

축어긋남을 갖는 로터리 컴프레서의 동적해석

정의봉*, 0김태학**

Dynamic Analysis of Rotary Compressor with Rotor Misalignment

Weui-Bong Jeong and Tae-Hak Kim

ABSTRACT

Large dynamic loads act on the rotor in rotary compressors. There are unbalance forces due to eccentric parts and gas forces induced by the pressure difference between compression and suction gases. Rotor-journal bearing system is nonlinear since the stiffness and damping coefficients of the lubricating oil film are not constant in the bearings. The system is considered as a coupled problem of flexible rotor and the journal bearings. Bearing reaction force is calculated from pressure of oil film using Reynolds equations in journal bearings. Pressure distribution in journal bearing is analyzed by finite difference method. The dynamic response of rotor and bearing characteristic are discussed when rotary compressor has a relative misalignment.

1. 서 론

로터리 컴프레서는 압축 작용시 가스압력에 의한 가스힘, 축계의 편심에 따른 원심력, 저널 베어링의 유막의 비선형 반력 등의 기진력이 발생한다. 회전체-저널 베어링계는 베어링의 유막의 강성과 감쇠가 변위, 속도 등에 변하기 때문에 비선형이 된다. 특히 인버터형 컴프레서에서는 고속 회전시 더욱 큰 기진력을 유발시키며 회전체는 큰 탄성체 변형을 일으켜 진동, 소음 발생 원인이 되며 베어링 힘의 증대로 마모를 일으켜 고장의 원인이 되기도 한다. 실제 사용되고 있는 저널 베어링에서의 부하하중은 축어긋남에 의하여 크게 증가된다. 딱딱한 재질을 사용하는 최근의 베어링에서는 급속의 저널부의 접촉으로 심각한 손상이 발생할수 있다. 그러므로 베어링 조립시 발생할 수 있는 상대적 축어긋남은 중요한 문제가 된다⁽¹⁾.

본 연구에서는 회전체-저널 베어링계의 상부베어링의 축과의 어긋남에 따른 베어링부의 압력, 반력 그리고 축의 특성변화에 대하여 평행 축어긋남과 각축어긋남에 대한 결과를 예측하였다. 또한 심한 부하가 발생하는 상부베어링의 하부에 대하여 세밀한 압력 분포를 유한차분법으로 해석하였다.

2. 발생력 해석

2.1 저널 베어링 반력 해석

Fig. 1과 같은 저널 베어링에서 원주 방향으로 유막두께의 압력구배는 short 베어링 이론에 의하여 무시할 수 있으므로 유막두께에 대한 Reynolds 방정식은 다음과 같다⁽²⁾.

$$\frac{\partial}{\partial z} (h_i^3 \frac{\partial p_i}{\partial z}) = 6 \omega \mu_i \frac{\partial h_i}{\partial \theta} + 12 \mu_i \frac{\partial h_i}{\partial t} \quad (1)$$

여기서 i 는 베어링의 번호이고, p_i 는 압력이고, μ_i 는 점성계수이고, c_i 는 반경틈새이며, ω 는 회전각 속도이다. 유막두께 h_i 를

$$h_i(\theta) = c_i - x_{Bi} \cos \theta - y_{Bi} \sin \theta \quad (2)$$

* 부산대학교 공과대학 기계공학부

** 부산대학교 대학원

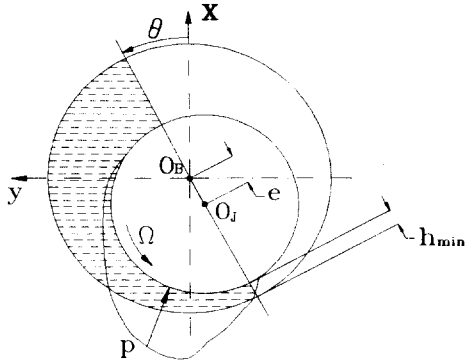


Fig. 1 Journal bearing equilibrium position

로 가정하고 여기서 경계조건 $z = 0, L_i$ 일 때 $p_i(\theta) = 0$ 을 고려하여 식 (1)에 대입하면 원주방향 θ 에 대한 압력분포 $p_i(\theta)$ 는

$$p_i(\theta) = 3\mu_i(Z - L_i)f_p(\theta) \quad (3)$$

단,

$$f_p(\theta) = \frac{1}{(c_i - x_{Bi} \cos \theta - y_{Bi} \sin \theta)^3} \{ \omega(x_{Bi} \sin \theta - y_{Bi} \cos \theta) - 2(x_{Bi} \cos \theta - y_{Bi} \sin \theta) \}$$

가 된다. 여기서 L_i 는 베어링의 길이이다. 베어링 반력은 식 (3)으로 주어지는 압력분포를 원주방향 θ 에 대하여 적분하면 다음과 같이 구해진다.

$$F_B = \frac{1}{2} R_{Bi} \mu_i L_i^3 \int_{\theta_1}^{\theta_2} f_p(\theta) e^{i\theta} d\theta \quad (4)$$

여기서, R_{Bi} 는 i 번째 베어링의 회전체 반경이다. 이 때 적분구간 θ_1, θ_2 는 베어링 압력이 영이 되는 값이므로 다음과 같이 주어진다.

$$\tan \theta = \frac{(\omega y_{Bi} + 2\dot{x}_{Bi})}{(\omega x_{Bi} - 2\dot{y}_{Bi})} \quad (5)$$

음의 압력 구간은 실제로는 공동현상이 발생하여 대기압($p=0$)이 되므로 적분 구간은 양의 압력을 갖는 구간으로 취한다.

2.2 베어링에서의 축어긋남

베어링에서의 상대 축어긋남을 정의하기 위해 베어링 중심은 x - y 평면에 위치한다. Fig. 2와 같이 z 축에서 베어링중심은 δ_i 만큼 편차를 가지므로 편심된 x_{Bi} 과 y_{Bi} 는 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{Bmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_i - \eta_i \\ y_i - \xi_i \end{Bmatrix} \quad (6)$$

베어링의 조립시 완전한 정렬이 되었으면 $\eta = 0, \xi = 0$ 을 의미한다. 축중심의 속도는 식 (6)을 시간

에 대해 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_{Bi} \\ \dot{y}_{Bi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \end{Bmatrix} \quad (7)$$

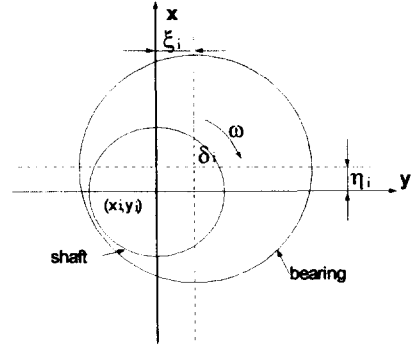


Fig. 2 Journal bearing and misalignment

2.3 가스력 해석

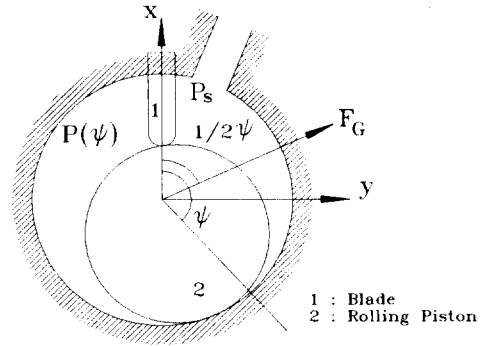


Fig. 3 Compression Unit Model

Fig. 3과 같은 실린더 내의 압축과 흡입과정에 있는 blade로 나누어지는 두 cell의 압력 차에 의하여 발생하는 가스력은 다음과 같이 가정할 수 있다⁽³⁾.

$$F_G(\psi) = 2(p(\psi) - p_s)h_c R_r \sin\left(\pi - \frac{\varphi}{2}\right) e^{j\frac{\varphi}{2}} \quad (8)$$

여기서, $\varphi = 2\pi - \psi$ 이고, p_s 는 흡입압력이며, h_c 는 실린더의 높이, R_r 는 롤러피스톤의 반경이다. 가스가 $\psi = 0$ 에서부터 단열과정으로 압축될 때, $p(\psi)$ 는 다음과 같다.

$$p(\psi) = \begin{cases} p_s \left(\frac{V_s}{V(\psi)}\right)^\gamma & p(\psi) < p_d \\ p_d & p(\psi) \geq p_d \end{cases} \quad (9)$$

여기서 γ 는 비열비, p_d 는 배출압력, $V_s = V(0)$ 이다. 그리고 $V(\psi)$ 는 다음과 같다.

$$V(\psi) = \frac{1}{2} h_c R_c^2 f(\psi) \quad (10)$$

단,

$$f(\psi) = (1-a^2)\psi - \frac{1}{2}(1-a)^2 \sin(2\psi) - a^2 \sin^{-1}\left\{\left(\frac{1}{a}-1\right)\sin\psi\right\} - a(1-a)\sin\psi \sqrt{1 - \left\{\left(\frac{1}{a}-1\right)\sin\psi\right\}^2}$$

여기서, $a=R_r/R_c$ 이며 R_c 는 실린더의 내경이다.

2.4 불평형력 해석

회전속도 ω 로 회전하는 롤러피스톤과 밸런서에 의한 불평형력은 아래와 같이 가정할 수 있다.

$$F_U = \sum m_j r_j \omega^2 e^{i(\psi + \varphi_j)} \quad (11)$$

여기서, m_j 는 불평형 질량이며, r_j 는 편심반경이며, ψ 는 회전체의 회전각도이고, φ_j 는 위상차이다.

3. 회전체-베어링계의 동적해석

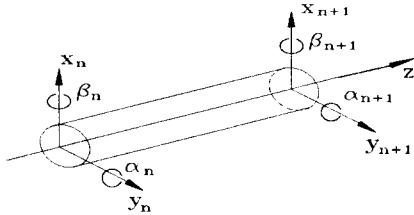


Fig. 4 Finite element of rotor model

회전체의 비틀림과 축방향 진동을 무시하고 횡진동만 고려하면, 회전체의 유한요소 모델은 Fig. 4와 같이 보요소로 가정할 수 있으므로 각 요소에 대한 모델링⁽⁴⁾을 회전체 전체계에 대하여 합성하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x\} = \{F(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t)\} \quad (12)$$

우변의 $\{F(x, \dot{x}, y, \dot{y}, t)\}$ 는 회전체계에 작용하는 발생기진력의 합으로

$$\{F(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t)\} = \{F_B(x, \dot{x}, y, \dot{y}, t)\} + \{F_G(t)\} + \{F_U(t)\} \quad (13)$$

이다. 여기서 $\{F_B(x, \dot{x}, y, \dot{y}, t)\}$ 는 식 (4)으로 주어지는 베어링의 반력이고, $\{F_G(t)\}$ 는 식 (8)으로 주어지는 컴프레서의 가스력이고, $\{F_U(t)\}$ 는 컴프레서 피스톤부와 밸런서에 의한 원심력으로 식 (11)

으로 주어진다. 식 (12)으로 주어지는 회전체-저널 베어링계의 운동방정식을 다음과 같이 모드좌표로 변환한다.

$$\{x(t)\} = [\Phi] \{q(t)\} \quad (14)$$

고유벡터 $[\Phi]$ 를 다음과 같이 정규화 시키면

$$[\Phi]^T [M] [\Phi] = [I]$$

$$[\Phi]^T [K] [\Phi] = [\Omega^2] \quad (15)$$

모드좌표에서의 비연성화된 운동방정식은

$$\{\ddot{q}(t)\} + [\Omega^2]\{q(t)\} = [\Phi]^T \{F(x, y, \dot{x}, \dot{y}, t)\} \quad (16)$$

가 된다. 여기서 $[\Omega^2] = \text{diag}\{\omega_1, \dots, \omega_p\}$ ($p \times p$)인 대각행렬이며, ω_i 는 i 차 고유진동수이다.

4. 해석결과

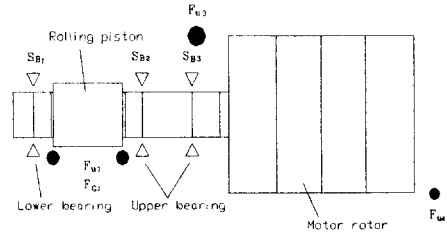


Fig. 5 Analysis Models

시뮬레이션에서 이용한 회전체-저널 베어링계의 해석 모델은 Fig. 5와 같으며 상부베어링은 2개의 베어링으로 가정하였다. 회전 각속도는 150Hz로 하였다. 회전체의 변위가 변하면 저널베어링의 압력분포가 변하므로 매 단계마다 식 (4)의 베어링의 반력을 다시 계산해야 하는데 적분에 걸리는 시간을 단축시키기 위하여 Gauss 적분법을 이용하였다. 식 (16)을 4차 Runge Kutta법에 의하여 수치적분하였다. 베어링 2부분(상부베어링 하단부)은 상세한 압력분포를 조사하기 위해서 유한차분법을 사용하였다⁽⁵⁾.

4.1 축어긋남이 없는 경우

축어긋남이 없는 경우의 모델 해석 결과는 Fig. 6 ~ Fig. 9와 같다. Fig. 6은 실린더 내 피스톤에 의한 가스력이다. $\psi = 220^\circ$ 일 때 Y축에 대한 가스력과 압력이 최대가 되며 가스의 배출이 시작된다. Fig. 7은 각각의 베어링의 분포 압력을 적분하여 베어링의 반력을 나타내었다. 베어링 2부분에서 상대적으로 높은 반력이 발생한다. 이는 베어링과 축

의 접촉가능성이 상대적으로 높음을 의미한다. Fig. 8은 베어링 지지부에서의 회전체의 정상상태에서의 궤적이다. 베어링 1부분의 회전체 중심은 편심 되어 있으며 타원형태의 궤적을 보이고, 베어링 3부분은 정원에 가까운 형태의 궤적을 보인다. 이는 베어링 1부분이 가스력의 영향을 많이 받고, 베어링 3부분은 불평형력의 영향을 많이 받기 때문이다. Fig. 9는 최대의 압력이 발생하는 회전각 ($\psi=223^\circ$)에서의 베어링 2부분의 압력분포를 나타내었다. 압력의 최대치가 베어링 하부방향으로 약간 기운 포물선 형태임을 알 수 있다.

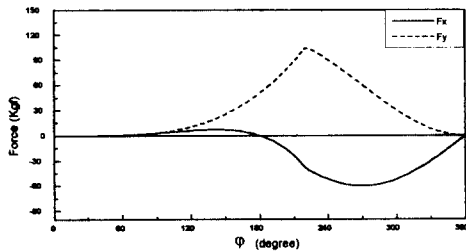


Fig. 6 Gas force

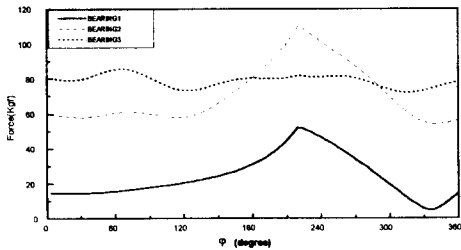


Fig. 7 Bearing force without misalignment

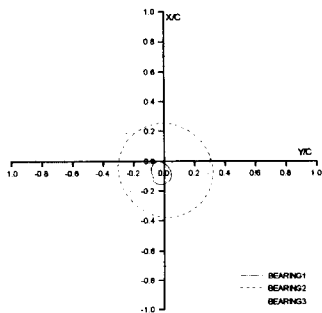


Fig. 8 Loci of rotor in bearings without misalignment

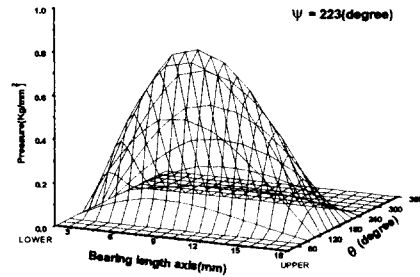
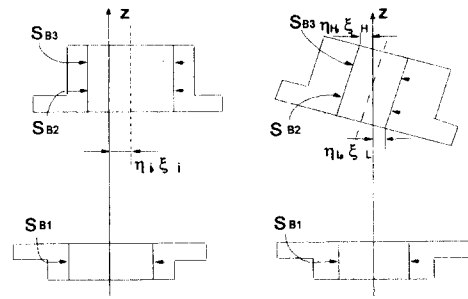


Fig. 9 Pressure distribution of bearing2 without misalignment

4.2 평행 축어긋남이 있는 경우



(a) offset misalignment (b) angular misalignment

Fig. 10 Concentricity errors of upper and lower bearing

평행축 어긋남의 모델⁽⁵⁾은 Fig. 10(a)과 같다. 평행축 어긋남은 $\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}$, $\xi_2 = \xi_3 = 0$ 일 때, $\eta_2 = \eta_3 = -7\mu\text{m}$, $\xi_2 = \xi_3 = 0$ 일 때, $\eta_2 = \eta_3 = 0$, $\xi_2 = \xi_3 = 7\mu\text{m}$ 일 때 그리고 $\eta_2 = \eta_3 = 0$, $\xi_2 = \xi_3 = -7\mu\text{m}$ 일 때 4가지 경우에 대하여 해석하였으며 결과는 Table 1.과 같다. $\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}$, $\xi_2 = \xi_3 = 0$ 인 경우 베어링 2부분에 상대적으로 높은 베어링 반력이 작용함을 알 수 있다. Fig. 11 ~ Fig. 13은 $\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}$, $\xi_2 = \xi_3 = 0$ 인 경우의 결과이다. Fig. 11에서는 베어링에 발생하는 반력을 나타내었으며 특히 베어링 2부분에서 어긋남이 없는 경우보다 가장 높은 증가를 보이고 있다. Fig. 12에서는 축의 궤적을 나타내었으며 베어링 2부분의 궤적이 -x 방향으로 이동함을 알 수 있다. Fig. 13은 베어링 2부분에서 최대의 압력이 발생할 때($\psi=223^\circ$)의 압력 분포를 나타내었다. 베어링의 하부로 약간 기운 포물선 형태임을 알 수 있다. 또한 어긋남이 없는 경우보다 전체적으로 높은 압력을 가진다.

Table 1 Dynamic response of rotary compressor with offset misalignment

Case	$\eta=0$ $\xi=0$	$\eta_2=\eta_3=7\mu\text{m}$	$\eta_2=\eta_3=-7\mu\text{m}$	$\xi_2=\xi_3=7\mu\text{m}$	$\xi_2=\xi_3=-7\mu\text{m}$
bearing 1 min. flim	6.7 μm	6.9 (3.0)	6.5 (-3.0)	6.5 (-3.0)	6.9 (3.0)
bearing 2 min. flim	5.0 μm	4.8 (-4.0)	5.0 (0.0)	5.2 (4.0)	4.6 (-7.4)
bearing 3 min. flim	5.5 μm	5.3 (-3.6)	5.3 (-3.6)	5.4 (-1.8)	5.2 (-5.5)
rotor end max. whirl	0.12 mm	0.125 (4.2)	0.122 (1.7)	0.126 (5.0)	0.124 (3.3)
bearing 1 max. force	52.9 Kgf	47.2 (-10.8)	58.5 (10.6)	57.3 (8.3)	48.8 (-7.8)
bearing 2 max. force	109.6 Kgf	131.2 (19.7)	92.8 (-15.3)	95.0 (-13.3)	130.0 (18.6)
bearing 3 max. force	82.1 Kgf	93.9 (14.4)	96.3 (17.3)	89.5 (9.0)	90.8 (10.6)
bearing 1 max. press.	0.29 Kgf/mm ²	0.25 (-13.8)	0.33 (13.8)	0.32 (10.3)	0.27 (6.9)
bearing 2 max. press.	0.77 Kgf/mm ²	0.83 (7.8)	0.73 (-5.2)	0.71 (-7.8)	0.82 (6.5)
bearing 3 max. press.	0.59 Kgf/mm ²	0.66 (11.9)	0.68 (15.3)	0.63 (6.8)	0.65 (10.2)

*괄호의 수치는 축어긋남이 없는 모델에 대한 변동 퍼센트인.

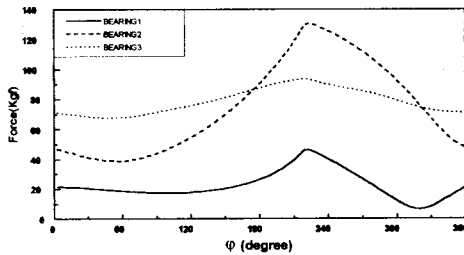


Fig. 11 Bearing force with offset misalignment ($\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}, \xi = 0$)

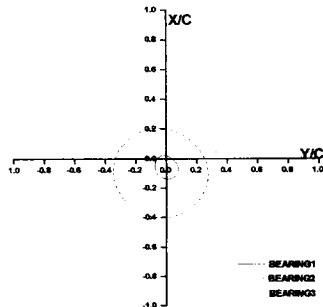


Fig. 12 Loci of rotor in bearings with offset misalignment ($\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}, \xi = 0$)

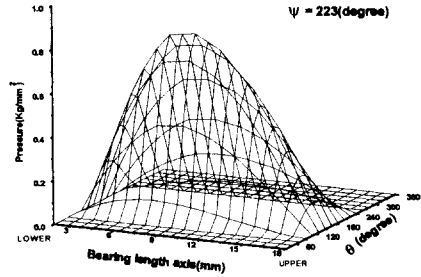


Fig. 13 Pressure distribution of bearing2 with offset misalignment ($\eta_2 = \eta_3 = 7\mu\text{m}, \xi = 0$)

4.3 각 축어긋남이 있는 경우

각축 어긋남의 모델은 Fig. 10(b)과 같다. 각축 어긋남은 $\eta_L=7\mu\text{m}, \eta_U=-7\mu\text{m}, \xi_L=\xi_U=0$ 일 때, $\eta_L=-7\mu\text{m}, \eta_U=7\mu\text{m}, \xi_L=\xi_U=0$ 일 때, $\eta_L=\eta_U=0, \xi_L=7\mu\text{m}, \xi_U=-7\mu\text{m}$ 일 때 그리고 $\eta_L=\eta_U=0, \xi_L=-7\mu\text{m}, \xi_U=7\mu\text{m}$ 일 때 4가지 경우에 대하여 해석하였으며 그 결과는 Table 2와 같다. 결과에서 $\eta_L=\eta_U=0, \xi_L=-7\mu\text{m}, \xi_U=7\mu\text{m}$ 인 경우 베어링 2부분에 상대적으로 높은 베어링 반력이 작용한다. $\eta_L=\eta_U=0, \xi_L=-7\mu\text{m}, \xi_U=7\mu\text{m}$ 의 경우에 대한 해석결과는 Fig. 14 ~ Fig. 16과 같다. Fig. 14에서는 베어링에 발생하는 반력을 나타내었으며 특히 베어링 2부분에서 어긋남이 없는 경우보다 가장 높은 증가를 보이고 있다. Fig. 15에서는 축의 궤적을 나타내었으며 베어링 2부분의 궤적은 -x,y 방향으로, 베어링 3부분은 x방향으로 이동한다. Fig. 16은 베어링 2부분에 최대의 압력이 발생할 때($\psi=219^\circ$)의 압력 분포를 나타내었다. 베어링의 하부로 많이 치우친 포물선 형태이며 어긋남이 없는 경우보다 높은 압력을 가진다.

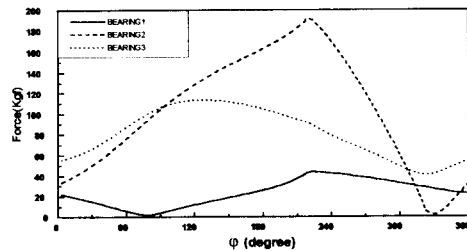


Fig. 14 Bearing force with angular misalignment ($\eta = 0, \xi_L = -7\mu\text{m}, \xi_U = 7\mu\text{m}$)

Table 2 Dynamic response of rotary compressor
with angular misalignment

Case Char.	$\eta=0$ $\xi=0$	$\eta_L=7\mu\text{m}$ $\eta_U=7\mu\text{m}$	$\eta_L=-7\mu\text{m}$ $\eta_U=7\mu\text{m}$	$\xi_L=7\mu\text{m}$ $\xi_U=7\mu\text{m}$	$\xi_L=-7\mu\text{m}$ $\xi_U=7\mu\text{m}$
	bearing 1 min. film	6.7 μm	6.8 (1.5)	8.6 (28.4)	6.2 (-7.5)
bearing 2 min. film	5.0 μm	4.2 (-16.0)	4.5 (-10.0)	4.6 (-8.0)	4.1 (-18.0)
bearing 3 min. film	5.5 μm	4.8 (-12.7)	4.8 (-12.7)	4.8 (-12.7)	4.8 (-12.7)
rotor end max. whirl	0.120 mm	0.154 (28.3)	0.159 (32.5)	0.155 (29.2)	0.157 (30.8)
bearing 1 max. force	52.9 Kgf	38.5 (-27.2)	70.9 (34.0)	67.4 (27.4)	44.1 (-16.6)
bearing 2 max. force	109.6 Kgf	189.5 (72.9)	141.6 (29.2)	137.1 (25.1)	193.0 (76.1)
bearing 3 max. force	82.1 Kgf	116.4 (41.8)	122.8 (49.6)	110.6 (34.7)	113.3 (38.0)
bearing 1 max. press.	0.29 Kgf/mm ²	0.22 (-24.1)	0.42 (44.8)	0.38 (31.0)	0.25 (-13.8)
bearing 2 max. press.	0.77 Kgf/mm ²	0.99 (28.6)	0.74 (-3.9)	0.72 (-6.5)	1.02 (32.5)
bearing 3 max. press.	0.59 Kgf/mm ²	0.80 (35.6)	0.87 (47.5)	0.78 (32.2)	0.79 (33.9)

*괄호의 수치는 축어긋남이 없는 모델에 대한 변동 퍼센트임.

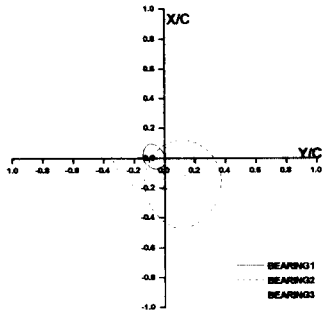


Fig. 15 Loci of rotor in bearings with angular misalignment($\eta=0$, $\xi_L=-7\mu\text{m}$, $\xi_U=7\mu\text{m}$)

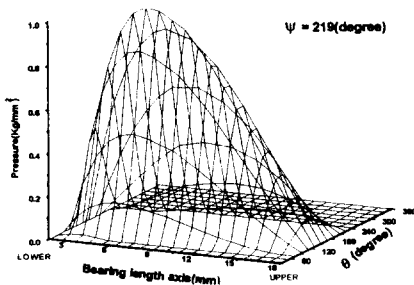


Fig. 16 Pressure distribution of bearing2 with angular misalignment($\eta=0$, $\xi_L=-7\mu\text{m}$, $\xi_U=7\mu\text{m}$)

5.결론

평행 축어긋남과 각축 어긋남을 갖는 로터리 컴프레서 로터의 동적거동과 베어링 특성을 해석할 수 있는 프로그램을 개발하였으며 시뮬레이션 결과 축어긋남이 있을 경우 축어긋남이 없는 경우보다 베어링에 많은 부하가 발생함을 알 수 있었다. 특히 유한차분법으로 베어링부의 압력분포를 세밀히 관찰한 결과 상부베어링의 하단부에서 최대의 부하가 발생함을 알 수 있었다.

참고문헌

(1) Ken IKEUCHI, Susumu KATSUSE, " Effects of Misalignment in Full Journal Bearing With Circumferential Oil Groove ", Proceeding of the JSLE Internation Tribology Conference 1985 pp.67~72

(2) Hirosh Hattori and Noritsugu Kawashima, " Dynamic Analysis of a Rotor-Journal Bearing System for Twin Rotary Compressors "

(3) Pandeya P. and Soedel W., 1978 PURDUE. Compressor Conference 1978, pp.209

(4) Maurice Petyt, 1990, " Introduction to finite element vibration analysis ", Cambridge University Press, pp.114~121

(5) 梁保錫, 回傳機械의 振動, 1991, pp.112~115

(6) Hirosh Hattori and Noritsugu Kawashima, " Dynamic Analysis of a Rotor-Journal Bearing System with Large Dynamic Loads ", JSME Int. Journal 1991, Vol.34, pp.503~511