

# 등속 이동 음원의 통과소음 스펙트럼 추정에 관한 연구

<sup>0</sup>임병덕\*, 김덕기\*\*

## Spectral estimation of the pass-by noise of an acoustic source

Byoung-Duk Lim<sup>1</sup>, Deok-ki Kim<sup>2</sup>

School of Mechanical Engineering, Yeungnam University

### ABSTRACT

Although the identification of a moving noise source is important in reducing the source power of the transport systems such as airplane or high speed train, the direct measurement of the frequency characteristics is usually difficult due to wind noise when using a microphone running with that noise source. On the other hand the motion of a source causes the frequency characteristics of the pass-by sound measured at a fixed point to be distorted that it is quite difficult to identify the original source characteristics. In this study the relationship between the spectra of the source and the pass-by sound signal is analyzed for a source moving at a constant velocity. The effects of the speed and the frequency characteristics of the source on the pass-by noise spectrum are investigated through numerical simulations.

### 1. 서론

일반적으로 자동차, 철도차량, 항공기 등의 교통기관이 운전상태에서 발생시키는 소음,진동의 특성은 정지 상태와 다른 경우가 대부분이다. 이동음원의 음원대책을 위해서는 음원으로부터 방사되는 소리의 특성을 알아야 하는데 실험실 규모의 측정 시험만으로는 이러한 소음 또는 진동의 실제 상황을 충분히 파악하기 어려울 수가 있다.

이동음원으로부터 발생하는 소음을 이동음원과 함께 움직이는 마이크로폰으로 측정할 수도 있겠으나 측정 대상이 외부소음일 경우 속도가 조금만 증가해도 마이크로폰을 지나가는 공기유동에 의한 잡음으로 인해 측정대상 소음의 특성을 파악하기 곤란하다. 반면에 현재까지 사용되고 있는 통과소음 측정방식으로는 음원의 주파수 특성이 왜곡되

어 나타나므로 상세한 음원 특성을 파악하기 곤란한데 이는 이동음원의 속도가 커질 수록 더 현저해서 고속철도와 같이 빠른 음원에서는 상당한 주파수 차이가 나는 조화파 성분도 구분하기 어려워 질 수 있다. 이동음원으로서 철도차량의 경우 재래식 열차는 이동속도가 Mach수 약0.11 정도이며 고속철도는 이동속도가 Mach수 0.3이상이므로 수십 m 정도의 거리에서 측정된 음압신호는 상당한 주파수 변조와 진폭의 급격한 변화를 수반한다.

통과소음 신호에서 가장 에너지가 많은 부분은 열차와 관측점의 거리가 가까울 때이지만 유감스럽게도 이 영역에서 위상의 변화가 가장 크므로 주파수 특성은 매우 심하게 왜곡되며 거리가 충분히 먼 곳에서는 도플러 효과만큼 일정한 주파수 천이를 나타내지만 에너지가 적어서 잡음 등의 외란효과에 따라 추정치가 부정확해질 수 있다. 본 연구에서는 통과소음을 계측하여 음원신호의 특성을 추정하는 기술의 기본연구로서 음원의 이동속

\* 영남대학교 기계공학부

\*\* 영남대학교 대학원

도, 음원 주파수특성, 관측점의 위치 등이 스펙트럼에 미치는 효과를 관찰하였으며 이동장문함수를 사용한 시간 변동 스펙트럼의 특성을 고찰하였다.

## 2. 이동음원의 time signal

음원, 방사시점, 관측점간의 기하학적 관계

등속으로 이동하는 점음원의 이동경로와 떨어진 고정된 위치에서 그 음원으로부터 방사되는 음장은 음원의 운동으로 인해 시간에 따라 특성이 계속 변한다. 정지된 관측점에서 이동음원으로부터 방사되는 소음을 관찰하는 가장 간단한 사례는 그림1에 보이는 바와 같이 정상 점음원(stationary point source)이 직선 경로를 따라 속도  $V$ 의 등속으로 움직이는 경우이다. 이동음원의 속도  $V$ 가 음속보다 작은 경우 직선 경로를  $x$ 축이라 하고 관측점으로부터 직선 경로까지의 거리를  $r$ 이라 하면, 그림1과 같이 기하학적 관계로부터 관측되는 신호를 알 수 있다.[1,2]

음원이  $V$ 의 속도로 이동하면서 위치①에서 방사한 소리는  $c$ 의 음속으로 관측점에 도달하게 된다. 위치①에서의 방사시각을  $t_e$ 라 하면, 위치①은  $x_s = Vt_e$ 로서 정의된다. 위치①에서 방사한 소리가 관측점  $O$ 에 도달하는 동안 음원은 위치②까지 이동하게 된다. 위치②에서의 시각을  $t$ 라 하면, 위치②는  $x_s = Vt$ 이며, 시각  $t_e$ 에 방사된 소리는 시각  $t$ 에 관측된다. 위치①에서 관측점까지 소리가 도달하는데 걸리는 시간은  $t - t_e$ 이므로, 그 거리는  $R = c(t - t_e)$ 로 정의된다. 위치 ①,② 사이의 거리는  $V(t - t_e)$ 이므로,  $t - t_e = \frac{R}{c}$ ,  $\frac{V}{c} = M$ (Mach수)의 관계로부터,  $V(t - t_e) = \frac{V}{c}R = MR$ 이다. 위치②와 원점  $x$ 사이의 거리는  $x - Vt$ 이다. (관측점으로부터 수직거리  $r$  떨어진 이동경로의 위치를 항상 원점으로 설정할 수 있으므로, 관측점  $O$ 는 항상  $r$ 과  $t$ 로 정의할 수 있다.)

방사위치①과 원점  $x$ 사이의 거리  $R \cos \theta$ 는 (①~② 거리) + (②~원점 거리)의 관계로부터

$$\begin{aligned} R \cos \theta &= MR + (x - Vt) \\ &= x - V(t - \frac{R}{c}) \end{aligned}$$

이다. 이상의 기하학적 관계로부터 다음의  $R$ 에 관한 식이 유도된다.

$$R = \frac{M(x - Vt) \pm \sqrt{(x - Vt)^2 + (1 - M^2)r^2}}{1 - M^2}$$

$M < 1$  이면 복호중 -부호는  $R < 0$ 의 값을 주므로 적합하지 못하다. 그러므로, 음원의 속도가 음속보다 작은 subsonic의 경우에는

$$R = \frac{M(x - Vt) + R_1}{1 - M^2}$$

$$R_1 = \sqrt{(x - Vt)^2 + (1 - M^2)r^2}$$

$R_1$ 과  $R$ 의 관계는, 위의 식으로부터 다음과 같이 유도된다.

$$R_1 = R(1 - M \cos \theta)$$

이동음원에 의한 음장의 파동방정식과 해

Source strength  $q(t)$ 의 점음원이  $x$ 축상을  $V$ 의 속도로 이동할 때 그 source distribution density는

$$Q(\mathbf{r}, t) = q(t)\delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z)$$

이다. 이동음원으로부터 발생되는 음장의 파동방정식은 velocity potential  $\psi$ 와 음압  $p$ 의 관계,

$p = \frac{\partial \psi}{\partial t}$ 로부터 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -q(t)\delta(x - Vt)\delta(y)\delta(z)$$

위의 non-stationary source에 관한 식을 다음의 좌표변환을 통하여 stationary source에 관한 식으로 바꿀 수 있다.[1]

$$x' = \gamma(x - Vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma(t - \frac{V}{c^2}x)$$

$$\text{여기서, } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}}$$

변환된 방정식은,  $\delta(\frac{x'}{\gamma}) = \gamma \delta(x')$ 이므로,

$$\nabla'^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t'^2} = -\gamma q(\gamma t')\delta(x')\delta(y')\delta(z')$$

와 같으며  $\nabla'$ 는  $x', y', z'$ 에 관한 operator 이다. 방정식을 완전한 stationary source 문제로 만들기 위해  $t'' = \gamma t', x'' = \gamma x', y'' = \gamma y', z'' = \gamma z'$ 의 변환을 한번 더 도입하면,  $\nabla'' = \gamma \nabla'$ 이며, 방정식은,

$$\nabla''^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t''^2} = -\gamma^2 q(t'')\delta(x'')\delta(y'')\delta(z'')$$

이 된다.

위의 방정식은  $\gamma^2 q(t'')$ 의 strength를 가진

stationary source에 관한 식이며, 그 해는 다음과 같은 time-dependent Green's function으로 주어진다.[1,2]

$$\psi(r'', t'') = \gamma^2 \frac{q[t'' \mp \frac{r''}{c}]}{4\pi r''}$$

이동음원과 관측점의 기하학적 관계에서 유도된  $R$ 와  $R_1$ 을 사용하면,

$$t'' \mp \frac{r''}{c} = \gamma t' \mp \frac{\gamma r'}{c} = t - \frac{R}{c}$$

$$r'' = \gamma r' = \gamma^2 R_1$$

이다. 이상의 관계로부터 음원의 속도가 음속보다 작은 경우 ( $M < 1$ )에 관측되는 velocity potential 은  $x=0$ 을 대입하여 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\psi(r, t) = \frac{q[t-R/c]}{4\pi R_1} = \frac{q[t-R/c]}{4\pi R(1-M\cos\theta)}$$

여기서,  $q[t-R/c] = q[t_s]$ 는 방사된 시각기준의 time signal이다. 음압은  $p = \frac{\partial \psi}{\partial t}$ 의 관계로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$p = \frac{q'[t-R/c]}{4\pi R(1-M\cos\theta)^2} + \frac{q[t-R/c]V(\cos\theta-M)}{4\pi R^2(1-M\cos\theta)^3}$$

이동음원으로부터 관측되는 time signal의 특성

그림 2는 음원이  $q_0 e^{i\omega_0 t}$ 의 harmonic source 일 때, 음원의 Mach수  $M=0.3$ 인 경우에 정지 위치에서 관측되는 음압의 simulation 결과로서, 관측되는 신호의 주파수는 음원이 관측점으로 다가올 때는 음원의 실제 주파수보다 높게, 멀어질 때는 낮게 관측됨을 알 수 있다.

관측되는 주파수는 다음의 관계로부터 도플러 효과임을 쉽게 알 수 있다.

$$\omega = \frac{d\phi}{dt} = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{c} \frac{dR}{dt}\right) = \frac{\omega_0}{1-M\cos\theta}$$

그림 3은 관측점에서 관찰되는 음원의 주파수를 측정시간별로 보인 것으로서 실제의 주파수는 음원이 관측점 정면을 통과한 후 나타나며 이 시간은 Mach수와 무관하게  $t=r/c$ 임을 알 수 있다.

그림 4는 시간에 따라 관측점에서 관찰되는 음파의 진폭을 보인 것이며 최대진폭은 음원이 정면을 통과하기 전에 나타남을 알 수 있다.

### 3. 이동음원의 주파수 특성

음원의 운동으로 인해 음원의 주파수 특성이 관측점에서 측정된 음압의 주파수 특성으로 어떻게 왜곡되는가를 살펴보기 위해 주파수 특성이 시불변인 정상음원을 고려하자.  $Q(\omega)$ 가 음원신호  $q(t)$ 의 Fourier 변환이라 하면 관측시각  $t$ 에 대한 음장의 파동방정식의 푸리에 변환은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\nabla^2 P - k^2 P = \frac{i\omega}{2\pi V} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} Q(\xi) e^{-i\xi t} d\xi \right]_{t=x/V} e^{i\omega \frac{x}{V}} \delta(y) \delta(z)$$

이 방정식은  $x$ 축 상에 놓인 선음원으로부터 방사되는 음장의 방정식으로 볼 수 있으며 2차원 Green함수를 사용하면 방정식의 해는 다음과 같다.

$$P(\omega) = \frac{\omega}{16\pi V} e^{i\omega \frac{x}{V}} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\xi) H_0^{(1)}(\hat{k}r) e^{-i\xi \frac{x}{V}} d\xi$$

여기서,  $H_0^{(1)}(\hat{k}r)$ 는 order 0의 Hankel function이며  $\hat{k}$ 는

$$\hat{k}^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - \left(\frac{\omega - \xi}{V}\right)^2 = k^2 - \left(\frac{\omega - \xi}{V}\right)^2$$

가장 간단한 경우로  $q(t) = q_0 e^{i\omega_0 t}$ 의 조화음원을 생각하면 관측점 음압신호의 Fourier변환은 다음과 같다.

$$P(x, r, \omega) = \frac{\omega q_0}{16\pi V} H_0^{(1)}(\hat{k}r) e^{i(\omega - \omega_0) \frac{x}{V}}$$

$$\hat{k}^2 = \frac{M^2 - 1}{V^2} \left(\omega - \frac{\omega_0}{1-M}\right) \left(\omega - \frac{\omega_0}{1+M}\right)$$

$M < 1$  일 때  $\frac{\omega_0}{1+M} \leq \omega \leq \frac{\omega_0}{1-M}$ 의 범위에서

$\hat{k}^2 \geq 0$ 이며  $H_0^{(1)}$ 은 허수에 대해서는 지수적으로 감소하므로  $P(0, r, \omega)$ 는 그림 5와 같이 대역 한정된 spectrum을 보이게 되며, 피크가 나타나는 두 주파수를 찾아 다음과 같이 음원의 실제 주파수를 찾을 수 있다.

$$\frac{2}{\frac{1}{\omega_L} + \frac{1}{\omega_H}} = \frac{2}{\frac{1+M}{\omega_0} + \frac{1-M}{\omega_0}} = \omega_0$$

이동음원으로부터 관측된 신호의 주파수 특성

그림 6(a)는 음원이  $q_0 e^{i\omega_0 t}$ 의 harmonic source 일

때 time signal의 진폭스펙트럼을 보여준다. Mach 수  $M$ 이 증가하면 스펙트럼의 폭이 비례적으로 증가함을 알 수 있다.

그림 6(b)는 주파수차이가 충분히 큰 두 개의 정현파 성분이 섞여 있을 경우의 진폭스펙트럼을 보여준다. 그림 6(c)는 높은 주파수 성분의 도플러 효과에 의한 하한 주파수와 낮은 주파수 성분의 상한 주파수가 같은 경우의 진폭스펙트럼을 보여준다. 그림 6(b)의 경우와 달리 두 개의 주파수 성분이 포함되어 있음을 금방 알 수가 없다. 그림 6(d)는 높은 주파수 성분의 하한 주파수가 낮은 주파수 성분의 상한보다 작아서 두 성분의 간섭이 일어난 경우로서 주파수 성분이 2개임에도 불구하고 매우 복잡한 스펙트럼을 나타내고 있다. 그림 7은 높은 주파수 성분의 도플러 천이 주파수 하한치와 낮은 주파수 성분의 상한치가 중첩되지 않은 경우의 시간신호와 진폭 spectrum 및 evolutionary spectrum을 보여 준다. Evolutionary spectrum은 256개의 data를 77개 간격으로 이동시키면서 직사각형 창문함수를 사용하여 계산하였다. 주파수 차이가 크게 나는 두 성분은 마치 각각의 spectrum을 모아 놓은 것과 같이 보임을 알 수 있다.

그림 8(a)는 인접한 두 주파수 성분이 포함된 음원이  $M=0.3$ 으로 이동할 때 관측된 시간신호를 보여 준다. 그림 8(b)는 이 신호의 Fourier 변환으로서 앞서와 마찬가지로 복잡한 진폭스펙트럼이 나타나지만 각 성분의 상한, 하한 주파수에서 피크가 발생하는 것을 볼 수 있다. 그림 8의 (c)와 (d)는 음압신호에 짧은 이동창문함수를 적용하고 각 창문 내에서 Fourier 변환을 취하여 evolutionary spectrum을 나타낸 것이다. 이 spectrum의 contour plot으로부터 두개의 주파수 성분이 섞여 있음을 알 수 있다.

그림 9는  $M=0.3$ 으로 이동하는 음원이  $\omega_c = 300$  Hz,  $\omega_o = 9$ Hz인 대역한정 소음을 방출할 경우 관측점에서의 음압신호이며 본래의 신호와는 상당히 다른 모양을 보여 주고 있으며, 그림 10의 (a)는 진폭 spectrum으로서 비교적 단일 주파수 성분의 음원에 대한 진폭 spectrum과 유사하게 보인다. 이는 대역폭  $2\omega_o$ 가  $\omega_c$ 에 비해 월등히 작기 때문인데 대역폭의 크기를 변화시키면 (b)(c)(d)에 보듯이 서로 다른 스펙트럼이 나타나며 넓어질수록 원래 음원특성을 알아보기가 어려워진다.

한편 이러한 진폭스펙트럼은 측정거리  $r$ 에 따라서

도 변화되는데 그림 11은 이러한 변화를 분명하게 보여주고 있다.

#### 4. 결론

소음 저감의 음원대책을 위해서는 음원으로부터 방사되는 소리신호의 분석이 필요하다. 소음원이 이동 음원일 경우, 음원과 같이 움직이는 마이크로폰으로의 측정 은 공기의 유동소음 때문에 측정이 곤란하다. 고정 관측점에서 측정하는 통과소음신호는 음원의 주파수 특성이 왜곡되어 나타나므로 상세한 음원 특성을 파악하기 어렵다.

본 연구에서는 등속으로 이동하면서 정상신호를 방사하는 점음원에 대해서 고정된 관측점에서 측정되는 신호를 생성하여 전산기 모의 실험을 수행하였다. 음원의 이동속도, 음원의 주파수 특성, 관측점의 위치 등이 스펙트럼에 미치는 효과를 관찰하였다.

이동음원에 의한 음장의 파동방정식으로부터 관측신호의 스펙트럼은 헨켈함수를 포함한 적분식으로 표현된다. 도플러 천이 상·하한 주파수에서 헨켈함수의 특이성은, 이 적분 관계식으로부터 음원의 주파수 특성을 추정하기 어렵게 한다.

본 연구를 바탕으로 음원신호의 복원기술과 그 특성을 비교 검토하여 실제 측정에 적용하기 위한 기본 기술을 개발할 수 있을 것으로 기대한다. 본 연구에서 밝혀진 것처럼 음원 신호의 스펙트럼과 관측된 신호의 스펙트럼 사이에는 적분 변환 관계가 존재하는데 이로부터 원래 음원의 정상상태 특성, 즉 음원이 정지한 채로 동일한 소음을 방사한다고 할 때의 주파수 특성을 찾아내는 방법은 적분관계식의 kernel에 따라 달라져야 한다. 잡음의 성질과 음장에 관계하는 매개변수에 따라 음원신호복원이 어떻게 달라지는지도 연구되어야 하며, 특정 Mach수에서의 이동음원 특성 복원에 적합한 방법을 찾아야 할 것이다.

#### 후기

본 연구는 과학재단 목적이초연구비지원으로 수행되었으며 동 재단의 지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

1. P. M. Morse and U. Ingard, "Theoretical Acoustics," McGraw-Hill, 1968

2. J. S. Lee, "Time-varying filter modeling and time-frequency characterisation of nonstationary sound field due to a moving source," Ph.D. Dissertation, Univ. of Southampton, 1989.
3. L. B. Felsen and N. Marcuvitz, "Radiation and Scattering of Waves," Prentice-Hall, 1973
4. P. M. Morse and H. Feshbach, "Methods of Theoretical Physics," McGraw-Hill, 1953.
5. A. Papoulis, "Signal Analysis," McGraw-Hill, 1987

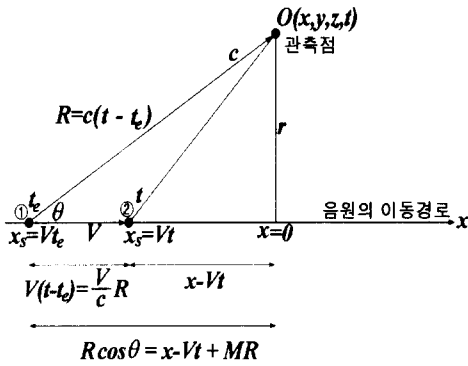


Fig.1 Geometric relations between source and observer

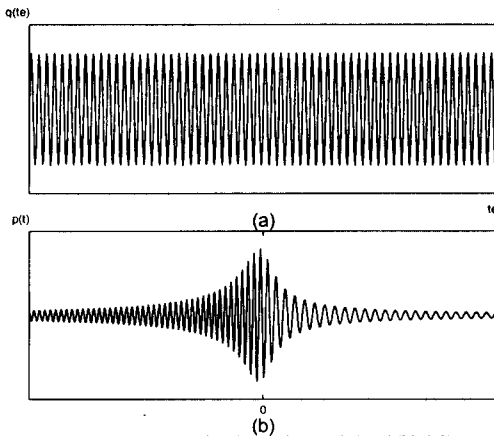


Fig.2 Harmonic source signal and observed signal (M=0.3)

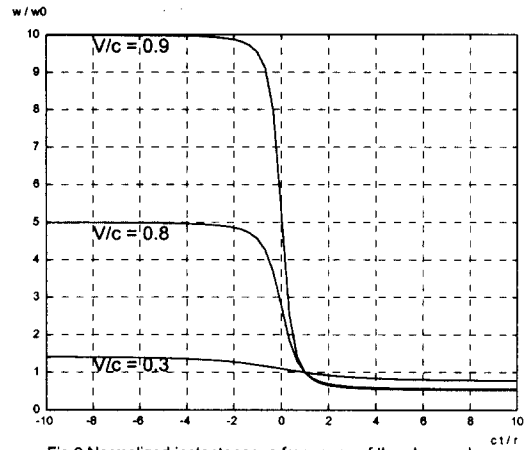


Fig.3 Normalized instantaneous frequency of the observed signal

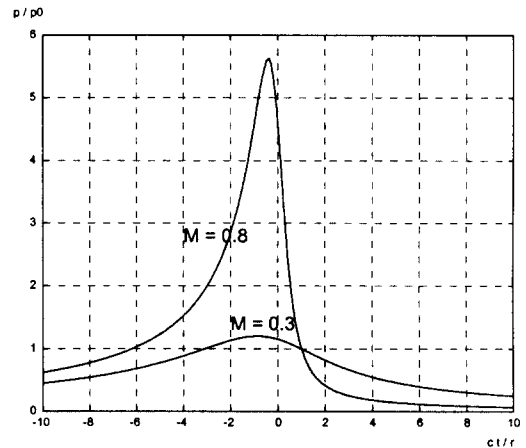


Fig.4 Amplitude of the pass-by noise from a harmonic source as a function of time

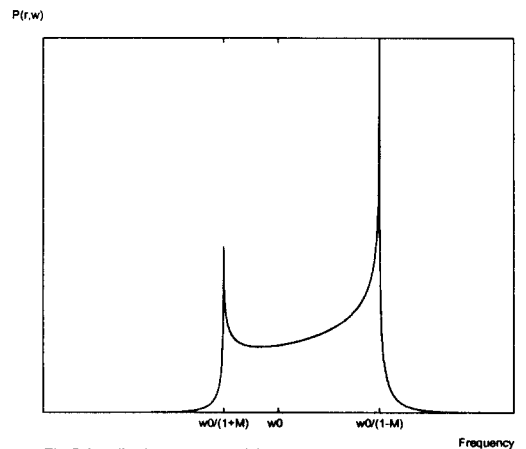


Fig.5 Amplitude spectrum of the pass-by noise from a harmonic source with frequency w\_0

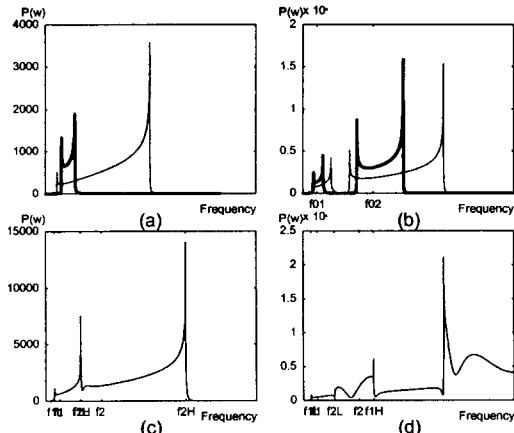


Fig.6 Amplitude spectra of pass-by noise signals from harmonic sources with one and two frequency components. (a)source having a single frequency component, (b),(c),(d) source having two frequency components. Thick lines in (a) and (b) show the spectra at the lower moving speed.

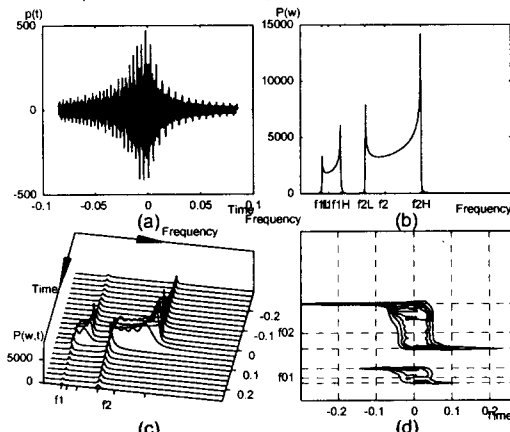


Fig.7 Pass-by noise from a source with two tonal components  $f_1$  and  $f_2$  for which  $f_1/(1-M) < f_2/(1+M)$ . (a)observed time signal, (b)amplitude spectrum, (c)evolutionary spectrum as a 3-D plot, and (d)contour map of the evolutionary spectrum.

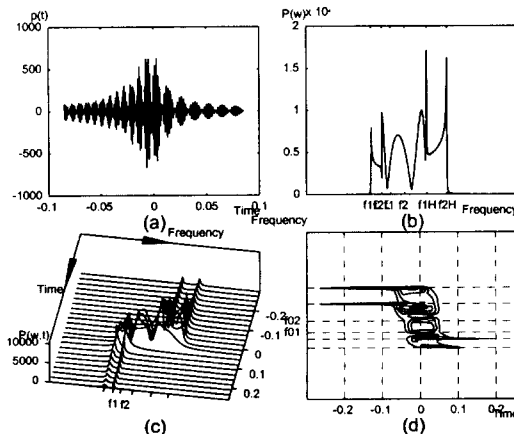


Fig.8 Pass-by noise from a source with two tonal components  $f_1$  and  $f_2$  for which  $f_1/(1-M) > f_2/(1+M)$ .

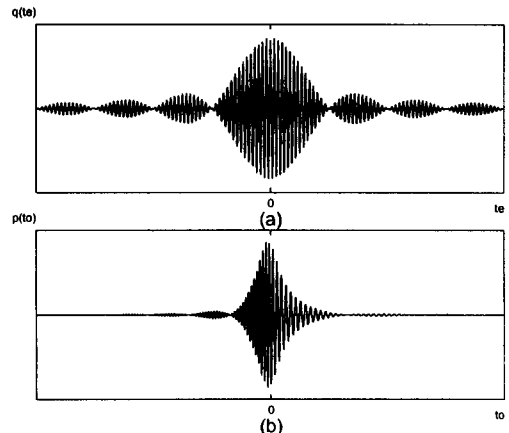


Fig.9 Bandlimited source signal and the corresponding pass-by noise when the bandwidth is 3% of the center frequency and  $M=0.3$  (a)source signal (b)pass-by noise

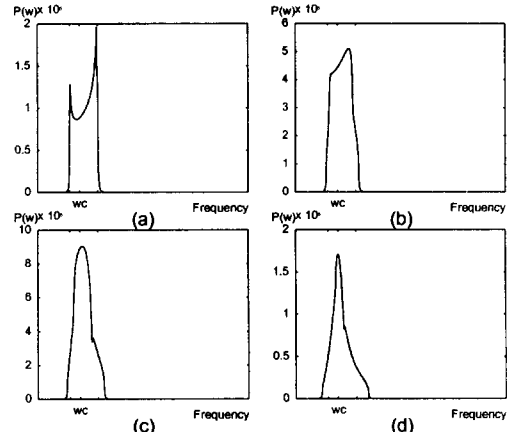


Fig.10 Amplitude spectra of pass-by noises from bandlimited sources with the same center frequency but different bandwidth. (a) $\Delta f / f = 0.01$  (b) $\Delta f / f = 0.05$  (c) $\Delta f / f = 0.1$  (d) $\Delta f / f = 0.2$

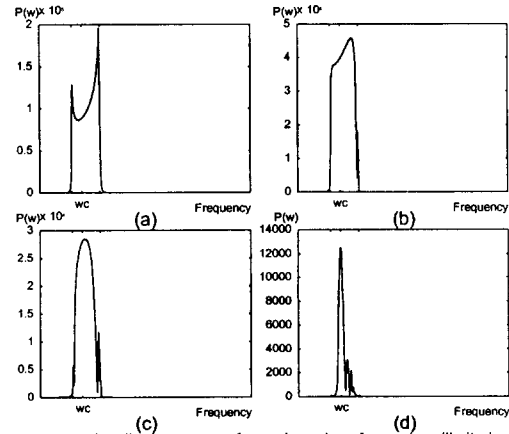


Fig.11 Amplitude spectra of pass-by noises from a bandlimited source observed at different distances from the line of motion.