

회전하는 익차의 유한요소 진동해석 기법

° 김창부*, 안영철**, 이동환***

A Method for Finite Element Vibration Analysis of Rotating Blade Disks

Chang-Boo Kim , Yung-Chul Ahn , Dong-Hwan Lee

ABSTRACT

In this paper, we present an efficient method for finite element vibration analysis of constantly rotating blade disks which are deformed to some considerable extent by centrifugal force, Coriolis force and operating load, and vibrate due to several types of exciting forces. A blade disk which is a structure with cyclic symmetry is divided into substructures with the same geometry. Only one substructure is modeled and can be analysed rapidly and exactly using discrete Fourier transform by means of a computer with small memory.

1. 서론

고속으로 회전하는 터빈, 압축기, 펌프등 회전기계의 익차에서는 원심력 및 작동부하로 인하여 무시 못할 정도의 변형과 응력이 생기면서 여러가지 여기력이 작용하여 진동이 발생하게 된다. 이와 같은 동적 특성의 파악은 익차설계에서 매우 중요하므로 그 특성을 해석하는 방법에 관하여 지금까지 많은 연구가 되어왔다. 복잡한 형상의 익차를 용이하게 모델링 할 수 있는 유한요소법을 사용하여 익차의 동적특성을 해석하는 대표적인 연구로서는 참고문헌 [1-4]와 같다.

본 연구에서는 일정한 속도로 회전하는 익차에서 원심력과 Coriolis력 및 작동부하가 진동에 미치는 영향을 고려할 수 있도록 유한변형이론 및 유한요소법을 사용하여 운동방정식을 정립하고 동적 특성을 체계적으로 해석하는 효율적인 방법을 제시하고자 한다.

익이 원주방향으로 주기적으로 배열되어 있는 순환대칭 구조물인 익차를 전체적인 유한요소로 모델링하는 경우에는 자유도수가 매우 많이 되어 해석이 거의 불가능하게 되므로 익차의 순환대칭성을 이용하여 이산푸리에 변환을 사용함으로써 한 개의 익으로 구성되는 부분구조만을 모델링하여 작은 컴퓨터 용량으로서 신속하고 정확하게 해석을 체계적으로 수행할 수 있게 된다.

2. 회전하는 구조물

2.1 운동방정식

고정좌표계 $\{O, X, Y, Z\}$ 의 X축 방향으로 회전하고 있는 구조물의 변형과 작용력은 Fig. 1에서와 같다. 회전좌표계 $\{O, x, y, z\}$ 는 구조물에 고착되어 구조물과 함께 x축 방향과 일치된 X축 방향으로 고정좌표계에 대하여 회전각 $\phi(t)$ 만큼 회전하고 있다. $\vec{u}(\vec{r}_0, t)$ 는 구조물을 구성하는 질점 P의 변위이다. $\Gamma_s(t)$ 는 구조물에 작용하는 반력 토크이며, $\vec{b}(\vec{r}_0, t)$ 는 질점 P에 작용하는 단위 질량당

* 인하대학교 기계항공자동화공학부, 정회원

** 인하대학교 대학원

*** 한국기계연구원 회전체역학연구팀, 정회원

의 체적력이고, $\vec{t}(\vec{r}_0, t)$ 는 구조물 표면에 작용하는 단위 면적당의 표면력이다.

질점 P의 변형전 위치 \vec{r}_0 와 변위 \vec{u} 를 회전 좌표계 성분으로 표현하면 다음과 같다.

$$\vec{r}_0 = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (1)$$

$$\vec{u} = u_x\vec{i} + u_y\vec{j} + u_z\vec{k} \quad (2)$$

변위 성분을 유한요소법의 절점변위벡터 v 를 사용하여 다음과 같이 근사시키고

$$\begin{Bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_z \end{Bmatrix} \{v\} \quad (3)$$

유한변형을 고려하여 Total Lagrangian Formulation 방법[5]을 이용하면 가상일의 원리로부터 변위 v 에 대하여 비선형인 다음과 같은 운동 방정식이 얻어진다.[6]

$$M_0 \ddot{v} + 2\dot{\phi} M_G \dot{v} + K_S(v)v + \ddot{\phi}(b_G + M_G v) - \dot{\phi}^2(a_C + M_C v) = f_E(t) \quad (4)$$

여기서

$$M_0 = \int_{D_0} [N_x^T N_x + N_y^T N_y + N_z^T N_z] dm$$

$$M_G = \int_{D_0} [N_z^T N_y - N_y^T N_z] dm$$

$$M_C = \int_{D_0} [N_y^T N_y + N_z^T N_z] dm$$

$$a_C = \int_{D_0} \{N_y^T y + N_z^T z\} dm$$

$$b_G = \int_{D_0} \{N_z^T y - N_y^T z\} dm$$

$$f_E = \int_{D_0} \{N_x^T b_x + N_y^T b_y + N_z^T b_z\} dm$$

$$+ \int_{\partial D_0} \{N_x^T t_x + N_y^T t_y + N_z^T t_z\} dA_0$$

$$K_S(v) = K_0 + \frac{1}{2} K_1(v) + \frac{1}{4} K_2(v) + \frac{1}{2} K_\sigma(\sigma)$$

$$K_0 = \int_{D_0} [B^T D B] dV_0$$

$$K_1 = \int_{D_0} [(AG)^T D B + B^T D (AG)] dV_0$$

$$K_2 = \int_{D_0} [(AG)^T D (AG)] dV_0$$

$$K_\sigma = \int_{D_0} [G^T S G] dV_0$$

상기 식에서 M_0 는 질량행렬, M_G 는 Gyro 효과행렬, K_S 는 할선강성행렬, M_C 는 기하학적 질량행렬,

a_C 는 원심력 효과벡터, b_G 는 접선력 효과벡터, f_E 는 외력벡터이며, K_0 는 선형강성행렬, K_1 는 변위에 1차 종속인 강성행렬, K_2 는 변위에 2차 종속인 강성행렬, K_σ 는 응력에 1차 종속인 강성행렬이다. 또한 D 는 탄성행렬, B 는 선형 변형도행렬, G 는 변위구배행렬, AG 는 비선형 변형도행렬, S 는 응력행렬이며, 응력벡터 σ 와 변위벡터 v 의 관계는 다음과 같다.

$$\sigma = D [B + \frac{1}{2} A(v)G] v \quad (5)$$

2.2 일정 회전시의 진동 방정식

구조물이 일정한 각속도 Ω 로 회전하고 있는 경우 ($\dot{\phi} = \Omega$)의 운동방정식은 식(4)로부터 다음과 같이 표현된다.

$$M_0 \ddot{v} + 2\Omega M_G \dot{v} + [K_S(v) - \Omega^2 M_C] v = \Omega^2 a_C + f_E(t) \quad (6)$$

일정한 외력이 작용하는 정적 평형상태 (${}^s \dot{v} = {}^s \ddot{v} = 0$)에서의 평형방정식은 식(6)으로부터 다음과 같이 표현되며

$$[K_S({}^s v) - \Omega^2 M_C] {}^s v = \Omega^2 a_C + {}^s f_E \quad (7)$$

응력은 식(5)로부터 다음과 같이 표현된다.

$${}^s \sigma = D [B + \frac{1}{2} A({}^s v)G] {}^s v \quad (8)$$

평형방정식(7)은 정적변위 ${}^s v$ 에 대하여 비선형방정식이다.

정적 평형상태에서의 동적 변위 ${}^d v = v - {}^s v$ 를 미소하다고 가정하여 식(6)을 정적 평형상태에서 선형화하면 동적 변위 ${}^d v$ 에 대하여 선형인 다음과 같은 진동방정식이 얻어진다.[6]

$$M_0 {}^d \ddot{v} + 2\Omega M_G {}^d \dot{v} + [K_T({}^s v) - \Omega^2 M_C] {}^d v = {}^d f_E(t) \quad (9)$$

여기서 K_T 는 접선강성행렬, ${}^d f_E(t)$ 는 여기력벡터로서 다음과 같다.

$$K_T({}^s v) = K_0 + K_1({}^s v) + K_2({}^s v) + K_\sigma({}^s \sigma)$$

$${}^d f_E(t) = f_E(t) - {}^s f_E$$

3. 회전하는 순환대칭 구조물

3.1 운동방정식

Fig. 2에서와 같이 원주방향으로 주기적으로 배열된 n 개의 부분구조로 구성된 순환대칭구조물이

일정한 각속도 Ω 로 회전할 때, 회전좌표계 $(0)=(O, x, y, z)$ 로 부터 x 축 방향으로 일정각 $\theta_k = k\Delta\theta$ (여기서 분할각 $\Delta\theta = 2\pi/n$) 만큼 회전된 좌표계 $(k)=(O, x_k, y_k, z_k)$ 와 함께 회전하는 k 번째 부분구조의 변위를 내부 질점변위 \vec{u}_I^k , 양의 연결경계 질점변위 \vec{u}_P^k , 음의 연결경계 질점변위 \vec{u}_N^k 로 구분하고, 부분구조에 작용하는 외력을 내부 질점에 작용하는 체적력 $\vec{b}_I^k dm$ 및 표면력 $\vec{t}_I^k dA_0$, 양의 연결경계 질점에 작용하는 반력 $\vec{t}_P^k dA$, 음의 연결경계 질점에 작용하는 반력 $\vec{t}_N^k dA$ 로 구분한다.

연결경계에서의 변위조건과 반력조건은 연결경계에서의 변위의 연속성을 고려하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\vec{u}_P^k &= \vec{u}_N^{k+1} \\ \vec{t}_P^k &= -\vec{t}_N^{k+1}\end{aligned}\quad (10)$$

좌표계 $(k+1)$ 은 좌표계 (k) 로부터 x 축 방향으로 $\Delta\theta$ 만큼 회전되어 있으므로 변위 및 힘등의 물리적 벡터의 좌표계 $(k+1)$ 에 대한 성분벡터는 다음과 같은 회전행렬 R 을 이용하여 좌표계 (k) 에 대한 성분벡터로 좌표 변환 될 수 있다.

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \Delta\theta & -\sin \Delta\theta \\ 0 & \sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{bmatrix}\quad (12)$$

따라서 연결경계에서는 질점의 변위조건 (10)과 반력조건 (11)이 다음과 같이 표현된다.

$$\vec{u}_P^k = R\vec{u}_N^{k+1}\quad (13)$$

$$\vec{t}_P^k = -R\vec{t}_N^{k+1}\quad (14)$$

연결경계에서의 경계조건 (13)과 (14)는 완전하므로 구조물의 순환대칭성을 고려하면 식 (6)으로부터 다음과 같은 n 개의 부분구조에 관한 운동방정식이 얻어진다.

For $k=1, \dots, n$

$$\begin{aligned}M_0^k \ddot{\vec{v}}^k + 2\Omega M_G^k \dot{\vec{v}}^k + (K_S^k - \Omega^2 M_C^k) \vec{v}^k \\ = \Omega^2 \vec{a}_C^k + \vec{f}_E^k(t)\end{aligned}\quad (15)$$

여기서

$$M_0^k = M_0^n$$

$$M_G^k = M_G^n$$

$$M_C^k = M_C^n$$

$$\vec{a}_C^k = \vec{a}_C^n$$

$$K_S^k = K_0^n + \frac{1}{2} K_1^n (v^k) + \frac{1}{4} K_2^n (v^k) + \frac{1}{2} K_0^n (v^k)$$

또한 v^k 는 좌표계 (k) 에 대한 k 번째 부분구조의 질점변위벡터로서 v_I^k, v_N^k, v_P^k 로 구성되며, f_E^k 는 좌표계 (k) 에 대한 k 번째 부분구조에 작용하는 \vec{t}_I^k 및 \vec{b}_I^k 에 의한 질점외력벡터이다.

그런데 운동방정식(15)에서 $v^k (k=1, \dots, n)$ 는 식(13)부터 얻어지는 다음과 같은 연결경계에서의 질점변위에 관한 구속식을 만족해야 한다.

For $k=1, \dots, n$

$$\vec{v}_P^k = A \vec{v}_N^{k+1}\quad (16)$$

3.2 진동방정식

모든 부분구조에 동일하면서 일정한 외력이 작용하는 정적평형상태(${}^s f_E^k = {}^s f_E^n, k=1, \dots, n$)에서의 평형방정식과 구속식은 순환대칭성을 고려하면 식 (15) 및 (16)으로부터 다음과 같이 얻어진다.

For $k=1, \dots, n$

$${}^s \vec{v}^k = {}^s \vec{v}^n$$

with

$$[K_S^n ({}^s \vec{v}^n) - \Omega^2 M_C^n] {}^s \vec{v}^n = \Omega^2 \vec{a}_C^n + {}^s \vec{f}_E^n\quad (17)$$

$${}^s \vec{v}_P^n = A {}^s \vec{v}_N^n\quad (18)$$

정적평형상태에서의 동적변위 ${}^d \vec{v}^k = \vec{v}^k - {}^s \vec{v}^n$ ($k=1, \dots, n$)를 미소하다고 가정하여 식(15)를 정적평형상태에서 선형화하면 동적변위 ${}^d \vec{v}^k (k=1, \dots, n)$ 에 대하여 선형인 다음과 같은 진동방정식이 얻어진다.

For $k=1, \dots, n$

$$\begin{aligned}M_0^n {}^d \ddot{\vec{v}}^k + 2\Omega M_G^n {}^d \dot{\vec{v}}^k + [K_T^n - \Omega^2 M_C^n] {}^d \vec{v}^k \\ = {}^d \vec{f}_E^k(t)\end{aligned}\quad (19)$$

여기서

$$K_T^n = K_0^n + K_1^n ({}^s \vec{v}^n) + K_2^n ({}^s \vec{v}^n) + K_0^n ({}^s \vec{v}^n)$$

$${}^d \vec{f}_E^k(t) = \vec{f}_E^k(t) - {}^s \vec{f}_E^n$$

또한 식(19)의 ${}^d \vec{v}^k$ 는 다음과 같은 구속식을 만족하여야 한다.

For $k=1, \dots, n$

$$\vec{v}_P^k = A \vec{v}_N^{k+1}\quad (20)$$

3.3 이산푸리에 변환

구조물의 순환대칭성을 고려하여 동적변위벡터와 여기력벡터를 이산푸리에 변환하면 다음과 같

다.[7]

For $m=1, \dots, n-1$

$$\begin{cases} v_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (d_v^k \cos m\theta_k) \\ v_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (d_v^k \sin m\theta_k) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} f_m^R = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (d_f^k \cos m\theta_k) \\ f_m^I = -\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (d_f^k \sin m\theta_k) \end{cases} \quad (22)$$

변환된 벡터는 다음 식을 만족하므로

$$\begin{cases} v_{n-m}^R = v_m^R \\ v_{n-m}^I = -v_m^I \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} f_{n-m}^R = f_m^R \\ f_{n-m}^I = -f_m^I \end{cases} \quad (24)$$

동적변위벡터와 여기력벡터는 다음과 같이 변환된 벡터의 선형조합으로 표현된다.

For $k=1, \dots, n$

$$d_v^k = v_0^R + \sum_{m=1}^P 2(v_m^R \cos m\theta_k - v_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n = \text{even}) v_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (25)$$

$$d_f^k = f_0^R + \sum_{m=1}^P 2(f_m^R \cos m\theta_k - f_m^I \sin m\theta_k) + (\text{if } n = \text{even}) f_{n/2}^R \cos \frac{n}{2} \theta_k \quad (26)$$

여기서

$$P = \begin{cases} \frac{n-1}{2} & \text{if } n \text{ is odd} \\ \frac{n}{2} - 1 & \text{if } n \text{ is even} \end{cases} \quad (27)$$

n 개의 선형진동방정식(19)와 n 개의 선형구속식(20)에 식(21) 및 식(22)를 대입하여 질적경수 (혹은 이산푸리에 지수) m 에 따라서 정리하면 다음과 같은 n 개의 변환된 진동방정식 및 대응되는 변환된 구속식이 얻어진다.

For $m=0, \dots, n/2$

$$\begin{cases} M_0^n \ddot{v}_m^R + 2\Omega M_G^n \dot{v}_m^R + (K_T^n - \Omega^2 M_C^n) v_m^R = f_m^R(t) \\ M_0^n \ddot{v}_m^I + 2\Omega M_G^n \dot{v}_m^I + (K_T^n - \Omega^2 M_C^n) v_m^I = f_m^I(t) \end{cases} \quad (28)$$

with

$$\begin{cases} v_{Pm}^R = A(v_{Nm}^R \cos \theta_m - v_{Nm}^I \sin \theta_m) \\ v_{Pm}^I = A(v_{Nm}^R \sin \theta_m + v_{Nm}^I \cos \theta_m) \end{cases} \quad (29)$$

상기식에서 $m=0$ 혹은 $n/2$ (if $n = \text{even}$)에 대해서

는 v_m^I 과 f_m^I 은 고려되지 않는다.

3.4 여기력

1) 정상상태에서는 구조물의 원주방향 주기성을 고려하면 외력벡터는 다음과 같은 관계를 갖게 되어 $f_E^k(t)$ 는 $T = 2\pi/\Omega$ 의 주기를 가지므로

For $k=1, \dots, n$

$$f_E^{k+1}(t - \frac{2\pi}{n\Omega}) = f_E^k(t) \quad (30)$$

외력벡터를 Fourier 급수로 표현하면 다음과 같다.

$$f_E^k(t) = \sum_{r=-\infty}^{\infty} c_r e^{ir(\Omega t + \theta_k)} \quad (31)$$

여기서

$$c_r = \frac{1}{T} \int_0^T f_E^n(t) e^{-ir\Omega t} dt = c_r^R + ic_r^I \quad (32)$$

따라서 정적외력벡터와 여기력벡터는 다음과 같다.

For $k=1, \dots, n$

$$\begin{cases} s_f^k = c_0 \\ d_f^k = \sum_{r=1}^{\infty} 2(C_r^R \cos r(\Omega t + \theta_k) - C_r^I \sin r(\Omega t + \theta_k)) \end{cases} \quad (33)$$

여기력벡터를 이산푸리에 변환하면 다음과 같이 표현된다.

For $m=0, \dots, n-1$

$$\begin{cases} f_m^R = \sum_{r \in J_m^+} (c_r^R \cos r\Omega t - c_r^I \sin r\Omega t) + \sum_{r \in J_m^-} (c_r^R \cos r\Omega t - c_r^I \sin r\Omega t) \\ f_m^I = \sum_{r \in J_m^+} (c_r^R \sin r\Omega t + c_r^I \cos r\Omega t) - \sum_{r \in J_m^-} (c_r^R \sin r\Omega t + c_r^I \cos r\Omega t) \end{cases} \quad (34)$$

여기서

$$J_m^+ = \{r/r = m + jn > 0 \text{ for all integer } j\}$$

$$J_m^- = \{r/r = -m + jn > 0 \text{ for all integer } j\}$$

그런데 $J_m^+ \cap J_{j \neq m}^+$, $J_m^- \cap J_{j \neq m}^-$ 은 공집합이다.

2) n 번째 부분구조에만 여기력이 작용하는 경우, 즉 $d_f^n(t) = g(t)$, $d_f^k(t) = 0$ ($k=1, \dots, n-1$)의 경우에는 이산푸리에 변환된 여기력벡터는 다음과 같다.

For $m=1, \dots, n-1$

$$\begin{cases} f_m^R = \frac{1}{n} g(t) \\ f_m^I = 0 \end{cases} \quad (35)$$

3) 모든 부분구조에 동일한 여기력이 작용하는 경

우, 즉 $f_E^k(t) = g(t)$ ($k=1, \dots, n$)의 경우에는 이 산푸리에 변환된 여기력벡터는 다음과 같다.

$$\begin{cases} f_0^R = g(t) \\ f_m^R = f_m^I = 0 \quad (m=1, \dots, n-1) \end{cases} \quad (36)$$

4. 수치해석

4.1 해석모델

해석에 사용된 익차모델은 Fig. 4에서와 같이 길이 400 mm, 두께 4 mm, 폭 40 mm인 평판이 길이방향으로 90° 비틀어진 $n=40$ 개의 익(blade)이 등간격으로 반경 100 mm의 회전축에 고정되어 있고, 두께 6 mm, 폭 40 mm인 원통판의 덮개(shroud)로 연결되어 있다. Fig. 5는 익과 덮개로 구성된 부분구조의 유한요소 모델을 보이고 있다. 익과 덮개는 각각 2×20 및 3×4 개의 20 Nodes-3 D-Solid 유한요소로 모델링되고, 탄성계수 2.05×10^{11} N/m², 프아송비 0.3, 밀도 7800 kg/m³의 재질을 사용하였다.

4.2 고유진동해석

구속식(29)를 고려하여 v_m^R, v_m^I 에 대한 진동방정식(28)을 독립변수 v_m^* 에 대하여 표현하고 Rayleigh 감쇠 및 모달감쇠를 고려할 수 있도록 감쇠행렬을 추가하여 정리하면 다음과 같은 진동방정식이 얻어진다.

For $m=0, \dots, n/2$

$$M_m^* \ddot{v}_m^* + (G_m^* + B_m^*) \dot{v}_m^* + K_m^* v_m^* = f_m^*(t) \quad (37)$$

해석과정에서 CPU 용량 및 시간을 줄이기 위해서 M_m^* 과 K_m^* 으로부터 계산된 저차의 비감쇠 고유진동모드만을 고려하여 식(37)을 모달변환하면 다음과 같이 표현된다.

$$M_m \ddot{q}_m + (G_m + B_m) \dot{q}_m + K_m q_m = f_m(t) \quad (38)$$

따라서 고유진동수와 고유모드는 다음과 같은 고유진동식으로부터 계산된다.

$$\begin{cases} \dot{q}_m \\ q_m \end{cases} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_m^{-1}K_m & -M_m^{-1}G_m \end{bmatrix} \begin{cases} q_m \\ \dot{q}_m \end{cases} \quad (39)$$

회전속도 $\Omega=0$ 인 경우에 해석모델의 고유진동수 ω_{mi} 는 Fig. 6에서와 같고 $m=1, \dots, P$ 에서는 항상 동일한 두 개의 고유진동수가 존재한다.

식(25)를 사용하여 전체 구조의 변위를 계산하여 그려진 저차의 고유모드는 Fig. 7과 같고, ω_{01} 일때

는 원주방향굽힘모드, ω_{02} 일때는 축방향굽힘모드이고, 동일한 고유진동수인 ω_{11} 과 ω_{12} 일때의 모드는 서로 직교하고 있고 절직경은 한 개가 있다. 또한 ω_{21} 일때 절직경은 두 개가 있다.

Fig. 8에서는 회전속도에 따른 고유진동수의 변화를 보여주고 있다. 원심력에 의한 정적변형을 고려한 경우의 고유진동수는 정적변형을 고려하지 않은 경우에 비하여 약간 낮고 임계회전속도 Ω_{crit} 는 119 rad/s 근처이다. Coriolis력에 의한 영향은 거의 없다.

4.3 강제진동해석

식(38)에서 f_m 과 q_m 을 다음과 같이 가정하면

$$\begin{aligned} f_m(t) &= \text{Re}\{F_{m\omega} e^{i\omega t}\} \\ q_m(t) &= \text{Re}\{Q_{m\omega} e^{i\omega t}\} \end{aligned} \quad (40)$$

다음과 같은 주파수 응답식이 얻어진다.

$$[(K_m - \omega^2 M_m) + i\omega(G_m + B_m)]Q_{m\omega} = f_{m\omega} \quad (41)$$

익차의 회전속도가 100 rad/s 이고, 모달감쇠계수가 0.2 %인 경우에 모든 익의 중심에서 면에 수직인 방향으로 크기 1 N, 주파수 ω 인 동일한 여기력이 작용할 때, n 번째 익 중심에서의 축방향(x), 반경방향(y) 원주방향(z) 변위 진폭의 여기주파수에 대한 변화는 Fig. 9와 같다.

익차의 회전속도가 100 rad/s, 모달감쇠계수가 0.2 %인 경우에 익의 중심에서 면에 수직방향으로 크기 1 N인 식(33)과 같은 정상상태의 여기력이 작용할 때, n 번째 익 중심에서의 x, y, z 방향 변위 진폭에 관한 주파수 응답은 Fig. 10과 같다.

5. 결론

익차의 순환대칭성을 이용하여 이산푸리에 변환을 사용함으로써 한 개의 익으로 구성되는 부분구조만을 유한요소로 모델링하여 일정속도로 회전하는 익차에 작용하는 원심력, 작동부하, Coriolis력 및 여러종류의 여기력에 의한 익차의 동적특성을 작은 컴퓨터 용량으로도 체계적으로 신속하고 정확하게 해석할 수 있는 효율적인 방법을 제시하였다.

참고문헌

- [1] 道村精一외3인, “羽根車の振動(第6報, 羽根車と共に運動する座標系における振動解析.その1)”, 日本機械學會論文集(C編), 50卷449號, pp.72-80, 1984.
- [2] 道村精一외3인, “羽根車の振動(第7報, 羽根車と

共に運動する座標系における振動解析.その2)", 日本機械學會論文集(C編), 50卷449號, pp.81-89, 1984.

[3] S.Dubigeon and J.C.Michon, "Mode for Deformable Periodic Cyclic Symmetric Systems Driven in Uniform Rotation by a Flexible Shaft", Journal of Sound and Vibration 106(1), pp. 53-70, 1986.

[4] P.C.Kohnke, "ANSYS Engineering Analysis System Theoretical Manual", Swanson Analysis System INC., 1986.

[5] K.Washizu, "Variational Methods in Elasticity & Plasticity", Pergamon Press, 1982.

[6] 김창부, "회전체계의 강제비틀림 진동해석 시스템 개발", 한국기계연구원 위탁연구보고서, 1992.

[7] 김창부, 김정락, "이산푸리에 변환을 이용한 순환대칭 구조물의 유한요소 진동해석", 한국소음 진동공학회 1995년도 추계학술대회논문집, pp. 221-226, 1995.

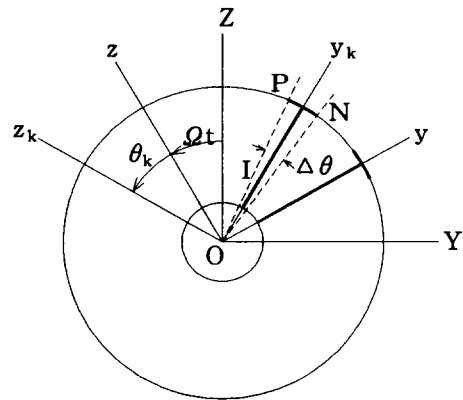


Fig. 2 Rotating structure with cyclic symmetry

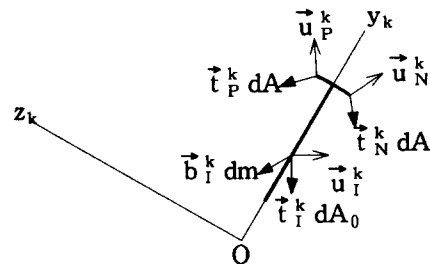


Fig. 3 Displacement and forces of k-th substructure

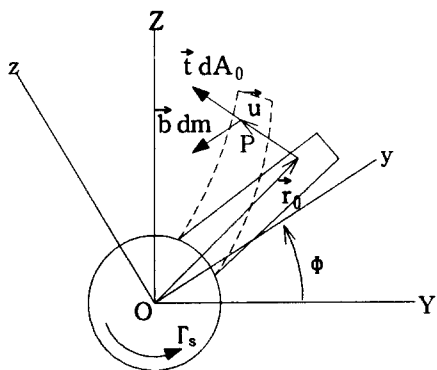


Fig. 1 Deformation and forces of rotating structure

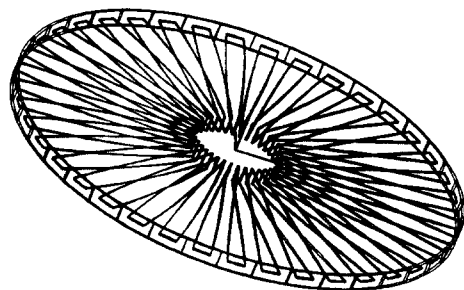


Fig. 4 Shrouded blade disk

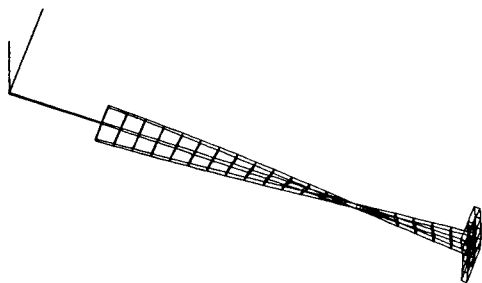


Fig. 5 Shrouded blade F.E. Model

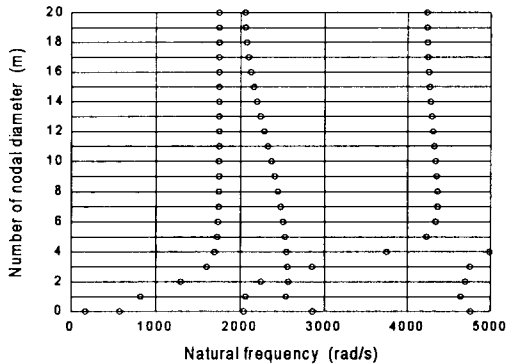
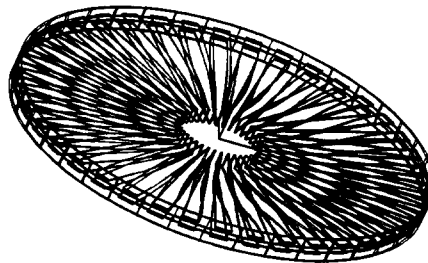
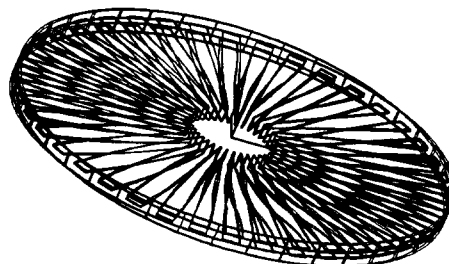


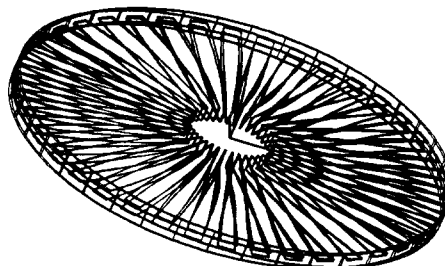
Fig. 6 Natural frequencies at $\Omega = 0$



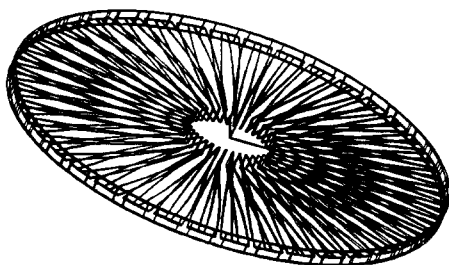
ω_{02}



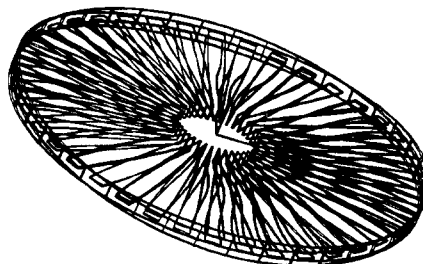
ω_{11}



ω_{12}



ω_{01}



ω_{21}

Fig. 7 Natural Modes at $\Omega = 0$

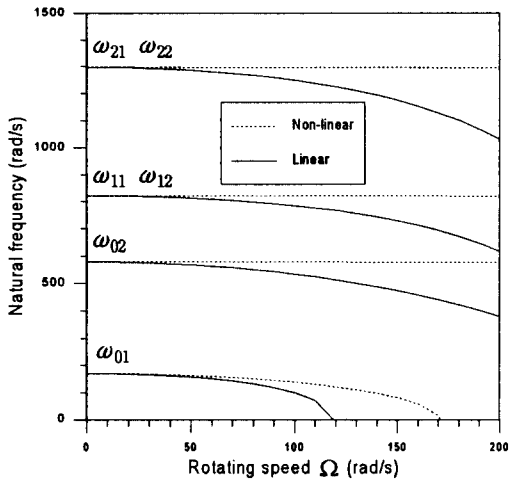


Fig. 8 Natural frequencies along rotating speed

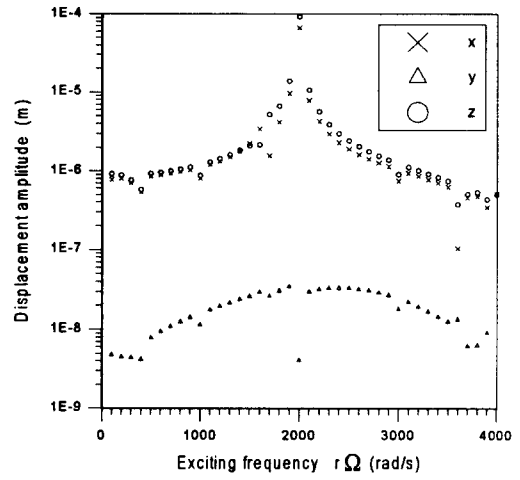


Fig. 10 Displacement amplitude spectrum at steady state $\Omega = 100$ rad/s

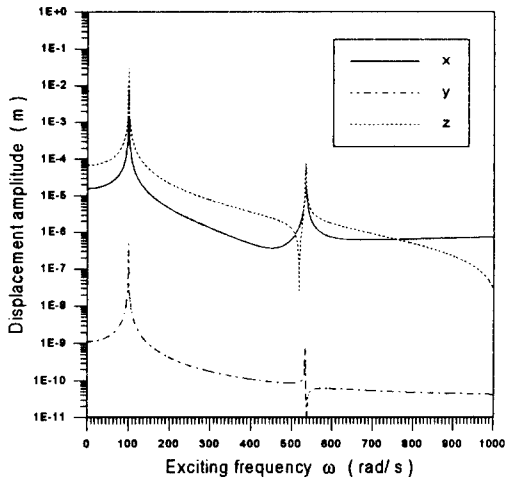


Fig. 9 Frequency response at $\Omega = 100$ rad/s