

빔형성 방법을 이용한 평판에서의 음향 방사 파워의 분포 추정

^o김영기*, 김양한**

Estimation of radiation power distribution for plate using beamforming method

^oYoung-Key Kim*, Yang-Hann Kim**

1. 서론

빔형성 방법(beamforming method)은 대표적인 어레이 센서를 이용한 소음원 추적 방법으로 수중음향, 지진파등의 분야에서 평면파 전파 모델을 기본으로 개발되어졌다[1~2]. 근접장의 효과가 크게 나타나는 기계소음에 대한 적용을 위해서는 구면파 전파 모델을 기본으로한 빔형성 방법[1~4]이 개발되어 왔으며, 일부 산업현장에서 사용되어지고 있다[5~6]. 그러나, 대부분의 기계소음이 발생하는 저주파수 대역의 경우 어레이 크기(aperture size)의 제한이 불가피 하므로, 빔형성 방법에 의한 소음원 추정 결과는 분해능의 제한에 따른 오차를 포함하게 된다. 따라서, 공간상에 연속적으로 존재하는 소음원의 경우, 분해능의 제한은 실제 소음원의 형상을 스므딩(smoothing) 혹은 평균화시켜 표현하는 문제점을 갖게 된다.

분해능에 비해 공간상의 위상 및 크기의 변화가 적은 소음원의 경우에는 스므딩에 의한 큰 영향을 받지 않게 되지만, 분해능에 비해 공간상의 위상 및 크기의 변화가 복잡하게 분포된 소음원은 빔형성파워가 상호 상쇄되는 결과를 갖는다. 분해능의 증가를 위해 MUSIC[3~4]등 기존의 평면파 모델에서 개발된 모델을 기초로한 소음원 추적방법이 개발되었으나, 기계소음의 경우 소음원 사이의 상관관계가 크므로 그 적용에 제한이 따른다[7]. 따라서, 본 연구에서는 분해능 향상을 위한 노력에 앞서, 이러한 스므딩 현상을 물리적으로 의미

있는 소음원의 위치와 연관지어 생각해 보고자 한다.

방사효율[8]면에서 생각해 보면, 공기중에서 음파의 파장에 비해 공간상의 위상 및 크기의 변화가 적은 소음원은 방사효율이 높아 원거리에서 의미 있는 소음이라 할 수 있으며, 그 반대의 경우 실제 파워를 원거리까지 방사하지 않으므로 의미 있는 소음원이라 보기 힘들다. 평판의 진동에 의한 음파의 방사의 경우 이러한 현상은 아음속 및 초음속 방사로 정리하여 표현할 수 있다[8]. 따라서, 본 연구에서는 구면파를 가정한 빔형성 방법의 분해능을 실제 물리적인 현상에서 일어나는 스므딩 현상과 일치하도록 조정하여 이를 평판의 방사음장의 경우에 적용하여 보고자 한다. 물리적인 스므딩 현상은 음파의 파장을 기준으로 일어나므로 빔형성 파워의 분해능 역시 음파의 파장과 관련지어 생각할 수 있을 것이다.

2. 빔형성 방법(Beamforming Method)

빔형성 방법은 어레이를 구성하는 각 마이크로폰에 적절한 가중치와 위상지연을 주어 어레이 마이크로폰이 일정한 방향을 지향하게 하는 방법을 말한다. 소음원 추정시는 지향 방향을 여러 방향으로 변화시켜가며 출력되는 파워가 가장 큰 방향을 찾아내는 방법을 사용한다[1~2].

그림 1 과 같이 M 개의 마이크로폰으로 구성되어 있는 어레이 마이크로폰에 단일 주파수 f를 가진 K 개의 평면파가 입사되고 있는 경우, 마이크

* 한국과학기술원 기계공학과 대학원

** 정회원, 한국과학기술원 기계공학과

로폰 어레이에 수신되는 음압벡터는

$$\mathbf{P} = [p_1(f) \ p_2(f) \ \cdots \ p_M(f)]^T \quad (1)$$

$$p_m(f) = \sum_{k=1}^K A_k \exp[2\pi j f x_m \sin \theta_k / c] \quad (2)$$

같이 주어진다. 여기서 A_k , θ_k 는 각각 k 번째 평면파의 복소 크기, 입사각을 의미하며, x_m 은 m 번째 마이크론의 위치 좌표를 나타낸다. 평면파를 가정한 경우, 가중벡터는

$$\mathbf{W} = [w_1(f) \ w_2(f) \ \cdots \ w_M(f)]^T \quad (3)$$

$$w_m(f) = \frac{1}{\sqrt{M}} \exp[2\pi j f x_m \sin \hat{\theta} / c] \quad (4)$$

와 같이 가정되는 지향각 $\hat{\theta}$ 의 함수이며, 이때 빔형성 파워는

$$\text{Power}(\hat{\theta}) = \mathbf{W}^H(\hat{\theta}) \mathbf{E}[\mathbf{P}\mathbf{P}^H] \mathbf{W}(\hat{\theta}) \quad (5)$$

로 정의 된다. 만약 실제 음원의 입사각 θ_k 와 지향각 $\hat{\theta}$ 가 일치하는 경우 빔형성 파워는 상대적으로 큰 값을 가지므로 $\hat{\theta}$ 를 변화시켜가며 빔형성 파워를 계산하여 음원의 위치를 추정할 수 있다.

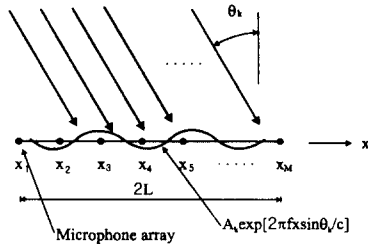


그림 1 평면파 모델을 이용한 빔형성 방법의 개념도.

구면파 모델(그림 2)의 경우, 음원의 추적 방법은 평면파 모델의 경우와 같으며 단지

$$p_m(f) = \sum_{k=1}^K A_k \frac{\exp[2\pi j f r_{km} / c]}{r_{km}} \quad (6)$$

$$w_m(f) = \frac{1}{\sqrt{M}} \frac{\exp[2\pi j f \hat{r}_m / c]}{\hat{r}_m} \quad (7)$$

와 같이 음압 벡터 및 가중벡터의 차이만이 존재한다. 여기서 r_{km} 은 k 번째 소음원과 m 번째 마이크론 사이의 거리를 의미하고, \hat{r}_m 은 가정되는 음원과 m 번째 마이크론 사이의 거리를 의미한

다. 가중벡터는 $\hat{\mathbf{r}}_m = (\hat{x}_m, \hat{y}_m)$ 의 함수로서 스캔영역이 평면파의 경우와는 달리 2차원이 된다.

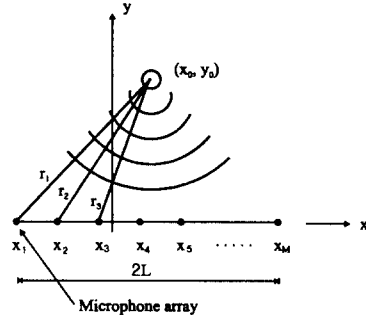


그림 2 구면파 모델을 이용한 빔형성 방법의 개념도[3].

3. 빔형성 방법의 분해능

빔형성 방법의 구현에 있어서 나타나는 실제적인 문제로는 어레이의 크기(aperture size)의 제한 및 이산화에 의한 오차를 들 수 있다. 측정 범위에 의한 오차만을 살펴보기 위해 무한히 많은 측정 지점을 가정하면, 평면파를 가정한 가중치 및 빔형성 파워는 다음과 같다.

$$w(f, x) = \frac{1}{\sqrt{2L}} \exp[2\pi j f x \sin \theta / c] \quad (8)$$

$$\text{Power}(\theta) = \left| \int_{-L}^L w^H(f, x) p(f, x) dx \right|^2 \quad (9)$$

또한 여러 방향에서의 소음원을 표현한 식 (2)를 확장하여 모든 방향에 연속적으로 분포하는 소음원을 가정하면, 어레이에 측정되는 음압은

$$p(f, x) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A(\theta_0) \exp[2\pi j f x \sin \theta_0 / c] d\theta_0 \quad (10)$$

과 같이 표현되며 이때 빔형성 파워는 다음과 같다.

$$\text{Power}(\theta) = \left| \int_{-\pi/2}^{\pi/2} A(\theta_0) K_p(\theta, \theta_0) d\theta_0 \right|^2 \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K_p(\theta, \theta_0) &= \frac{1}{\sqrt{2L}} \int_{-L}^L \exp\left[j \frac{2\pi f}{c} (\sin \theta - \sin \theta_0) x\right] dx \\ &= \sqrt{2L} \frac{\sin(k - k_0)L}{(k - k_0)L} \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 $k = 2\pi f \sin \theta / c$, $k_0 = 2\pi f \sin \theta_0 / c$ 를 나타내며, $2L$ 은 어레이의 크기를 나타낸다.

식 (12)로부터, 빔형성 파워를 통한 소음원의 전파 방향은 실제 전파 방향 $A(\theta_0)$ 이 커널 $K_p(\theta, \theta_0)$ 에 의해 스므딩 된 형태임을 알 수 있다. 또한, 커널은 잘 알려진 싱크(sinc) 함수의 형태로서 측정 범위 L 의 증가 또는 감소에 따라 스므딩의 정도(분해능)이 조정됨을 알 수 있다.

구면파의 경우도 마찬가지로 연속적인 측정 지점과 소음원의 분포를 가정할 수 있으므로, 어레이에 측정되는 음압은

$$p(f, x) = \int_S A(x_0, y_0) \frac{\exp\left[j \frac{2\pi f}{c} \sqrt{(x_0 - x)^2 + y_0^2}\right]}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + y_0^2}} dS \quad (13)$$

과 같이 나타낼 수 있으며, 이때 빔형성 파워는

$$\text{Power}(\hat{x}_0, \hat{y}_0) = \left| \int_S A(x_0, y_0) K_s(\hat{x}_0, \hat{y}_0; x_0, y_0) dS \right|^2 \quad (14)$$

$K_s(\hat{x}_0, \hat{y}_0; x_0, y_0)$

$$= \int_{-L}^L \frac{\exp\left[j \frac{2\pi f}{c} \left\{ \sqrt{(\hat{x}_0 - x)^2 - \hat{y}_0^2} - \sqrt{(x_0 - x)^2 - y_0^2} \right\}\right]}{\sqrt{(\hat{x}_0 - x)^2 - \hat{y}_0^2} \sqrt{(x_0 - x)^2 - y_0^2}} dx \quad (15)$$

과 같다. 평면파를 가정한 빔형성 방법의 경우와 마찬가지로 커널 $K_s(\hat{x}_0, \hat{y}_0; x_0, y_0)$ 에 의해 실제 소음원의 형태 $A(x_0, y_0)$ 가 스므딩되고 있는 것을 알 수 있다.

4. 구면파 빔형성 방법에 대한 분해능의 수치적 계산

구면파를 가정한 빔형성 방법의 스므딩 효과를 나타낸 식 (15)의 커널은 해석적인 적분값을 얻기 어려운 형태이므로, 수치적 방법을 통해 계산하고자 한다. 적분 범위 L 을 이용해 변수를 $x'_0 = x_0/L$, $y'_0 = y_0/L$, $\hat{x}'_0 = \hat{x}_0/L$, $\hat{y}'_0 = \hat{y}_0/L$, $kL = 2\pi fL/c$ 와 같이 무차원화하면, 적분 범위내에서 수치 적분이 가능함을 알 수 있다.

그림 3은 수치적분한 형태를 보여주는 예로서 (a), (b) 모두 소음원의 위치는 $(x_0, y_0) = (0, 0.25)$ 로 동일하나, 측정범위의 크기가 각각 $kL/2\pi = 2, 4$ 인 경우에 해당한다.

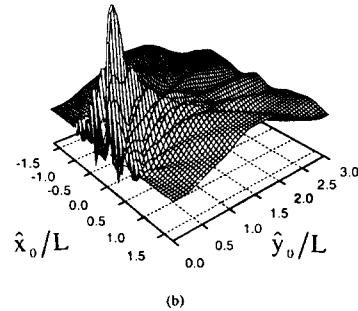
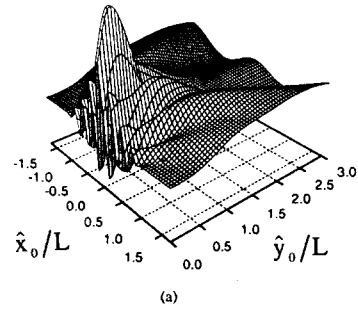


그림 3 구면파 모델을 가정한 빔형성 방법의 커널(kernel) $K_s(\hat{x}_0, \hat{y}_0; x_0, y_0)$; 소음원의 위치는 $(x_0, y_0) = (0, 0.25)$ 이며, 주파수는 (a) $kL/2\pi = 2$ (b) $kL/2\pi = 4$ 인 경우의 예. 여기서, L 은 어레이 구경의 $1/2$ 를 나타낸다.

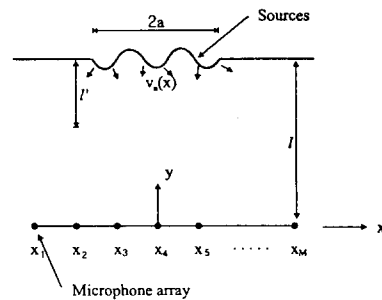


그림 4 평판의 방사음장에 대한 빔형성 방법의 적용

분해능의 구체적인 표현은 그림 3에 나타난 커널의 주엽(main lobe)과 부엽(side lobe)의 크기를 정의하고 이를 주파수 즉, kL 의 변화에 따라 계산함으로써 가능하다. 또한, 이러한 결과로부터 적절한 분해능을 갖는 어레이의 측정 범위 및 소음원과과의 거리 등을 선정할 수 있다. 본 연구에서는 문제를 좀더 단순화하여 그림 4와 같이 소음원으

로부터 어레이까지의 거리가 고정된 경우를 가정하여, 어레이 방향(x 축 방향)으로의 분해능, 즉 커널의 주엽 크기(main lobe width)를 수치적으로 계산하였다. 이 경우 커널은 그림 5와 같이 \hat{x}'_0 축상에서 표현되므로, 주엽의 크기는 커널의 절대값의 제곱이 1/2로 감소하는 지점을 이용하여 정의하였다.

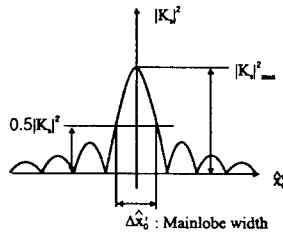


그림 5 구면파를 가정한 빔형성 방법에서의 어레이 방향의 분해능; 커널의 주엽 크기(main lobe width)

그림 6은 소음원의 위치가 $x'_0=0$ 인 경우, 커널의 주엽 크기를 소음원과 어레이의 거리, 음파의 파장에 따라 계산한 결과이다. 소음원과 어레이의 거리가 감소함에 따라 분해능이 증가($2\Delta\hat{x}'_0/\lambda$ 의 감소)하고 있음을 알 수 있다. 또한 소음원과 어레이의 거리가 증가함에 따라, 음파의 파장에 관계없이 점선으로 표시된 평면파 빔형성 방법의 분해능에 접근하는 것을 알 수 있다. 또한, 그림 7은 소음원의 위치가 어레이 중심에서 벗어남에 따른 커널의 변화를 나타낸 것이다. 소음원이 중심에서 벗어남에 따라 대칭성이 깨어지며, 부엽의 크기도 변화하고 있으나, 중심 근처에서는 주엽의 폭은 크게 변화하지 않고 있음을 알 수 있다. 따라서 소음원 전체 크기(size)가 어레이의 측정 범위에 비해 작은 경우, $x'_0=0$ 에서 계산된 분해능으로 근사됨을 알 수 있다.

5. 평판에서의 아음속(Subsonic) 및 초음속(Supersonic) 방사

평판에서의 파동은 분산(dispersion) 특성으로 인해 주파수에 따라 파동의 속도가 변화한다. 이때 음속에 비해 파동의 속도가 작은 경우(평판에 발생하는 파동의 파장이 음파의 파장에 비해 작은 경우)를 아음속이라 하며, 반대의 경우를 초음속이

라 한다[8]. 아음속의 경우 공기중으로 방사되는 음은 거리에 따라 지수적으로 감소하게 되어 멀리 떨어진 곳까지 전파하지 않으므로, 소음원으로 부터 멀리 떨어진 곳에서는 초음속 소음원만이 의미를 갖게 된다.

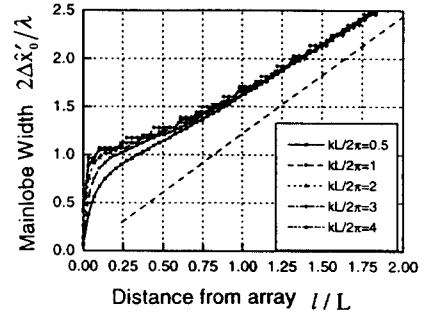


그림 6 수치적으로 계산된 구면파 모델을 가정한 빔형성 방법에서의 주엽 크기(main lobe width). 여기서, L은 어레이 구경의 1/2를 의미하며, l은 소음원과 어레이 사이의 거리, λ 는 음파의 파장, $\Delta\hat{x}'_0$ 는 커널 주엽의 크기(그림 5)를 나타낸다.

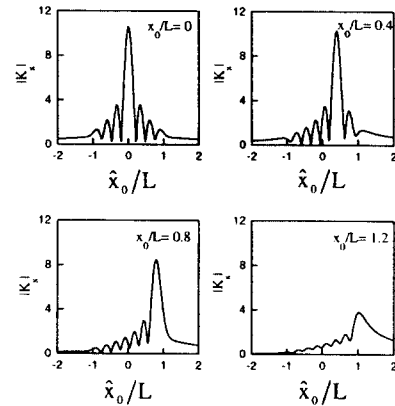


그림 7 소음원의 위치가 어레이의 중심에서 벗어남에 따른 커널의 변화. 여기서, L은 어레이 구경의 1/2를 나타낸다.

그림 4와 같이 표면에서 속도 $v_n(x)$ 를 갖는 유한한 크기(size)의 평판의 경우 평판으로부터 거리 l'만큼 떨어진 위치에서의 음압은

$$p(f, x)_{y=y', z=z'} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{V}(k_x) \frac{\omega \rho_0 \exp[j\{k_x x - k_y (l-l')\}]}{k_y} dk_x \quad (16)$$

$$\tilde{V}(k_x) = \int_{-\infty}^{\infty} v_n(x) \exp[-jk_x x] dx \quad (17)$$

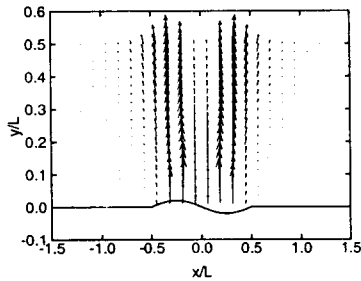
$$k_y = \begin{cases} \sqrt{k^2 - k_x^2}, & \text{if } k^2 > k_x^2 \\ j\sqrt{k^2 - k_x^2}, & \text{if } k^2 < k_x^2 \end{cases} \quad (18)$$

과 같다[8]. 여기서 $\tilde{V}(k_x)$ 는 평판에 나타나는 파수 성분의 크기로 이중 초음속 성분($k^2 > k_x^2$)은 멀리까지 방사되며, 아음속 성분($k^2 < k_x^2$)은 k_x 가 허수가 되므로 거리에 따라 지수적으로 감소함을 알 수 있다.

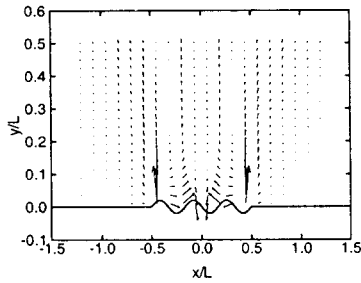
양끝단이 단순 지지(simply supported)되어 있는 평판의 경우를 고려하여 평판에서의 속도 분포를

$$v_n(x) = \begin{cases} \tilde{v}_p \sin\left\{\frac{p\pi}{a}\left(x + \frac{a}{2}\right)\right\}, & \text{if } |x| < a/2 \\ 0, & \text{if } |x| \geq a/2 \end{cases} \quad (19)$$

라 하면, 음장의 인텐시티 분포는 그림 8 과 같다.



(a)



(b)

그림 8 양 끝이 단순 지지단(simply supported end)인 평판에서 방사되는 음장의 인텐시티 분포; 소음원의 크기는 $ka/2\pi = 4$ 인 경우로서, (a)는 평판의 모드수가 $p=2$ 로 초음속 방사에 해당하며 (b)는 $p=6$ 로 아음속 방사에 해당한다.

그림 8(a), (b)는 각각 $ka/2\pi = 4$, $a/L = 0.5$ 이며, 모드수가 각각 $p=2$, 6 로 초음속 및 아음속에 해당

한다. 평판의 파장이 음파의 파장에 비해 긴 초음속의 경우(a)는 본래 소음원의 형태를 유지하며 음이 전파되고 있음을 보여주나, 평판의 파장이 음파의 파장에 비해 작은 아음속의 경우(b)는 주로 양 끝단에서만 음향 파워가 방사됨을 알 수 있다. 이는 그림 9에 표현된 것과 같이 음파의 반파장 내에서 변화되는 소음원의 위상이 상호 상쇄 혹은 스프딩되어, 양 끝단에서의 음압 성분만이 남게되는 형태로 생각해 볼 수 있다[8].

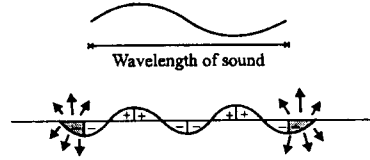
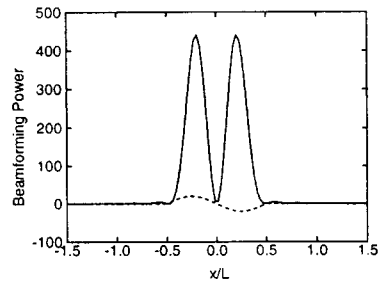


그림 9 아음속 방사에서 소음원의 상호 상쇄[8]

6. 평판의 방사음장에 대한 빔형성 방법의 적용; 모의 실험

위 5절에서 살펴본 아음속 방사에서 나타난 소음원의 상쇄 혹은 스프딩 현상은 3절에서 살펴본 빔형성 방법에서의 낮은 분해능에 의한 스프딩 현상과 유사한 형태임을 알 수 있다. 또한 그림 9에 설명된 바와 같이 평판의 아음속 방사의 경우 음파의 반파장을 기준으로 스프딩이 일어나므로, 본 연구에서는 빔형성 방법의 분해능을 음파의 반파장으로 조정하여 그림 4의 평판의 방사음장에 적용하였다. 분해능의 조정은 앞 4절에서 계산된 수치적 계산 결과(그림 6)를 이용하였다.



(a)

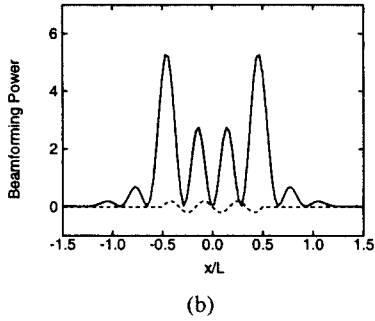


그림 10 양 끝이 단순 지지단(simply supported end)인 평판에서 방사되는 음장에 빔형성 방법을 적용한 경우 얻어지는 빔형성 파워; 어레이 및 소음원의 크기는 각각 $kL/2\pi = 2$, $ka/2\pi = 4$ 인 경우, (a)는 평판의 모우드수가 $p=2$ 로 초음속 방사에 해당하며 (b)는 $p=6$ 로 아음속 방사에 해당한다.

인텐시티 분포를 살펴본 경우와 마찬가지로 $ka/2\pi = 4$ 이며 평판의 모우드수가 각각 $p=2, 6$ 으로 초음속 및 아음속 방사인 경우에 대하여 빔형성 방법을 적용하였다. 평판의 길이와 측정 범위의 비는 $a/L=0.5$ 로 하여, 소음원이 어레이의 중심에서 크게 벗어나지 않도록 하였다. 이 경우 $kL/2\pi = 2$ 이며, 그림 6으로 부터 l/L 가 0.2 일때 분해능과 음파의 반파장이 같아지는 것을 알 수 있다. 그림 10(a)~(b)는 각각 초음속 및 아음속 방사의 경우 빔형성 파워를 나타낸 것이다. 그림 8(a)~(b)의 인텐시티 분포와 비교해 볼때, 두 경우 모두 실제 파워가 방사되고 있는 위치를 비교적 잘 표현하고 있음을 알 수 있다.

7. 결론

본 연구에서는 빔형성 방법의 분해능의 제한에 따른 스므딩 현상을 살펴보기 위하여 공간상에 연속적으로 분포하는 소음원에 의한 빔형성 파워를 해석적으로 유도 하였다. 이로부터 실제 소음원의 형태를 스므딩하는 커널을 파악할 수 있었으며, 어레이 방향에 제한하여 커널 주엽의 크기를 수치적으로 계산할 수 있었다. 또한 평판에서의 아음속 및 초음속 방사에서 일어나는 스므딩 현상을 고찰하여 이를 빔형성 방법에서의 스므딩 현상과 연관지을 수 있었다. 어레이 방향만의 빔형성 방

법을 고려할 때, 커널의 주엽 크기를 음파의 반파장으로 조정하면 빔형성 파워의 형태는 실제 평판에서의 물리적인 스므딩에 의한 방사 파워의 형태와 같아짐을 알 수 있었다. 수치적인 확인을 위해, 단순 지지된 평판의 진동에 의한 음장에서 인텐시티 분포와 빔형성 파워를 비교하였다. 아음속 및 초음속의 경우 모두 실제 음향 방사 파워의 분포와 빔형성 파워의 분포가 잘 일치함을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] D. H. Johnson and D. E. Dudgeon, *Array signal processing*, Prentice-Hall, Englewood cliffs, 1993.
- [2] S. U. Pillai, *Array signal processing*, Springer-Verlag, New York, 1989.
- [3] J.-W. Choi and Y.-H. Kim, "Spherical beam-forming and MUSIC methods for estimation of location and strength of spherical sound sources," *Journal of Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 9, No.5, pp. 569-588, 1995.
- [4] J.-W. Choi and Y.-H. Kim, "Estimation of locations and strengths of broadband planar and spherical noise sources using coherent signal subspace," *Journal of Acoustical Society of America*, Vol. 98, No. 4, pp. 2082-2093.
- [5] Y. Moritoh, Y. Zenda and K. Nagakura, "Noise control of high speed shinkansen," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, No. 1, pp. 319-334, 1996.
- [6] B. Barsikow, "Experiences with various configurations of microphone arrays used to locate sound sources on railway trains operated by the DB AG," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 193, No. 1, pp. 283-293, 1996.
- [7] 김시문, 김양한, "독립/비독립 음원이 동시에 존재할 경우 선형 마이크로폰 어레이를 이용한 소음원 탐지 방법," *한국소음진동공학회지*, 제 6 권 6 호, pp. 835-842, 1996.
- [8] F. Fahy, *Sound and structural vibration*, Academic Press, London, pp. 64, 60-89, 1985.