimensional frequency parameter(λ) of GFRP $[0°]_{20}$ plate with various point supports at free edge(x=a)

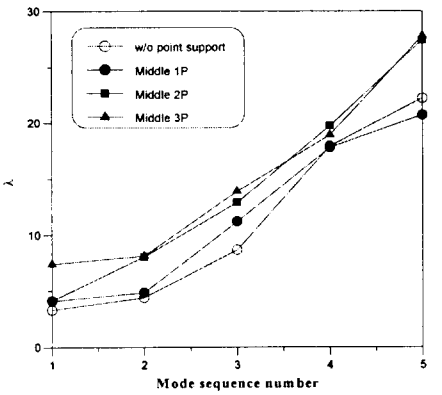

Fig. 5. Experimental non-dimensional frequency parameter(λ) of CFRP $[0°]_{20}$ plate with various point supports at middle position(x=a/2)

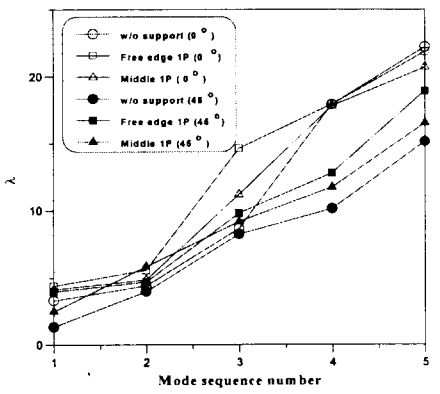

Fig. 7. The effects of point support positions and fiber orientation angles of CFRP composite plate

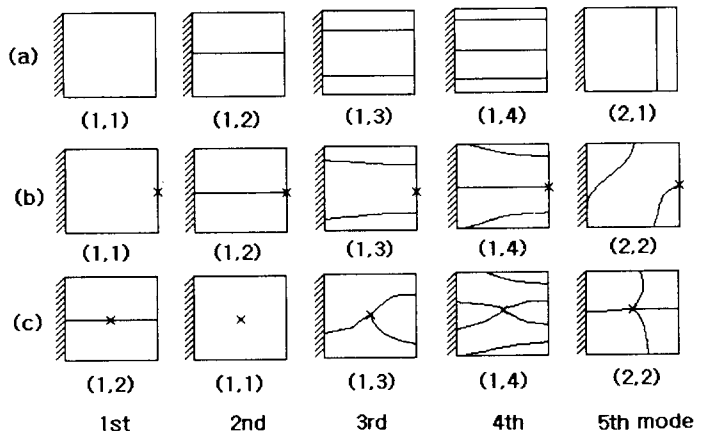

Fig. 8. Experimental nodal patterns of the $[0°]_{20}$ CFRP plate with one point support (a) without point support (b) free edge support (c) middle position support

5. 결 론

자유단의 경계와 내부에 점지지된 복합재료 외팔판의 자유진동해석을 실험과 유한요소해석을 통하여 수행하였고, 무차원화된 진동수매개변수 및 노달팬턴으로 결과를 제시하였다. 이들 두 결과는 잘 일치하였고, 섬유방향각이 [0°]에서 [45°]로 증가하면 판의 고유진동수는 낮아진다. 자유단쪽 점지지의 개수가 증가할수록 진동수는 증가하고, 저차보다는 고차모드에서의 진동수를 크게 증가시키는 역할을 하였다. 또한 같은 개수의 점지지에서 중앙점(x=a/2)보다는 자유단(x=a)을 지지하는 것이 더 큰 진동수를 보였다. 모드형상에 있어서 점지지는 외팔판의 1차 굽힘모드의 진폭을 크게 줄여주고, 노달라인은 지지점을 중심으로 섬유방향각을 따라 나타났다.

※ 참고문헌

(1) A.W. Leissa, 1969, "Vibration of Plates (NASA SP-160)", Washington, D.C.: Office of Technology Utilization, NASA

(2) J.G.M. Kerstens, 1979, "Vibration of a Rectangular Plate Supported at an Arbitrary Number of Points", Journal of Sound and Vibration, Vol. 65, No. 4, pp. 493~504

(3) A.V. Bapat and S. Suryanarayan, 1992, "The Fictitious Foundation Approach to Vibration Analysis of Plates with Interior Point Supports", Journal of Sound and Vibration, Vol. 155, No. 2, pp. 325~341

(4) H.T. Saliba, 1984, "Free Vibration Analysis of Rectangular Cantilever Plates with Symmetrically Distributed Point Supports along the Edges", Journal of Sound and Vibration, Vol. 94, No. 3, pp. 381~395

(5) Y. Narita, 1985, "The Effect of Point Constraints on Transverse Vibration of Cantilever Plates", Journal of Sound and Vibration, Vol. 102, No. 3, pp. 305~313

(6) C.S. Kim and S.M. Kickinson, 1987, "The Flexural Vibration of Rectangular Plates with Point Supports", Journal of Sound and Vibration, Vol. 117, No. 2, pp. 249~261

(7) O. Ichinomiya, Y. Narita and K. Maruyama, 1990, "Steady-State Response Analysis of Elastically Point-Supported Composite Rectangular Plates", JSME International Journal, Series Ⅲ, Vol. 33, No. 3, pp. 504~309

(8) Swanson Analysis Systems Inc., 1992, "ANSYS User's Manual : Volume Ⅲ Elements"