

동강성계수의 전달에 의한 복잡 거대한 격자형 구조물의 진동해석

문덕홍* · 최명수**

Vibration Analysis for a Complex and Large Lattice Type Structure Using Transfer Dynamic Stiffness Coefficient

D. H. Moon · M. S. Choi

ABSTRACT

Recently it is increased by degrees to construct complex or large lattice type structures such as bridges, towers, cranes, and structures that can be used for space technology. In general, in order to analyze these structures we have used the finite element method(FEM). In this method, however, it is necessary to use a large amount of computer memory and computation time because the FEM requires many degrees of freedom for solving dynamic problems for these structures.

For overcoming this problem, the authors have developed the transfer dynamic stiffness coefficient method(TDSCM). This method is based on the concepts of the transfer and the synthesis of the dynamic stiffness coefficient which is related to force and displacement vector at each node.

In this paper, the authors formulate vibration analysis algorithm for a complex and large lattice type structure using the transfer of the dynamic stiffness coefficient. And the validity of TDSCM demonstrated through numerical computational and experimental results.

1. 서 론

근래에 교량, 송전탑, 크레인, 우주 구조물 등과 같은 복잡하고 거대한 격자형 구조물이 급증하고 있다. 따라서 이러한 복잡 거대한 구조물의 설계 기술의 확보는 대단히 중요한 일이다. 대부분의 산업체에서는 설계를 위한 구조물의 해석에 유한요소법을 근간으로 하는 NASTRAN과 같은 고가의 범용 구조해석 소프트웨어를 사용하고 있다. 이러한 소프트웨어들은 사용자 입장에서 만들어져 이용하기는 쉽지만, 항상 해의 검증에 많은 노력과 경험을 요구한다. 특히 최근에는 구조물의 설계시에 다양한 동적해석을 요구하는 경우가 많은데, 유한요소법으로 효과적인 동적해석 결과를 얻는 것은 유한요소법의 전문가가 아닌 현장의 설계자들

에게는 상당히 까다로운 문제이다. 예를들다면, 고유치해석시에 정확한 결과를 얻기위해서 분할수(자유도)를 무한정 늘이는 경우가 많은데, 이는 계산 정도는 좋아질지 모르지만, 계산 비용 및 시간의 면에서 아주 비경제적인 일이다. 또한 적절한 분할점을 선택하는 일도 쉬운 일이 아니다. 그래서 많은 공학자들은 이러한 문제점을 해결하기 위하여 다양한 연구를 해오고 있다⁽¹⁾⁻⁽⁶⁾.

저자들도 수년간 이 문제를 해결하기위해 노력해왔고, 그 결과 최근 전달동강성계수법이라는 새로운 진동해석기법을 개발·제안하였다.

본 연구에서는 실제의 복잡 거대한 입체 격자형 구조물을 해석대상으로 하여 전달동강성계수법으로 정식화한 후, 수치계산 및 실험을 통하여 본 해석기법의 유효성을 제시한다.

* 부경대학교 제어기제공학과

** 부경대학교 대학원 제어기제공학과

2. 전달동강성계수법

복잡 거대한 격자형 구조물의 진동해석을 동강성계수의 축차전달에 그 기본개념을 두고 있는 전달동강성계수법을 이용하여 정식화한다.

2.1 모델링

연속 보와 기초지지요소(스프링, 감쇠기)로 구성되는 다양한 형태의 격자형 구조물을 단순화하여, Fig.1과 같이 모델링한다. 구조물의 좌우의 경계조건은 구조물 끝단의 기초지지 스프링으로 고려한다. 예를 들어, 자유인 경우에는 해당 스프링의 값이 0, 고정인 경우에는 ∞ 가 된다.

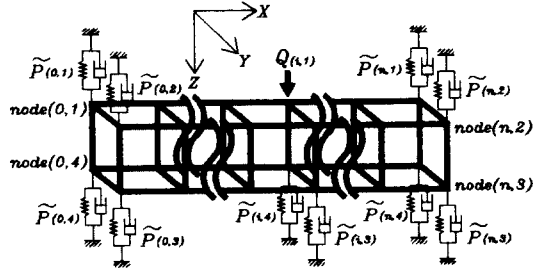


Fig. 1 Analytical model

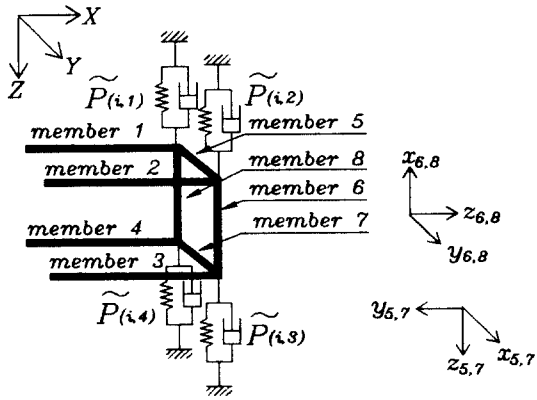


Fig. 2 I-th subsystem

본 연구에서 구조물 중 좌단과 우단, 힘의 불연속점 그리고 응답점은 해석상의 분할점인 절점(node)이 되고, 좌단에서 우단으로 각 절점을 node(0,*), node(1,*), ..., node(n,*)이라 한다. 여기서 기호 *는 전달방향(x방향)과 수직인 평면(Y-Z평면)에 속하는 모든 절점을 의미한다.

그림1과 같은 해석모델은 그림2와 같은 부분계(subsystem)의 연속으로 볼 수 있다. i번째 부분계는 i번째 수평부재(horizontal members), 수

직부재(vertical members), 그리고 기초지지요소로 구성된다. 부재는 일정 단면을 갖는 연속 직선보로 모델링되고, 기초지지요소는 스프링과 감쇠기로 구성된다.

절점을 해석적으로 좌측과 우측으로 분할하여 생각하면 편리하다. 절점(i,*)의 좌측은 i번째 수평부재와 i번째 수직부재의 결합점이 되고, 절점(i,*)의 우측은 i+1번째 수평부재와 i번째 수직부재의 결합점이 된다.

2.2 스펙트럴요소행렬

부재의 중·굽힘·비틀림 연성 진동을 해석할 때, 부재요소 좌우측의 변위벡터는 종변위 $x^{L,R}$, 횡변위 $y^{L,R}$, $z^{L,R}$, 각변위 $\theta_x^{L,R}$, $\theta_y^{L,R}$, $\theta_z^{L,R}$ 로 구성되고, 힘벡터는 축력 $F_x^{L,R}$, 전단력 $F_y^{L,R}$, $F_z^{L,R}$, 모멘트 $M_x^{L,R}$, $M_y^{L,R}$, $M_z^{L,R}$ 로 구성된다. 정방향은 그림3과 같다. 여기서 첨자 “L”과 “R”은 부재요소의 좌측과 우측을 뜻한다. 부재 요소의 좌측과 우측의 힘벡터 $f^{L,R} = \{F_x, M_x, F_y, M_y, F_z, M_z\}_i^{L,R}$ 와 변위벡터 $u^{L,R} = \{x, \theta_x, y, \theta_y, z, \theta_z\}_i^{L,R}$ 사이의 관계는 Doyle의 스펙트럴요소행렬로부터 구할 수 있다^{(1),(2)}. 오일러(Euler)보로 모델링할 경우, 스펙트럴요소행렬은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} f^R \\ f^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u^R \\ u^L \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 부분행렬 A, B, C, D는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \text{diag}(A_{11}, A_{22}, A', A') \\ B &= \text{diag}(B_{11}, B_{22}, B', B') \\ C &= \text{diag}(C_{11}, C_{22}, C', C') \\ D &= \text{diag}(D_{11}, D_{22}, D', D') \end{aligned} \quad (2)$$

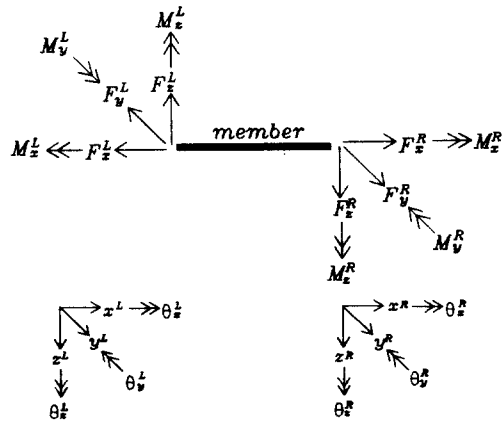


Fig. 3 Definition of the direction of state variables

중진동 스펙트럴요소 $A_{11}, B_{11}, C_{11}, D_{11}$ 는

$$\begin{aligned} A_{11} &= \frac{EA\delta}{l \sin \delta} \cos \delta = -D_{11} \\ B_{11} &= -\frac{EA\delta}{l \sin \delta} = -C_{11} \\ \delta &= l\omega\sqrt{\frac{\mu}{EA}} \end{aligned} \quad (3)$$

이고, 비틀림진동 스펙트럴요소 $A_{22}, B_{22}, C_{22}, D_{22}$ 는

$$\begin{aligned} A_{22} &= \frac{G I_p \beta_l}{l \sin \beta_l} \cos \beta_l = -D_{22} \\ B_{22} &= -\frac{G I_p \beta_l}{l \sin \beta_l} = -C_{22} \\ \beta_l &= l\omega\sqrt{\frac{\mu I}{G}} \end{aligned} \quad (4)$$

이고, 굽힘진동 스펙트럴행렬 A', B', C', D' 는

$$\begin{aligned} A' &= \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix} & B' &= \begin{bmatrix} B'_{11} & B'_{12} \\ B'_{21} & B'_{22} \end{bmatrix} \\ C' &= \begin{bmatrix} C'_{11} & C'_{12} \\ C'_{21} & C'_{22} \end{bmatrix} & D' &= \begin{bmatrix} D'_{11} & D'_{12} \\ D'_{21} & D'_{22} \end{bmatrix} \\ A'_{11} &= \frac{EI}{\beta^3}(\alpha) = -D'_{11} \\ A'_{12} &= \frac{EI}{\beta^3}(-\gamma l) = A'_{21} = D'_{12} = D'_{21} \\ A'_{22} &= \frac{EI}{\beta^3}(\beta l^2) = -D'_{22} \\ B'_{11} &= \frac{EI}{\beta}(-\bar{\alpha}) = -C'_{11} \\ B'_{12} &= \frac{EI}{\beta}(-\gamma l) = -B'_{21} = C'_{12} = -C'_{21} \\ B'_{22} &= \frac{EI}{\beta}(\bar{\beta} l^2) = -C'_{22} \\ \alpha &= (\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon)\varepsilon^3 / ddet \\ \bar{\alpha} &= (\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon)\varepsilon^3 / ddet \\ \beta &= (-\cos \varepsilon \sinh \varepsilon + \sin \varepsilon \cosh \varepsilon)\varepsilon / ddet \\ \bar{\beta} &= (-\sin \varepsilon + \sinh \varepsilon)\varepsilon / ddet \\ \gamma &= (-\cos \varepsilon + \cosh \varepsilon)\varepsilon^2 / ddet \\ \bar{\gamma} &= (\sin \varepsilon \sinh \varepsilon)\varepsilon^2 / ddet \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} ddet &= (1 - \cos \varepsilon \cosh \varepsilon), \quad \varepsilon = \sqrt{\omega\sqrt{\frac{\mu}{EI}}} \\ G' &= E'/2(1 + \nu), \quad E' = E(1 + j\eta) \end{aligned}$$

이다. 여기서, ω 는 각진동수, l 은 부재 요소의 길이, μ 는 선밀도, A 는 단면적, I 는 관성 모멘트, I_p 는 극관성 모멘트, G 는 횡탄성계수, ν 는 포와송비, E 는 종탄성계수, η 는 구조감쇠계수, $E'(G')$ 는 복소 종(횡)탄성계수이다.

2.3 동강성계수의 전달

절점($i, *$)의 좌측과 우측에서 힘벡터와 변위벡터 사이의 관계를 다음식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\bar{F}_i = \bar{S}_i U_i + \bar{E}_i \quad (6)$$

$$F_i = S_i U_i + E_i \quad (7)$$

여기서 \bar{F}_i, F_i 와 U_i 는 절점($i, *$)의 좌측과 우측의 총 힘벡터(total force vector)와 총 변위벡터(total displacement vector)이다. 참고로, 하첨자 " i "는 i 번째 절점 또는 i 번째 부재에 관한 물리량을 뜻하고, 동일 기호 위에 "-"를 붙인 것은 절점 좌측의 물리량, 붙이지 않은 것은 절점 우측의 물리량을 뜻한다.

$$\begin{aligned} \bar{F}_i &= \{ \bar{f}_{(i,1)}, \bar{f}_{(i,2)}, \bar{f}_{(i,3)}, \bar{f}_{(i,4)} \} \\ F_i &= \{ f_{(i,1)}, f_{(i,2)}, f_{(i,3)}, f_{(i,4)} \} \\ U_i &= \{ u_{(i,1)}, u_{(i,2)}, u_{(i,3)}, u_{(i,4)} \} \end{aligned} \quad (8)$$

\bar{S}_i 와 S_i 는 절점($i, *$)의 좌측과 우측에서의 동강성계수행렬(24×24)이고, \bar{E}_i, E_i 는 힘보정벡터이다.

절점($i-1, *$)의 우측(i 번째 수평부재의 좌측)과 절점($i, *$)의 좌측(i 번째 수평부재의 우측)사이의 상태량 벡터 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \bar{F}_i \\ F_{i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_i^* & B_i^* \\ C_i^* & D_i^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ U_{i-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

여기서

$$\begin{aligned} A_i^* &= \text{diag}(A_1, A_2, A_3, A_4)_i \\ B_i^* &= \text{diag}(B_1, B_2, B_3, B_4)_i \\ C_i^* &= \text{diag}(C_1, C_2, C_3, C_4)_i \\ D_i^* &= \text{diag}(D_1, D_2, D_3, D_4)_i \end{aligned} \quad (10)$$

이고, $(A, B, C, D)_{1,2,3,4}$ 는 수평부재 1, 2, 3, 4의 스펙트럴요소행렬의 부분행렬이다(식(1) 참조). 절점($i-1, *$) 우측의 동강성계수 S_{i-1} 와 힘보정벡터 E_{i-1} 를 이미 알고 있다면, 절점($i, *$) 좌측의 동강성계수행렬 \bar{S}_i 와 힘보정벡터 \bar{E}_i 를 식(6), (9) 그리고 식(7)의 i 대신에 $i-1$ 을 대입한 식으로부터 다음식과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{S}_i = A_i^* + B_i^* V_i, \quad \bar{E}_i = -B_i^* G_i^{-1} E_{i-1} \quad (11)$$

여기서

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{C}_i^* \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{G}_i = \mathbf{S}_{i-1} - \mathbf{D}_i^* \quad (12)$$

절점 (i,j) 에 조화외력 $\mathbf{Q}_{(i,j)}$ 로 가진될 경우, 절점 $(i,*)$ 의 동적인 힘의 평형은 다음과 같다.

$$\mathbf{F}_i = \bar{\mathbf{F}}_i + \mathbf{P}_i \mathbf{U}_i - \mathbf{Q}_i \quad (13)$$

여기서 절점 강성행렬 \mathbf{P}_i 는 다음과 같다.

$$\mathbf{P}_i = \dot{\mathbf{P}}_i + \hat{\mathbf{P}}_i$$

$$\dot{\mathbf{P}}_i = \text{diag}(\dot{\mathbf{P}}_{(i,1)}, \dot{\mathbf{P}}_{(i,2)}, \dot{\mathbf{P}}_{(i,3)}, \dot{\mathbf{P}}_{(i,4)})$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{(i,*)} = \text{diag}(k_x + jc_x \omega, K_x + jc_x \omega, k_y + jc_y \omega, K_y + jc_y \omega, k_z + jc_z \omega, K_z + jc_z \omega, K_y + jc_y \omega)_{(i,*)}$$

$$\hat{\mathbf{P}}_i = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{D}}_5 + \hat{\mathbf{A}}_8 & \hat{\mathbf{C}}_5 & 0 & \hat{\mathbf{B}}_8 \\ \hat{\mathbf{B}}_5 & \hat{\mathbf{A}}_5 + \hat{\mathbf{A}}_6 & \hat{\mathbf{B}}_6 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{C}}_6 & \hat{\mathbf{D}}_6 + \hat{\mathbf{A}}_7 & \hat{\mathbf{B}}_7 \\ \hat{\mathbf{C}}_8 & 0 & \hat{\mathbf{C}}_7 & \hat{\mathbf{D}}_7 + \hat{\mathbf{D}}_8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{A}}_{5,7} &= \mathbf{R} \mathbf{A}_{5,7}^t \mathbf{R}, & \hat{\mathbf{B}}_{5,7} &= \mathbf{R} \mathbf{B}_{5,7}^t \mathbf{R} \\ \hat{\mathbf{C}}_{5,7} &= \mathbf{R} \mathbf{C}_{5,7}^t \mathbf{R}, & \hat{\mathbf{D}}_{5,7} &= \mathbf{R} \mathbf{D}_{5,7}^t \mathbf{R} \\ \hat{\mathbf{A}}_{6,8} &= \mathbf{R}' \mathbf{A}_{6,8}^t \mathbf{R}', & \hat{\mathbf{B}}_{6,8} &= \mathbf{R}' \mathbf{B}_{6,8}^t \mathbf{R}' \\ \hat{\mathbf{C}}_{6,8} &= \mathbf{R}' \mathbf{C}_{6,8}^t \mathbf{R}', & \hat{\mathbf{D}}_{6,8} &= \mathbf{R}' \mathbf{D}_{6,8}^t \mathbf{R}' \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 \mathbf{R} 과 \mathbf{R}' 는 부재 5,7과 6,8의 국부좌표계를 전체좌표계로 변환하는 좌표변환행렬이고⁽³⁾, $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D})_{5,6,7,8}$ 는 수직부재 5, 6, 7, 8의 스펙트럴요소행렬의 부분행렬이다(식(1) 참조).

절점 $(i,*)$ 우측의 동강성계수 \mathbf{S}_i 와 힘보정벡터 \mathbf{E}_i 는 식(6), (7), 그리고 (13)으로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_i = \bar{\mathbf{S}}_i + \mathbf{P}_i, \quad \mathbf{E}_i = \bar{\mathbf{E}}_i - \mathbf{Q}_i \quad (15)$$

그러므로 i 번째 부분계 좌측의 동강성계수행렬 \mathbf{S}_{i-1} 과 힘보정벡터 \mathbf{E}_{i-1} 를 알고 있다면, 식(11)과 (15)로부터 i 번째 부분계 우측의 동강성계수행렬 \mathbf{S}_i 와 힘보정벡터 \mathbf{E}_i 를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_i &= \mathbf{A}_i^* + \mathbf{B}_i^* \mathbf{V}_i + \mathbf{P}_i, \\ \mathbf{E}_i &= -\mathbf{B}_i^* \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{E}_{i-1} - \mathbf{Q}_i \end{aligned} \quad (16)$$

절점 $(0,*)$ 즉 구조물의 시작단에서의 경계조건

이 스프링지지로 고려하였으므로, 절점 $(0,*)$ 좌측의 힘벡터 $\bar{\mathbf{F}}_0$ 는 영벡터가 된다. 따라서 절점 $(0,*)$ 에서 힘의 평형식과 식(7)에 $i=0$ 를 대입한 식으로부터 시작단의 \mathbf{S}_0 와 \mathbf{E}_0 를 구할 수 있다.

$$\mathbf{S}_0 = \mathbf{P}_0, \quad \mathbf{E}_0 = -\mathbf{Q}_0 \quad (17)$$

따라서 식(17)을 시작으로 식(16)에 $i=1,2,\dots,n$ 을 반복적으로 대입하면, 구조물의 끝단의 동강성계수행렬 \mathbf{S}_n 과 힘보정벡터 \mathbf{E}_n 을 구할 수 있다.

2.4 강제진동 해석

구조물의 끝단의 경계조건을 스프링지지로 고려하였으므로, 절점 $(n,*)$ 우측은 해석적으로 자유($\mathbf{F}_n = \mathbf{0}, \mathbf{U}_n \neq \mathbf{0}$)로 고려할 수 있다. $\mathbf{F}_n = \mathbf{0}$ 와 식(7)에 $i=n$ 을 대입한 식으로부터 우단의 변위벡터(응답) \mathbf{U}_n 을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{U}_n = -\mathbf{S}_n^{-1} \mathbf{E}_n \quad (18)$$

변위벡터 $\mathbf{U}_{n-1}, \mathbf{U}_{n-2}, \dots, \mathbf{U}_0$ 는 식(7), (9) 및 (12)로부터 다음과 같이 구한다.

$$\mathbf{U}_{i-1} = \mathbf{V}_i \mathbf{U}_i - \mathbf{G}_i^{-1} \mathbf{E}_{i-1} \quad (i=n, n-1, \dots, 1) \quad (19)$$

절점의 변위벡터를 계산한 후, 식(6)과 (7)로부터 절점 좌우의 힘벡터 $\bar{\mathbf{F}}_i (i=1,2,\dots,n)$ 와 $\mathbf{F}_i (i=0,1,\dots,n-1)$ 를 구할 수 있다.

2.5 자유진동해석

본 해석기법으로 자유진동을 해석할 경우에는 힘보정벡터는 전달할 필요가 없고, 오직 동강성계수행렬만 전달해가면 된다. 절점 $(n,*)$ 의 우측은 해석적으로 자유가 되므로, $\mathbf{F}_n = \mathbf{0}, \mathbf{U}_n \neq \mathbf{0}$ 가 된다. 힘보정벡터 항을 제외하고 $i=n$ 을 대입한 식(7)과 $\mathbf{F}_n = \mathbf{0}, \mathbf{U}_n \neq \mathbf{0}$ 으로부터 진동수방정식을 유도할 수 있다.

$$\det \mathbf{S}_n = 0 \quad (20)$$

고유각진동수 ω 를 구하기 위하여, 식(20)에 이분법을 적용하면 실제 수치계산시에는 참근외에도 여러 거짓근까지도 구하므로 거짓근이 문제가 된다. 거짓근이 발생하게 되는 원인은 식(20)의 \mathbf{S}_n 은 궁극적으로 식(16)의 점화식으로부터 구해지는데, 식(12)의 행렬 \mathbf{G}_i 의 행렬식이 영이 될 때, 반대칭극이 발생하기 때문이다. 따라서 위와같은 거짓근을 제거할 필요가 있고, 그 방법은 행렬 \mathbf{S}_n 에 행렬 $\mathbf{G}_i (i=1,2,\dots,n)$ 의 부호함수를 곱하므로써 거짓근을 제거할 수 있다. 그러므로

실제의 수치계산시에는 다음식을 사용한다.

$$Z = \prod_{i=1}^n \text{sgn}(\det G_i) \cdot \text{sgn}(\det S_n) \quad (21)$$

식(21)로부터 고유각진동수를 구한 후, 고유모드는 구조물의 우단에서 좌단으로 연속적으로 계산한다.

3. 계산결과 및 검토

2장에서 전달동강성계수법으로 정식화한 진동 해석알고리즘을 MATLAB 언어로 프로그래밍한 후, 퍼스널컴퓨터 상에서 그림4와 같은 입체 격자형 모델에 대해 계산해 보았다. 그리고 본 해석기법의 신뢰성을 확인하기 위하여, 유한요소법을 사용한 상용 구조해석 소프트웨어인 NISA II로 동일한 계산을 한 결과와 실제 실험결과를 비교한다.

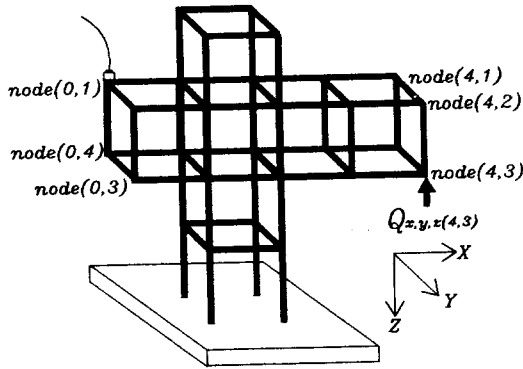


Fig. 4 Lattice type model

모델의 모든 부재의 길이는 250mm, 두께와 폭은 10mm이다. 물성치는 종탄성계수가 $E=2.06 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$, 포와송비가 $\nu=0.3$, 그리고 밀도가 $\rho=7.69474 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 이다.

표1은 모델에 대한 유한요소법(FEM), 전달동강성계수법(TDSCM) 그리고 실험(experiment)을 통해 고유진동수를 얻은 결과이다. 표속의 괄호는 유한요소법에서는 고유치문제 풀기위한 행렬의 크기를 나타내고, 전달동강성계수법에서는 진동수방정식의 동강성계수행렬 S_n 의 크기를 나타낸다. 실험은 충격해머로 구조물에 충격을 가한 후, 3축 가속도계와 FFT로 계측하였다. FFT의 오차는 $\pm 0.6 \text{ Hz}$ 였다.

표1에서 144자유도로 계산한 FEM I 보다 504 자유도로 계산한 FEM II의 결과가 전달동강성계수법의 결과에 다가감을 알 수 있다. 이는 전달동강성계수법은 모델의 부재가 연속계로 모델링되어있는 반면, 유한요소법은 집중계로 모델링되

기 때문이라 생각된다. 그리고 FEM I 은 고차로 갈수록 계산정도가 급격히 나빠짐을 알았다.

Table 1. Comparison of computation accuracy of natural frequency for model [Hz]

No.	FEM I (144×144)	FEM II (504×504)	TDSCM (24×24)	Experiment
1	10.811	10.810	10.809	10.9
2	15.812	15.811	15.811	15.6
3	17.752	17.750	17.750	17.6
4	32.731	32.721	32.721	32.5
5	51.216	51.186	51.183	50.4
6	64.814	64.742	64.738	65.1
7	68.771	68.686	68.683	68.3
8	79.673	79.540	79.535	79.7
9	93.891	93.687	93.677	94.0
10	95.845	95.669	95.658	96.4
20	164.54	163.72	163.66	164.5
30	421.15	380.33	379.16	-
40	487.49	426.89	425.05	-
50	620.38	510.66	507.48	-

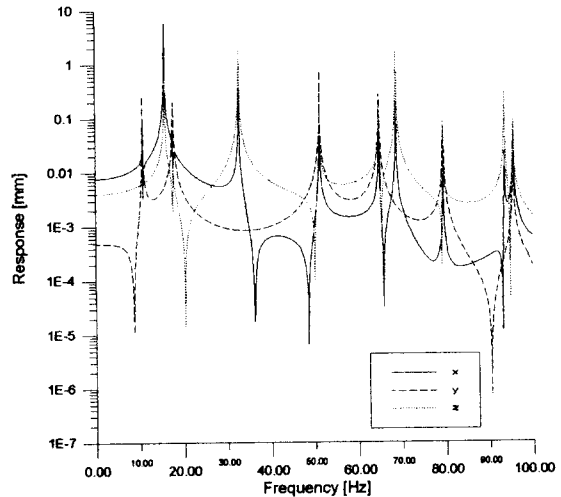


Fig. 5 Frequency-response of model by TDSCM

일반적으로 유한요소법을 이용한 동적해석에서는 분할수(자유도수)가 많을수록 엄밀해에 가까운 정확한 결과를 얻을 수 있지만, 이는 엄청난 계산비용의 대가를 요구한다. 따라서 유한요소법에 관한 지식이 많이 축적되어있지 않는 설

계자에게는 적절한 자유도수를 갖는 모델링은 매우 까다로운 문제임에 틀림없다. 그리고 전달동강성계수법은 구조물이 복잡 거대하더라도 궁극적으로는 끝단의 동강성계수행렬 S_n 의 크기로 국한되어 컴퓨터 메모리면에서 유리하여 일반적인 퍼스널컴퓨터에서도 좋은 결과를 구할 수 있다. 따라서 전달동강성계수법이 유한요소법보다 퍼스널컴퓨터에서 해석알고리즘이 더욱 적합하다고 생각한다.

절점(4,3)에 Z방향으로 조화외력으로 가진될 때, 절점(0,1)에서 X, Y 그리고 Z방향의 주파수 응답을 전달동강성계수법으로 계산하였다(그림 5 참조). 조화외력은 진폭이 1N, 주파수 범위가 0.1Hz에서 100Hz(0.1Hz 간격)이다. 표1의 고유진동수와 그림 5의 공진점이 잘 대응하고 있다.

동일한 모델에 대하여 유한요소법에 기본 개념을 두고 있는 NISA II로도 주파수응답을 계산하였고, 전달동강성계수법의 결과와 비교하기 위하여 그 결과를 표2에 나타내었다. 표2는 모델의 절점(0,1)에서 Y방향의 주파수응답을 계산한 결과이다. 가진주파수는 1, 10, 20, ..., 100Hz이다. 유한요소법은 표1에서 확인한 바와같이 504 자유도수를 사용하여 고차까지 정확한 고유진동수를 얻은 바 있는 FEM II의 고유치해석 결과인 고유진동수와 고유모드를 가지고 주파수응답을 계산한다. FEM II의 1차에서 10차까지의 고유진동수와 고유모드를 가지고 계산한 FEM<10> 보다 1차에서 50차까지의 고유진동수와 고유모드를 가지고 계산한 FEM<50>의 응답결과가 전달동강성계수법의 결과에 접근함을 확인할 수 있다.

Table 2 Comparison of computation accuracy of frequency-response for model[mm]

Freq.	FEM<10>	FEM<20>	FEM<50>	TJSCM
1.0	4.540E-4	4.803E-4	4.865E-4	4.866E-4
10	1.775E-3	1.749E-3	1.743E-3	1.747E-3
20	4.410E-3	4.383E-3	4.376E-3	4.376E-3
30	9.690E-4	9.407E-4	9.341E-4	9.340E-4
40	1.057E-3	1.027E-3	1.020E-3	1.020E-3
50	9.763E-3	9.731E-3	9.723E-3	9.744E-3
60	3.241E-3	3.277E-3	3.285E-3	3.286E-3
70	1.807E-3	1.766E-3	1.757E-3	1.755E-3
80	6.120E-3	6.167E-3	6.177E-3	6.103E-3
90	4.181E-5	1.054E-5	2.161E-5	2.183E-5
100	2.189E-4	1.696E-4	1.826E-4	1.812E-4

그러나 표1에서 확인한 바와같이 유한요소법은 고차로 갈수록 해석결과가 부정확하므로, 동적해석에서 고차의 부정확한 고유모드를 계속 더해가는 것은 무의미할 수도 있다. 따라서 적절한

고유모드의 선택 역시 쉬운문제가 아니다.

반면에 전달동강성계수법은 동적인 문제를 해결할 때 이러한 부담을 주지않고, 퍼스널컴퓨터에서도 신뢰성있는 계산 결과를 얻을 수 있으므로, 대형컴퓨터가 갖추어 있지 않은 중소기업이나 산업현장의 설계자들이 사용하기에는 편리하다고 생각한다.

4. 결 론

저자들은 복잡 거대한 입체 격자형 구조물의 자유진동 및 강제진동을 해석할 수 있는 알고리즘을 새로운 진동해석기법인 전달동강성계수법으로 정식화했다.

퍼스널 컴퓨터상에서 전달동강성계수법을 이용하여 실제 격자형 구조물에 대한 진동해석 결과와 유한요소법에 근거한 상용의 구조해석 소프트웨어를 이용한 결과 그리고 실제 실험결과를 비교·검토하였다. 그 결과 본 해석기법이 신뢰성 있고, 편리하다는 것을 알 수 있었다.

그리고 복잡 거대한 격자형 구조물의 동적인 문제를 전달동강성계수법을 이용하면 퍼스널 컴퓨터에서도 원만히 계산할 수 있다는 것을 알 수 있었다.

참 고 문 헌

- (1) J. F. Doyle, 1988, "A Spectrally Formulated Finite Element for Longitudinal Wave Propagation", Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, 3(1), 1-5.
- (2) J. F. Doyle and T. N. Farris, 1990, "A Spectrally Formulated Finite Element for Flexural Wave Propagation in Beams", Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis, 5(2), 99-107.
- (3) T. Kondou, A. Sueoka, Y. Yasuda and D. H. Moon, 1992, "Free Vibration Analysis of a Tree Structure by the Transfer Influence Coefficient Method(2nd Report, Treatment of a Three-Dimensional Tree Structure and Numerical Computational Results)", JSME Int. J. Series III, 35(1), 32-40.
- (4) V. H. Muchino, V. Pavelic, 1981, "An Exact Condensation Procedure for Chain-Like Structures Using a Finite Element-Transfer Matrix Approach", J. of Mechanical Design, 103(2), 295-303
- (5) 이, 강, 1995, "전달 스펙트럴 유한요소법을 이용한 거대격자구조물의 진동해석", 대한기계학회논문집, 19(12), 3177-3189
- (6) 문, 최, 강, 강, 1997, "강성계수의 조합 및 전달에 의한 격자형 구조물의 자유진동해석", 한국소음진동공학회 춘계학술대회논문집, 169-175.