

10만RPM용 원심분리기의 로터베어링계 설계

이 안 성*, 김 영 철*, 박 중 권*

Rotordynamics of a Centrifuge Rotor-Bearing System for 100,000RPM Operation

An Sung Lee*, Young Cheol Kim*, and Jong Kweon Park*

ABSTRACT

정격속도 100,000 RPM용 원심분리기(centrifuge) 로터베어링계에 대해 회전체동역학 해석이 수행된다. 시스템은 원심분리기 로터, 유연축, 모터 로터와 축, 그리고 모터축 지지용 두 개의 구름베어링으로 구성된다. 설계목표는 정격속도가 위험속도(critical speed)에 대해 충분한 분리여유를 갖고, 위험속도에서 로터의 양호한 불균형응답특성을 이루어 내는 것이다. 후자의 요구조건은, 시스템이 다수의 위험속도를 통과하며 정격속도 주위에서 충분한 분리여유를 갖지 않을 수도 있기 때문에 특히 중요하다. 시스템에 초유연축(extra-flexible shaft)을 도입함으로써, 비록 1차 위험속도에서 만족스럽지 못한 큰 불균형응답을 가질지라도 고차 위험속도에서 만족스런 작은 불균형응답을 보인다. 1차 위험속도에서 로터의 큰 변위를 억제하기 위해서 범퍼링(bumper ring) 또는 안내베어링(guide bearing)을 유연축의 적절한 위치에 설치할 필요가 있다. 비록 유연축계라 할지라도 정격속도와 가까운 4차 이상의 고차 위험속도를 정확히 규명하기 위해서는 모터의 동역학을 전체시스템에 결합하여야 함을 볼 수 있다. 해석은 유한요소법(finite element method)에 의해 수행된다.

1. 서론

원심분리기는 밀도차를 이용하여 혼합물로부터 특정의 물질을 분리 및 정제시키는 기계로, 실험실 및 산업계에서 널리 사용되고 있다. 특히, 미세 분자나 세포의 분리를 위해서는 60,000 RPM 이상에서 운전되는 초고속 원심분리기가 사용된다. 이와 같이 고속에서 안전하게 작동됨과 동시에 우수한 분리특성을 보장하기 위해서는, 원심분리기 로터-베어링 시스템의 세심한 회전체동역학 설계 해석이 필수적이다.

전형적인 초고속 원심분리기는 고속에서 로터의 질량중심이 회전축에 가능한 근접토록 하거나 또는 고차모드에서 로터를 가능한 한 질점에 위치토록 하기 위해, 보다 무거운 로터에 비해 초유연축을 채택하고 있다. 이것은 정격속도에 도달하기까지 로터가 몇 개의 위험속도를 통과하게 될 때 위

험속도에서의 유해한 불균형응답을 효과적으로 억제시키기 위한 중요한 설계개념이다.

이와 관련된 연구들을 살펴보면, Laura 등(1974)은 끝단에 회전관성을 무시한 집중질량을 갖는 균일 외팔보의 고유진동수와 모드형상을 해석하였다. 그 결과는 질량비 M_C/M_B (집중질량과 보질량의 비율) 항으로 의해 논의되어졌다. 질량비가 1에 접근함에 따라 2차 이상의 고차모드에서 집중질량은 중립축에 근접해 간다. 이러한 유용한 결과는 $M_C/M_B \gg 1$ 일 때 더욱 명백해진다. Bhat와 Wagner(1976)는 Laura 등(1974)과 같은 형상의 문제에 끝단질량의 회전관성 효과와 질량중심과 부착지점과의 축간편차(axial offset)를 고려하여 풀었다. 실제 기계에 더 가까운 것으로서 Huangs(1967)는 디스크가 축 끝단에 매달린채 두 개의 강체베어링으로 지지되어 있는 균일축의 선회고유진동수를 분석하였다. 그 결과는 3차 고유진동수까지 보여졌는데, 여러 가지 단순화된 조건하에서 임

* 한국기계연구원

밀해를 풀었다. 그러나 실제 기계에서는 축이 균일하거나 한쪽끝이 외팔보로 되어 있지 않다. 게다가 베어링은 분명 무한 강체가 아니다. 한편, 이안성 외(1996)는 완전 유한요소모델을 이용하여 정격속도 80,000RPM급 초고속 원심분리기 로터베어링계의 회전체동역학 해석을 수행하였으며, 그 시스템에 대한 유용한 공학적 결과를 제공하였다.

본 논문에서는 정격속도 100,000RPM급 초고속 원심분리기의 회전체동역학적 상세해석이 수행된다. 설계목표는 위험속도의 넓은 분리여유와 함께 관련 위험속도 근처에서 로터의 양호한 불균형응답 특성을 얻고자 하는 것이다. 모터의 동역학이 모델링에 포함되어, 그 결과가 모터 동역학을 무시한 경우의 것과 비교되어진다. 해석모델정식화는 유한요소법(Ruhl and Booker, 1972, Zorzi and Nelson, 1977, and Lalanne and Ferraris, 1990)에 기초하고 있다. 구름베어링의 감쇠효과(Balda, 1975)가 또한 포함된다.

2. 유한요소해석

Fig. 1에는 초고속 원심분리기 로터-베어링 시스템의 개략도가 나타나 있다. 시스템은 원심분리

로터(이후 간단히 로터로 지칭), 유연축, 모터의 로터와 축, 2개의 모터축 지지 구름베어링으로 구성된다. 길이 175 mm, 외경 5 mm인 유연축의 한쪽 끝은 모터에 직접 그리고 다른 한 끝은 어댑터에 연결되며, 둘다 테이퍼져 압입연결된다. 로터는 어댑터를 통해 유연축에 연결된다. 시스템의 유한요소모델이 Fig. 2에 보여지고 있고, 집중질량 관성치, 축 재료 물성치, 그리고 베어링 강성치는 Table 1에 정리되어 있다. 축요소를 모델링하기 위해 사용된 좌표계는 Fig. 3에 보여지고 있다. 모델링에 필요한 구성요소의 기본 수학적 유한요소블럭 즉 축요소의 관성 및 강성매트릭스, 디스크의 관성매트릭스, 베어링의 강성 및 감쇠매트릭스, 그리고 불균형 가진벡터 등이 유도되었다. 이 모델에서 모터축, 유연축, 그리고 어댑터는 각각 15, 12, 2개의 축요소로 모델링된다. 로터는 하나의 등가 집중디스크로 모델링되어지며, 반면 다른 5개의

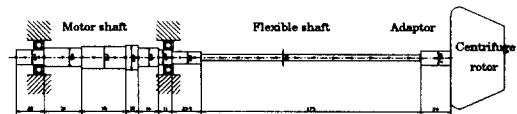


Fig. 1 A schematic of the ultra-centrifuge rotor-bearing system.

Table 1 Lumped disk inertias, shaft material properties, and bearing stiffnesses for the FE model.

Lumped Disk Inertia m(kg), I_p & I_t (kg · m ²)		Shaft Material Property	
Centrifuge Rotor(D7)	$m = 4.55$ $I_p = 1.03 \times 10^{-2}$ $I_t = 1.32 \times 10^{-2}$	$E = 2.0 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$ $\rho = 7833 \text{ kg/m}^3$	
D1	$m = 1.97 \times 10^{-2}$ $I_p = 1.34 \times 10^{-6}$ $I_t = 9.26 \times 10^{-7}$		
D2, D3	$m = 5.79 \times 10^{-2}$ $I_p = 9.76 \times 10^{-6}$ $I_t = 6.36 \times 10^{-6}$		
D4	$m = 3.60 \times 10^{-3}$ $I_p = 1.93 \times 10^{-7}$ $I_t = 1.01 \times 10^{-7}$	Bearing Stiffness ($K_{xx} = K_{yy}$, N/m)	
D5	$m = 1.45 \times 10^{-2}$ $I_p = 7.67 \times 10^{-7}$ $I_t = 5.16 \times 10^{-7}$	In Board	Out Board
D6	$m = 2.31 \times 10^{-2}$ $I_p = 1.56 \times 10^{-6}$ $I_t = 1.01 \times 10^{-6}$	5.0×10^7	5.0×10^7

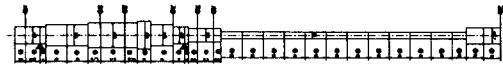


Fig. 2 A finite element model of the ultra-centrifuge rotor-bearing system.

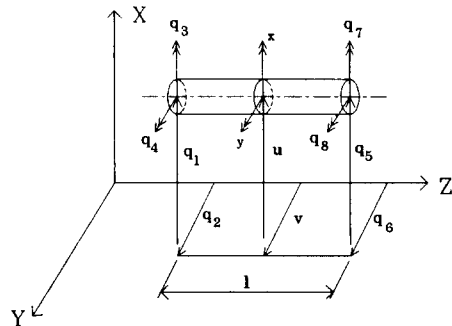


Fig. 3 Coordinate system of a shaft element.

집중질량은 모터 축에 위치한다. 전 요소블럭들은 두개의 요소가 조립될 때 공통 스테이션에서 해당 일반화된 변위가 일치하고, 해당 일반화된 힘은 더해진다는 인식하에 조립된다. 결과적으로 얻어지는 전체 로터-베어링 시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$[M]\{\dot{q}\} + [C]\{\dot{q}\} + [K]\{q\} = \{Q\} \quad (1)$$

여기서, $[M]$, $[C]$, $[K]$ 는 일반화된 전체 관성, 감쇠, 강성행렬이고, $\{q\}$ 와 $\{Q\}$ 는 각각 일반화된 전체 변위 및 힘벡터를 나타낸다. 자이로스코픽 요소는 $[C]$ 에 포함되어진다.

자유진동해석을 위해 식 (1)은 다음과 같이 상태 공간 형태로 표현될 수 있다.

$$\begin{pmatrix} \dot{q}_2 \\ \dot{q}_1 \end{pmatrix} = [A] \begin{pmatrix} q_2 \\ q_1 \end{pmatrix}, \quad \text{with} \quad \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad (2)$$

이때 $[A]$ 는 다음의 시스템의 동적행렬(Dynamic Matrix)로 정의된다.

$$[A] = \begin{bmatrix} -[M]^{-1}[C] & -[M]^{-1}[K] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (3)$$

고유치 및 고유벡터는 시스템의 동적행렬로부터 계산되어진다.

불균형응답해석은 다음과 같은 일반화된 불균형 가진력과 가정된 해를 식 (1)에 대입함으로써 유도된다.

$$\{Q\} = \Omega^2 \{U_c\} \cos \Omega t + \Omega^2 \{U_s\} \sin \Omega t \quad (4)$$

$$\{q\} = \{a\} \cos \Omega t + \{b\} \sin \Omega t \quad (5)$$

여기서, $\{U_c\}$ 와 $\{U_s\}$ 는 일반화된 불균형계수이다. 유도과정을 거쳐 다음의 불균형응답 방정식이 얻어진다.

$$\begin{bmatrix} [K] - \Omega^2 [M] & \Omega [C] \\ -\Omega [C] & [K] - \Omega^2 [M] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \{a\} \\ \{b\} \end{pmatrix} = \Omega^2 \begin{pmatrix} \{U_c\} \\ \{U_s\} \end{pmatrix} \quad (6)$$

이때 불균형응답 해의 계수 $\{a\}$ 와 $\{b\}$ 는 식 (6)으로부터 계산된다.

3. 결과 및 검토

3.1 모드해석

시스템의 비감쇠 선회고유진동수(undamped whirl natural frequency)는 Fig. 4에 회전속도의 함수로 나타나 있다. 시스템은 정규속도 100,000 RPM에 도달할 때까지 3개의 위험속도를 통과하고 있음을 알 수 있다. 10,000~1,000,000 RPM의 회전 속도 범위내에서 보다 상세하게 그려진 전진 선회고유진동수(forward whirl natural frequency)가 Fig. 5에 보여진다. 이 그림에서 2차와 3차, 3차와 4차, 4차와 5차, 그리고 5차와 6차의 고차 선회고유진동수 짝이 특정 주파수에 서로 접근하다가 다시 멀어지는 것을 볼 수 있다. 이러한 현상은 보통 Curve Veering 현상이라 불리운다. 처음 3개의

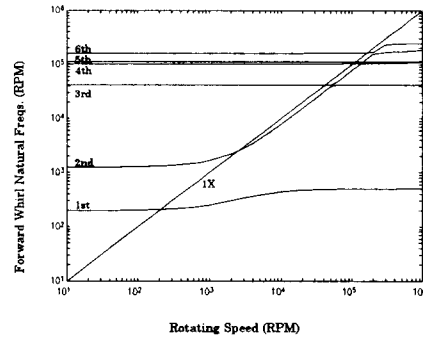


Fig. 4 Forward whirl natural frequencies as a function of rotating speed.

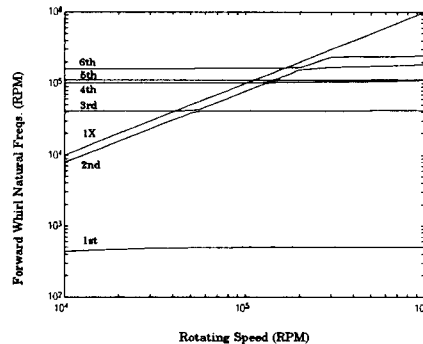


Fig. 5 Detailed forward whirl natural frequencies as a function of rotating speed.

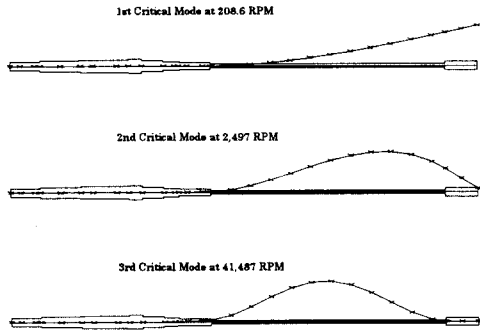


Fig. 6 Undamped mode shapes at the first three criticals.

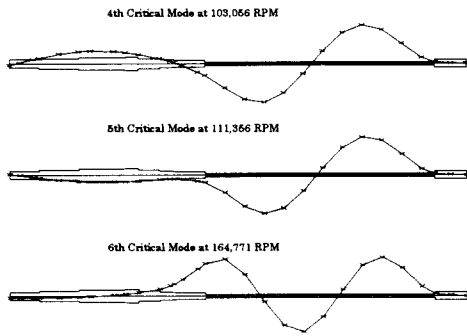


Fig. 7 Undamped mode shapes at the next three criticals.

위험속도에서의 비감쇠 모드형상과 그 다음 3개의 위험속도 모드형상이 Fig. 6과 Fig. 7에 나타나 있다. 로터는 첫 번째 위험속도에서 매우 큰 변위의 모드특성을 가지나, 나머지 위험속도에서는 작은 변위의 모드특성을 가짐을 볼 수 있다. 이러한 고차 위험속도에서의 유용한 결과는 초유연축의 채택에 기인한 것이다. 4차 및 5차 위험속도는 103,056 및 111,356 RPM에서 일어나며, 단순히 분리여유의 관점에서 볼 때 정적속도로부터 충분한 여유를 제공하지 않는다. 이에 더하여, 5%정도의 소량감쇠(즉 $D_B \cdot \Omega = 0.05 \cdot K_B$)를 가지는 구름베어링으로 해석한 결과가 Table 2에 보여진다. 예상대

Table 2 Critical speeds of the system.

	Full Model		Overhung Reduced Model
	Undamped Freq. (RPM)	Damped (5%) Freq. (RPM)	Freq. (RPM)
1st Critical	208.6	208.6 ($\delta = 9.65 \times 10^{-5}$)	212.3
2nd Critical	2,497	2,497 ($\delta = 5.53 \times 10^{-5}$)	2,528
3rd Critical	41,487	41,487 ($\delta = 1.00 \times 10^{-3}$)	43,544
4th Critical	103,056	103,096 ($\delta = 2.39 \times 10^{-2}$)	119,182
5th Critical	111,356	111,363 ($\delta = 4.14 \times 10^{-2}$)	232,537
6th Critical	164,771	164,800 ($\delta = 5.52 \times 10^{-2}$)	

로, 구름베어링의 감쇠가 매우 작기 때문에 감쇠 위험속도는 실질적으로 비감쇠의 결과와 같다. 한편, 외팔보형 축소모델이 역시 해석되어졌는데, 이는 유연축이 모터와 연결면에서 무한 강체의 경계에 연결되어 있다고 가정하여 얻어진 것이다. Table 2로부터 외팔보형 축소모델은 3차 위험속도까지는 적절한 해를 제공해 주나 그 이상 고차에서는 적절하지 않음을 알 수 있다. 그러므로, 이와 같이 고속용으로 설계된 원심분리기의 동적거동을 정확히 예측하기 위해서는 모터축의 동역학을 포함하는 전체 시스템 모델이 반드시 도입되어야 한다.

3.2 불균형응답해석

불균형응답해석은 로터에 $U=3.421 \text{ g}\cdot\text{mm}$ 의 불균형을 적용하여 수행되었다. 5% 베어링감쇠를 가진 로터의 전체 불균형응답이 Fig. 8에 200,000 RPM까지 보여진다. 3개의 확연한 공진피크가 위험속도에서 관찰된다. 위험속도에서의 진폭은 Table 3에 주어진 것처럼 각각 2,235, 102.6, 그리고 $2.5 \mu\text{m}$ 이다. 첫 번째 공진진폭은 명확히 위험한 수준에 이르고 있다. 4차에서 6차 위험속도에서의 공진피크는 Fig. 9에 확대되어 보이는데, 그 진폭크기는 모두 $1 \mu\text{m}$ 보다 작다. 4차와 5차 위험속도에서 불균형응답이 극히 작음에 따라, 앞서 언급 하였던 이들 점에서 분리여유가 부족한 것은 전혀 문제가 되지 않는다.

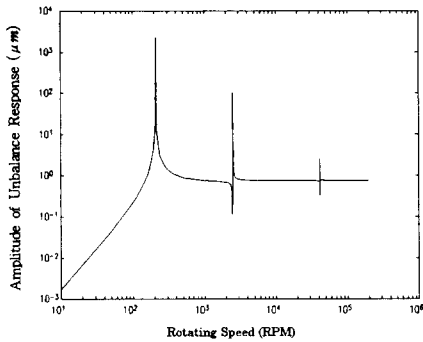


Fig. 8 Overall unbalance response of the rotor up to 200,000 RPM.

Table 3 Unbalance response of the centrifuge rotor at each critical speed.

	Amplitude of Unbalance Response at the Rotor (μm)
1st Critical	2,235
2nd Critical	102.6
3rd Critical	2.50
4th Critical	0.753
5th Critical	0.756
6th Critical	0.751

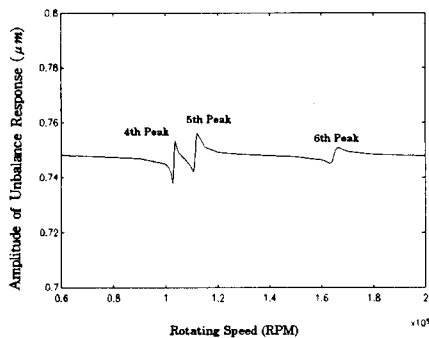


Fig. 9 Unbalance response of the rotor at a speed range of 60,000 to 200,000 RPM.

한편, 각 위험속도에서의 불균형응답 결과가 시스템의 축 스테이션에 대하여 Fig. 10에 보여지고, 각 위험속도에서 최대진폭치와 최대진폭지점을 Table 4에 요약하였다. 2차 및 3차 위험속도의 로터위치에서 진폭은 상대적으로 낮으나, 유연축 중간부위에서의 진폭은 각각 25번과 22번 스테이션에서 최대 1,074과 1,497 μm 로 매우 높아 위험하다. 이러한 문제와 더불어 1차 위험속도에서의 로터의 높은 불균형응답을 해결하기 위해, 시스템의 스테이션 22번 위치에 유연축과 100 μm 정도의 반경방향 간극을 갖는 범퍼링 또는 안내베어링을 설치하도록 제안한다. Fig. 8로부터 진폭이 크게 증폭되는 처음 3개의 위험속도 범위는 매우 좁고 모터가 충분히 빠르게 가속될 것이므로, 안내베어링

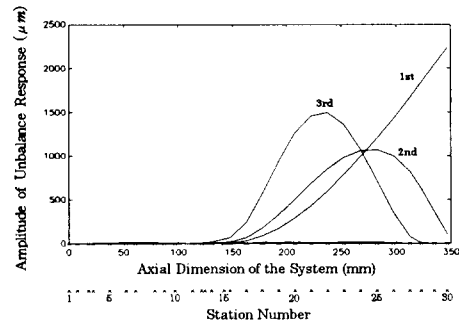


Fig. 10 Unbalance responses at the criticals along the shaft stations.

Table 4 Maximum unbalance response of the system at each critical speed

Critical Speed	Amplitude of Maximum Unbalance Response(μm)	Occurring Station Number
1st Critical	2,235	30
2nd Critical	1,074	25
3rd Critical	1,497	22
4th Critical	13.98	19
5th Critical	13.13	19
6th Critical	5.76	25

에 대한 축의 러빙 현상은 짧게 일어나 별 문제가 되지 않을 것으로 판단된다.

4. 결론

초고속 원심분리기의 회전체동역학적 상세 해석을 정격속도 100,000 RPM에 대해서 수행하였다. 모델링은 유한요소법에 의해 이루어졌다. 전체 시스템 모델과 외팔보형 축소 모델이 고려되었다. 해석결과 축소모델이 3차 위험속도까지 적절한 결과를 제공해 주나 그 이상의 고차에서는 그렇지 않았다. 그러므로 이와 같은 고속 시스템의 동적거동을 정확히 예측하기 위해서, 모터축의 동역학을 포함하는 전체 시스템 모델이 반드시 고려되어야 한다.

모드해석 결과, 그 시스템이 정격속도에 도달하기 전에 3개의 위험속도를 통과하고, 시스템의 첫 번째 위험속도에서는 원심분리기의 로터 위치에서 큰 변위의 모드특성을 가지나 다른 위험속도에서는 작은 변위를 가짐을 볼 수 있다. 고차모드에서의 이러한 유용한 모드 특성은 길이 175 mm, 외경 5 mm의 초장축 도입에 기인한 것이다.

불균형응답 해석 결과, 원심분리기 로터에서 단지 첫 번째 공진 진폭만이 위험한 수준에 있음을 볼 수 있다. 특별히 로터의 4차에서 6차까지의 공진 진폭은 모두 1 μm 보다도 작다. 따라서 4차와 5차 위험속도에서의 분리여유 부족은 전혀 관심대상이 아니다. 그러나 2차와 3차 위험속도에서의 불균형응답이 로터위치에서 비록 낮을지라도 유연축의 중간지점에서는 위험할 정도로 매우 높다. 따라서 이러한 문제와 함께 1차 위험속도에서의 로터의 높은 불균형응답을 해결하기 위해, 시스템의 스테이션 22번 위치에 유연축과 100 μm 정도의 반경방향 간극을 갖는 범퍼링 또는 안내베어링을 설치하도록 제안한다. 진폭이 크게 증폭되는 처음 3개의 위험속도 범위는 매우 좁고 모터가 충분히 빠르게 가속될 것이므로, 안내베어링에 대한 축의 러빙 현상은 짧게 일어나 별 문제가 되지 않을 것이다.

참고문헌

- [1] Laura, P. A. A., Pombo, J. L., and Susemihl, E. A., 1974, "A Note on the Vibrations of a Clamped-Free Beam with a Mass at the Free End", *Journal of Sound And Vibration*, Vol. 37, No. 2, pp 161-168
- [2] Bhat, B. R. and Wagner, H., 1976, "Natural Frequencies of a Uniform Cantilever with a Tip Mass Slendar in the Axial Direction", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 45, NO. 2, pp 304-307.
- [3] Huang, T. C. and Huang, F. C. C., 1967, "On Precession and Critical Speeds of Two-Bearing Machines with Overhung Weight", *ASME Trans., Journal of Engineering for Industry*, pp 713-718
- [4] Lee, A. S., Kim, Y. C., and Park, J. K., 1996, "The Rotordynamics Design of an Ultra-Centrifuge Rotor-Bearing System", *Proceedings of Pacific Conference on Manufacturing '96*, Seoul, Korea, pp. 281-285
- [5] Rurl, R. L. and Booker, J. F., 1972, "A Finite Element Model for Distributed Parameter Turborotor Systems", *ASME Trans., Journal of Engineering for Industry*, pp 126-132
- [6] Zorzi, E. S. and Nelson, H. D., 1977, "Finite Element Simulation of Rotor-Bearing Systems with Internal Damping", *ASME Trans., Journal of Engineering for Power*, pp 71-77
- [7] Lalanne, M. and Ferraris, G., 1990, *Rotor-dynamics Prediction in Engineering*, John Wiley and Sons.
- [8] Balda, M., 1975, "Dynamic Properties of Turboset Rotors", *IUTAM Symposium on dynamics of Rotors*, Springer Verlag.