

# 개선된 모드합성법을 이용한 구조물의 동특성변경

°송영래\*, 장경진\*\*, 박영필\*\*\*

(Structural Dynamic Modification Using Improved Modal Synthesis Method)

( Young-Rae Song\*, Kyoung-Jin Chang\*\*, Young-Pil Park\*\*\* )

## 1. 서론

대형화되고 복잡화되는 기계구조물을 해석하는데는 컴퓨터의 계산용량과 계산시간이 많이 필요하게 되고, 구조물의 부분적인 구조변경이나 경계조건의 변화에도 전체구조물을 다시 해석해야만 한다. 이것은 곧 비용의 문제로서 효율성 면에서 뒤떨어지게 된다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 전체구조물을 여러 개의 부분구조물로 나누어 실험이나 유한요소해석에 의해서 해석한 후 저차로부터 몇 개의 모드를 합성하는 방법인 모드합성법(Component Mode Synthesis : CMS)이 제시되었다. 이 방법은 대형 구조물이나 복잡한 구조물의 경우에도 계산용량이나 계산시간 등이 축소되어 현재 많이 사용되는 방법이다. 또한 이러한 구조물의 해석을 통해 얻어진 모드물성치(고유진동수, 고유모드)를 이용하여 목표로 하는 모드특성을 갖는 구조물로의 변경을 쉽게 행하는 알고리즘의 개발도 필요하게 되었다.

모드합성법은 결합영역의 구속여부에 따라 고정경계합성법과 자유경계합성법으로 나눈다. 이 방법은 Hurty[1]가 최초로 시작한 이후로 지금까지 많은 연구가 진행되어 왔다. 고정경계합성법은 Craig와 Bampton[2] 등에 의해 발전되어 왔고, 자유경계합성법은 Craig와 Chang[3][4], Urgueira와 Ewins[5], Smith와 Hutton[6][7] 등에 의해 발전되어 왔다. 그러나 기존의 모드합성법은 해석주파수 대역을 넓히기 위해서는 채용모드의 개수를 늘려야 하고, 다중 알고리즘을 채용하더라도 분계가 복잡하게 결합된 모델에 대해서는 해석이 곤란하다.

동적구조변경(Structural Dynamic Modification : SDM)은 실험이나 유한요소해석으로 얻은 데이터를 통하여 기존의 모델을 정확하게 수정하거나 부적합한 부분을 변경하는 과정으로 그중 모드물성

치의 감도해석은 지금까지 많은 연구가 진행되어 온 분야이다. Fox와 Kapoor[8]는 처음으로 고유값과 고유벡터의 1차감도를 직접미분으로 구하였고, Nelson[9]은 고유벡터의 감도를 간단히 구하는 방법을 발표하였다. Lin과 Lim[10]은 기존의 모달좌표계에서 고유벡터의 감도를 구하는 방법과 Nelson의 방법을 비교하였으며, Ojalvo[11]와 Sutter등[12]은 Nelson방법의 우수성을 검증하였다. 그러나 모드합성법을 감도해석에 적용하여 동적구조변경에 응용한 연구는 아직까지 미약한 실정이다.

본 논문에서는 모드합성법의 단점이라고 할 수 있는 고차모드의 생략오차를 보완하면서 합성후의 전체구조물의 자유도를 줄일 수 있는 자유경계합성법을 대형복합구조물에 적용하기 위하여 일반화된 다중모드합성법(Generalized Multi-Component Mode Synthesis : GMCMS)을 제시하고 판구조물과 모형차에 적용하여 그 효율성을 검증하였다. 또한 모드합성법의 개념을 구조물의 동적구조변경에 적용하기 위한 부분구조 모드물성치 감도법(Substructure Modal Property Sensitivity Method : SMPSM)을 제안하였으며, 이의 타당성을 확인하기 위하여 판구조물에 적용하였다. 이 방법은 물성치가 변하는 분계에서만 모드물성치의 감도를 다시 계산하여 합성하면 되므로 대형 구조물의 구조변경시 효과적인 방법이다.

## 2. 일반화된 다중모드합성법

s개의 분계가 결합되어 있는 경우에 대하여 분계와 분계사이의 결합조건을 고려하면 결합영역에서 작용하는 힘  $\{f_B\}$ 는 다음과 같이 일반적인 형태로 표시할 수 있다.

$$\{\bar{f}_B\} = [A]\{\bar{f}_{Bk}\} \quad (1)$$

여기서  $\{\bar{f}_B\}$ 는 각 분계의 결합영역에서 작용하는 힘을 순차적으로 나열한 것으로

\* 현대자동차(주)

\*\* 연세대학교 기계공학과 대학원, 정희원

\*\*\* 연세대학교 기계공학과, 정희원

$$\{\bar{f}_B\} = \begin{Bmatrix} f_{B1} \\ f_{B2} \\ \vdots \\ f_{Bs} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

이며,  $\{\bar{f}_{Bk}\}$ 는 전체 분계의 결합영역에서 작용하는 힘중에서 독립적인 성분을 표시한 것이다. 변환행렬  $[A]$ 는 연속조건으로부터 구조적인 결합형상에 따라서 결정되는 계수들로 구성된다. 같은 방법으로 결합영역의 변위를 표시하면 다음과 같다.

$$\{\bar{x}_B\} = \begin{Bmatrix} x_{B1} \\ x_{B2} \\ \vdots \\ x_{Bs} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

전체구조물에 가상적으로 가한 일(Virtual work)을 고려하면,

$$\{\bar{x}_B\}^T \{\delta\{\bar{f}_B\}\} = \{\bar{x}_B\}^T [A] \{\delta\{\bar{f}_{Bk}\}\} = 0 \quad (4)$$

이고, 여기서  $\delta\{\bar{f}_{Bk}\}$ 는 결합영역에 작용하는 가상적인 힘(Virtual interface load)이다. 그러므로 식 (4)에 의해서 결합영역에서의 변위의 관계는 다음과 같다.

$$[A]^T \{\bar{x}_B\} = \{0\} \quad (5)$$

자유경계합성법에서 분계의 변위는 다음과 같다 (Smith등[13]).

$$\{x\} = [\Phi_N] \{q_N\} + [\Psi] \{f_B\} \quad (6)$$

$$[\Psi] = [\hat{G}] [\beta] \quad (7)$$

여기서,  $[\hat{G}]$ 는 잉여연성(Residual flexibility)이고,  $[\beta]$ 는 결합영역의 좌표를 전체의 영역으로 변환시키는 행렬이며,  $[\Psi]$ 는 분계의 잉여부가모드(Residual attachment mode)로서 채용된 저차의 정규모드  $[\Phi_N]$ 와는 직교성(orthogonality)이 성립한다.

식 (6)으로부터 식 (2)와 (3)을 이용하여 일반적인 형태로 표시된 결합영역의 변위는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{\bar{x}_B\} = [\bar{\Phi}_{BN}] \{\bar{q}_N\} + [\bar{\Psi}_B] \{\bar{f}_B\} \quad (8)$$

여기서

$$[\bar{\Phi}_{BN}] = \begin{bmatrix} \Phi_{BN1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Phi_{BN2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Phi_{BNs} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$[\bar{\Psi}_B] = \begin{bmatrix} \Psi_{B1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Psi_{B2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \Psi_{Bs} \end{bmatrix} \quad (10)$$

한편, 비연성된 전체구조물의 운동방정식은 다음과 같이 표시된다.

$$[\bar{\lambda}_N - \omega^2 I] \{\bar{q}_N\} = [\bar{\Phi}_B]^T \{\bar{f}_B\} \quad (11)$$

여기서

$$[\bar{\lambda}_N] = \begin{bmatrix} \lambda_{N1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_{N2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{Ns} \end{bmatrix} \quad (12)$$

식 (5)의 결합영역에서의 변위의 관계식을 이용하여 식 (8)의 앞에서  $[A]^T$ 를 곱하면

$$[A]^T [\bar{\Phi}_{BN}] \{\bar{q}_N\} + [A]^T [\bar{\Psi}_B] \{\bar{f}_B\} = \{0\} \quad (13)$$

이 되고, 식 (1)을 이용하면

$$[A]^T [\bar{\Phi}_{BN}] \{\bar{q}_N\} + [A]^T [\bar{\Psi}_B] [A] \{\bar{f}_{Bk}\} = \{0\} \quad (14)$$

이 된다. 식 (14)를 정리하면 구조물의 결합영역에서 작용하는 힘을 모드좌표계에서 표현할 수 있다.

$$\{\bar{f}_B\} = -[A] ([A]^T [\bar{\Psi}_B] [A])^{-1} [A]^T [\bar{\Phi}_{BN}] \{\bar{q}_N\} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (11)에 대입하면 다음과 같은 전체구조물의 합성된 최종적인 방정식을 구할 수 있다.

$$[\Gamma - \omega^2 I] \{\bar{q}_N\} = \{0\} \quad (16)$$

여기서

$$[\Gamma] = [\bar{\lambda}_N] + \cdots$$

$$[\bar{\Phi}_{BN}]^T [A] ([A]^T [\bar{\Psi}_B] [A])^{-1} [A]^T [\bar{\Phi}_{BN}] \quad (17)$$

식 (16)은 대칭인 양정의(Positive-definite) 고유치 방정식으로 이 식을 고유치해석하면 전체구조물의 고유진동수와 고유모드를 구할 수 있다. 고유모드의 물리적인 좌표계  $\{x\}$ 로의 변환은 식 (8)과 같은 방법으로 구한다.

$$\{x\} = [\bar{\Phi}_N] \{\bar{q}_N\} + [\bar{\Psi}] \{\bar{f}_B\} \quad (18)$$

식 (15)를 이용하면 식 (18)은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\{x\} = ([\bar{\Phi}_N] - \cdots$$

$$[\bar{\Psi}] [A] ([A]^T [\bar{\Psi}_B] [A])^{-1} [A]^T [\bar{\Phi}_{BN}]) \{\bar{q}_N\} \quad (19)$$

$$\text{또는 } \{x\} = [T_p] \{\bar{q}_N\} \quad (20)$$

일반화된 다중모드합성법에서 전체구조물에 대한 방정식인 식 (16)의 자유도는 각 분계의 내부영역에서 선택된 고유모드의 합으로 결정되며, 채용되는 분계의 고유모드에는 강체모드와 저주파모드가 포함된다. 이 방법은 구조물의 결합형태 및 구속여부에 관계없이 적용할 수 있으며, 사용된 결합방식이 매우 일반적인 형태로 표시되기 때문에 다수의 분계가 결합된 구조물이나 복잡한 형상의 분계가 결합된 경우에도 사용 가능하다. 그리고 식 (16)에서 계산된 고유벡터  $\{\bar{q}_N\}$ 은 전체구조물의 모드에 대한 각 분계 모드의 참여도(Participation)를 나타낸다. 즉, 분계의 모

드가 전체구조물의 모드에 많은 영향을 미친다면 고유벡터  $\{\bar{q}_N\}$ 는 큰 값을 갖게되고, 적은 영향을 미친다면 작은 값을 갖게 된다(Smith등[6]).

### 3. 부분구조 모드물성치 감도변

#### 3.1 모드물성치의 감도

s개의 분계가 결합되어 전체구조물을 형성하고 있는 경우 분계 j가 변하는 분계라면 설계변수 P에 대한 전체구조물의 모드물성치 감도는 앞에서 구한 다중모드합성법의 최종적인 합성식인 식 (16)과 (17)을 이용하여 구할 수 있다. 식 (16)에서 합성된 전계의 질량행렬  $[\bar{M}] = [I]$  이고, 강성행렬  $[\bar{K}] = [F]$ 이다. 이미 구한 각 분계의 모드물성치와 구조가 변하는 분계 j의 모드물성치 감도를 이용하여 결합된 구조물의 질량 및 강성행렬의 변화율을 표현하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial[\bar{M}]}{\partial P} = [0] \quad (21)$$

$$\frac{\partial[\bar{K}]}{\partial P} = \frac{\partial[\bar{\lambda}_N]}{\partial P} + \frac{\partial[\bar{\phi}_{BN}]^T}{\partial P} [A][\hat{h}][A]^T [\bar{\phi}_{BN}] + [\bar{\phi}_{BN}]^T [A] \frac{\partial[\hat{h}]}{\partial P} [A]^T [\bar{\phi}_{BN}] \quad (22)$$

$$\frac{\partial[\bar{\lambda}_N]}{\partial P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{\partial \lambda_{Nj}}{\partial P} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\frac{\partial[\bar{\phi}_{BN}]}{\partial P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{\partial \phi_{BNj}}{\partial P} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\frac{\partial[\bar{\psi}_B]}{\partial P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{\partial \psi_{Bj}}{\partial P} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$[\hat{h}] = ([A]^T [\bar{\psi}_B] [A])^{-1} \quad (26)$$

$$\frac{\partial[\hat{h}]}{\partial P} = -[\hat{h}] \left( [A]^T \frac{\partial[\bar{\psi}_B]}{\partial P} [A] \right) [\hat{h}] \quad (27)$$

위에서 구한 식 (21)과 (22)의 질량과 강성행렬의 변화율을 고유값과 고유벡터의 감도식에 대입하면 다중모드합성법에서 변하는 분계의 설계변수에 대한 전체구조물의 고유값과 고유벡터의 감도를 계산할 수 있다(Nelson[20]). 그런데 고유벡터의 감도는 일반화된 좌표계  $\{\bar{q}\}$ 에 대해서 표현되어 있으므로 원래의 물리적인 좌표계  $\{x\}$ 로의 변환은 식 (19)와 (20)을 이용하여 다음과 같이 구한다.

$$\frac{\partial\{\bar{x}\}}{\partial P} = \frac{\partial[T_P]}{\partial P} \{\bar{q}\} + [T_P] \frac{\partial\{\bar{q}\}}{\partial P} \quad (28)$$

$$\frac{\partial[T_P]}{\partial P} = \frac{\partial[\bar{\phi}_N]}{\partial P} - \frac{\partial[\bar{\psi}]}{\partial P} [A][\hat{h}][A]^T [\bar{\phi}_{BN}] - [\bar{\psi}][A] \frac{\partial[\hat{h}]}{\partial P} [A]^T [\bar{\phi}_{BN}] \quad (29)$$

$$- [\bar{\psi}][A][\hat{h}][A]^T \frac{\partial[\bar{\phi}_{BN}]}{\partial P} \quad (30)$$

$$\frac{\partial[\bar{\phi}_N]}{\partial P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{\partial \phi_{Nj}}{\partial P} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\frac{\partial[\bar{\psi}]}{\partial P} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{\partial \psi_{1j}}{\partial P} & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

#### 3.2 구조변경량의 산출

m개의 설계변수를  $\{P\}$ , 목적으로 하는 n개의 특성벡터를  $\{\eta^*\}$ , 이의 초기 값을  $\{\eta_0\}$ 라고 하면, 테일러 급수(Taylor series)를 이용하여 설계변수의 미소변경량에 대한 특성벡터의 변화량을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\{\Delta \eta\} = [Z'] \{\Delta P\} \quad (32)$$

여기서  $\{\Delta \eta\} = \{\eta^*\} - \{\eta_0\}$ 이고,  $[Z']$ 는  $n \times m$ 의 특성벡터의 1차 감도행렬로서 다음과 같다.

$$[Z'] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \eta_1}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial \eta_1}{\partial P_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \eta_n}{\partial P_1} & \dots & \frac{\partial \eta_n}{\partial P_m} \end{bmatrix} \quad (33)$$

여기서 설계변수의 수 m과 특성벡터의 수 n이 같고 랭크도 같다면 역행렬로 풀 수 있다. 그러나 일반적으로  $[Z']$ 는 정방행렬이 되지 않는 경우가 대부분이므로 다음과 같이 Moore-Penrose 역행렬을 이용한다.

$$[Z']^+ = ([Z']^T [Z'])^{-1} [Z']^T, \quad (m < n) \quad (34)$$

$$[Z']^+ = [Z']^T ([Z'] [Z']^T)^{-1}, \quad (m \geq n) \quad (35)$$

이와 같이 역행렬이 구해지면 다음과 같이 설계변수의 변경량을 결정한다.

$$\{\Delta P\} = [Z']^+ \{\Delta \eta\} \quad (36)$$

이 식에서 계산된  $\{\Delta P\}$ 를 이용하여 초기 설계변수  $\{P_0\}$ 에서 변화된 새로운 설계변수를 구한다.

$$\{P\} = \{P_0\} + \alpha \{\Delta P\}, \quad 0 < \alpha \leq 1 \quad (37)$$

여기서  $\alpha$ 는 가중값이다. 식 (37)은 고차항을 무시하고 1차감도만을 사용한 근사식이기 때문에 실제 목표로 하는 값과 한 번에 일치하지는 않는다. 따라서 변

경시킨 값을 초기값으로 다시 사용하여 두 값의 차이가 기준 값에 수렴할 때까지 반복 계산한다. 이때 변경량이 초기값에 비해 크게 되면 수렴시에 문제가 생기므로 가중치  $\alpha$ 를 조절하여 수렴의 안정성을 보장한다. 일반적으로 가중값이 작으면 수렴성은 증가하나 수렴속도가 늦게 되고, 가중값이 크면 수렴속도는 증가하나 발산할 가능성이 커지게 된다. 또 목표값이 초기값에서 지나치게 벗어나 있으면 물리적 의미가 없는 값으로 수렴하거나 발산하게 되므로 주의해야 한다(지태한[13]). 이상에서 설명한 부분구조의 모드물성치 감도를 이용한 동적구조변경의 알고리즘을 Fig.1에 나타내었다.

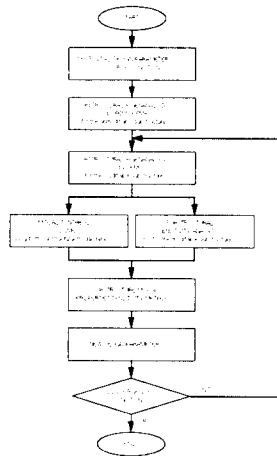


Fig.1 Schematic flow chart of the substructure modal property sensitivity method

#### 4. 판구조물의 모드합성법

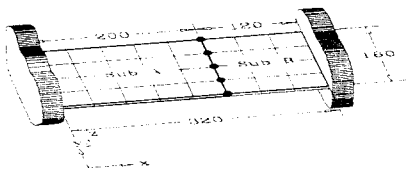


Fig.2 Two-component plate model

자유경계합성법을 이용한 일반화된 다중모드합성법을 고정경계합성법과 비교해 보기 위하여 간단한 판구조물에 적용하여 보았다. Fig.2와 같이 길이 320mm, 폭 160mm, 두께 3.2mm의 강판이고, 탄성계수는  $E=2.0 \times 10^{11} \text{N/m}^2$ 이고, 밀도는  $\rho=7890 \text{kg/m}^3$ 이다. 모드합성법의 적용을 위해 판구조물을 A와 B의 2분계로 나누었고, 양 끝단은 고정되어 있다고 가정했다. 유한요소해석에 사용된 요소의 수는

32개이며, 절점은 35개로 각 절점에서는 z방향 병진자유도와 x, y방향 회전자유도를 갖는다. 분계 A와 분계 B의 자유도는 각각 75, 45이며, 분계사이의 결합점은 5점으로 결합영역의 자유도는 15로 판구조물의 총자유도는 105이다.

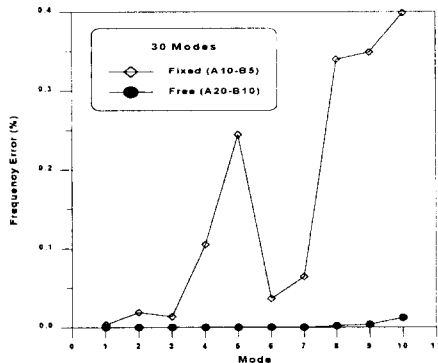
유한요소해석에 의해 각 분계에서 채용한 고유모드 개수(A분계-B분계)를 6-3, 10-5, 20-10, 30-15로 변화시켜 가면서 고정경계합성법과 자유경계합성법을 적용하여, 각 방법에 의해 계산된 고유진동수의 결과를 Table 1~2에 나타내었다. 여기에서 DOFs는 합성후 고유치해석 과정에서 사용한 자유도로서 고정경계합성법에서는 각 분계에서 채용한 고유정규모드와 결합영역 자유도의 합으로 나타나며, 자유경계합성법에서는 각 분계에서 채용한 고유정규모드의 합으로 나타난다. 각 방법에서 저주파수대역에서는 채용한 모드의 수가 적더라도 전체의 유한요소해석 결과와 거의 일치된 결과를 얻을 수 있으며, 채용한 모드의 수가 점차적으로 많아질수록 고주파수 대역까지 일치되는 결과를 보임을 알 수 있다. Fig.3에서 볼 수 있듯이 합성후 최종 자유도가 30과 45로 동일한 두가지 경우에 대하여 고정경계합성법과 자유경계합성법의 결과를 비교하면 자유경계합성법이 더욱 정확하다는 것을 알 수 있다. 그리고 자유경계합성법은 결합영역의 자유도를 포함하지 않으므로 고유치해석의 자유도가 고정경계합성법보다 작아지므로 큰 구조물을 해석하는 경우에 효율적인 방법이라 할 수 있다. 각 방법으로부터 계산된 고유진동수는 전체를 유한요소해석한 결과와 비교하여 약간 높게 나타나는데 이것은 고차모드에 대한 보정방법이 구조물의 강성을 크게 하는 효과를 나타내기 때문이며, 이러한 현상은 고차모드에서 심하게 나타난다.

Table 1 Natural frequency of plate calculated by fixed interface method

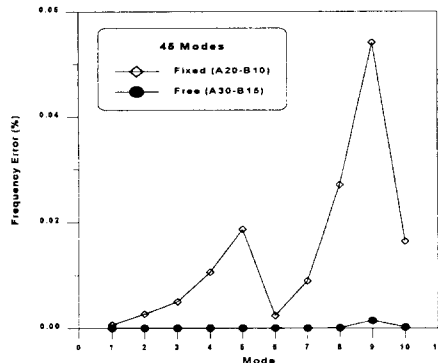
Mode	Full FEM (Hz)	Fixed Interface Method (Hz)			
		A6-B3	A10-B5	A20-B10	A30-B15
1	171.89	171.92	171.89	171.89	171.89
2	279.15	279.27	279.20	279.15	279.15
3	476.42	476.88	476.48	476.44	476.42
4	639.13	640.11	639.81	639.20	639.14
5	838.44	840.50	840.49	838.60	838.48
6	939.90	942.68	940.24	939.92	939.91
7	1122.03	1125.87	1122.75	1122.13	1122.05
8	1198.39	1202.46	1202.46	1198.71	1198.46
9	1561.16	1613.18	1566.60	1562.00	1561.31
10	1700.82	1707.61	1707.60	1701.10	1700.91
DOFs	105	24	30	45	60

Table 2 Natural frequency of plate calculated by free interface method

Mode	Full FEM (Hz)	Free Interface Method (Hz)			
		A6-B3	A10-B5	A20-B10	A30-B15
1	171.89	171.89	171.89	171.89	171.89
2	279.15	279.15	279.15	279.15	279.15
3	476.42	476.72	476.42	476.42	476.42
4	639.13	639.61	639.14	639.13	639.13
5	838.44	839.25	838.45	838.44	838.44
6	939.90	949.72	940.04	939.90	939.90
7	1122.03	1148.61	1122.46	1122.03	1122.03
8	1198.39	1276.74	1199.21	1198.41	1198.39
9	1561.16	1650.09	1571.28	1561.22	1561.18
10	1700.82	-	1721.45	1701.03	1700.82
DOFs	105	9	15	30	45



(a) 30 DOFs



(b) 45 DOFs

Fig.3 Natural frequency error comparison of plate by CMS (w.r.t. total DOFs)

### 5. 모형차의 일반화된 다중모드합성법

일반화된 다중모드합성법을 승용차의 BIW(Body In White)의 진동해석에 적용하기 위한 전단계로 전체 크기를 1/2로 축소한 모형차인 Y-car에 적용하여 보았다. Fig.4는 모드합성법을 적용하기 위해

서 4개의 분계로 분할한 유한요소모델을 나타낸다. 한편 유한요소모델에서 모형차의 철판은 두께 1.2mm의 셸요소(SHELL63), 파이프는 두께 1mm의 보요소(BEAM4)를 사용하여 모델링하였고, 전체 모형차는 요소수 335개, 절점수 202개, 자유도 1212개로 모델링하였다. Table 3에서는 각 분계와 전체 모형차에 대해 내부영역 자유도, 결합영역 자유도, 전체 자유도를 나타내었다.

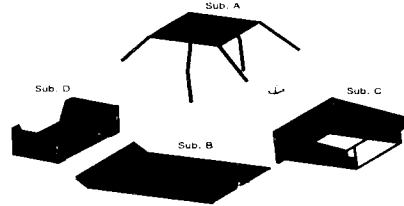


Fig.4 Composition of four components of Y-car

Table 3 The number of DOFs of Y-car

	Whole Structure	Component			
		A	B	C	D
Interior DOFs	1074	300	180	288	306
Interface DOFs	138	36	114	72	54
Total DOFs	1212	336	294	360	360

일반화된 다중모드합성법을 이용하여 프로그램을 작성한 후 각 분계에서 채용한 고유모드의 개수를 10, 15, 20, 25로 변화시키면서 해석한 고유진동수의 결과를 Table 4에서 비교하였다. 여기에서 각 분계는 각각 동일한 고유모드를 채용하였으며, DOFs는 고유치해석의 자유도로서 각 분계에서 채용한 고유모드의 합을 표시한다. Fig.5에서는 각 분계의 채용모드를 변화시키면서 해석한 고유진동수를 전체의 유한요소해석 결과와 비교한 오차를 표시하였다. 결과를 보면 채용한 모드가 많아질수록 전체 주파수 대역에서 고유진동수가 전체의 유한요소해석 결과와 일치하는 것을 알 수 있다. 특히 각 분계에서 20개의 고유모드를 채용할 때는 비교적 안정된 값을 나타내는 것을 알 수 있고, 이때의 고유치해석의 자유도는 80개로 전체 유한요소모델의 자유도 1012개에 비해 자유도가 1/10정도로 축소된 경우에도 좋은 결과를 나타냄을 알 수 있다.

판구조물에서와 마찬가지로 일반화된 다중모드합성법에서 계산된 고유진동수도 전체를 유한요소해석한 결과와 비교하여 약간 높게 나타나는데 이것은 고차모드에 대한 보정방법이 구조물의 강성을 크게 하는 효과를 나타내기 때문이다.

Table 4 Natural frequency of Y-car calculated by GMCMS

Mode	Full FEM (Hz)	GMCMS (Hz)			
		10	15	20	25
1	25.14	26.79	26.00	25.18	25.15
2	25.59	27.72	26.43	25.63	25.60
3	26.84	29.77	27.30	27.01	26.87
4	31.59	33.24	32.60	31.87	31.66
5	33.52	35.07	34.46	33.94	33.57
6	39.53	39.79	39.68	39.54	39.54
7	40.63	43.25	42.19	40.79	40.72
8	41.24	46.08	43.28	41.61	41.38
9	43.40	47.71	46.52	44.05	43.60
10	46.46	54.67	48.37	46.48	46.47
DOFs	1212	40	60	80	100

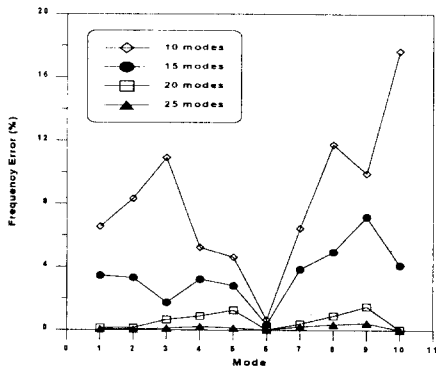


Fig.5 Natural frequency error comparison of Y-car by GMCMS

## 6. 판구조물의 동적구조변경

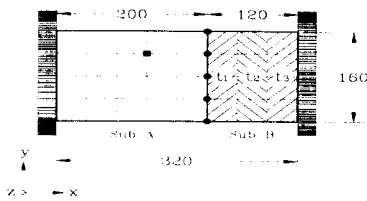


Fig.6 Two-component plate model with three design parameters

앞의 Fig.2와 같은 판구조물에 대하여 부분구조 모드물성치 감도법을 적용하여 보았다. Fig.6과 같이 2개의 분계로 이루어진 판구조물에서 분계 B를 변경할 분계로 가정하고, 분계 A는 변경하지 않는 분계로 가정했다. 초기모델은 길이 320mm, 폭 160mm, 두께 3.2mm의 강판이고, 탄성계수는  $E=2.0 \times 10^{11} \text{N/m}^2$  이고, 밀도는  $\rho=7890 \text{kg/m}^3$ 로 정하였다. 판구조물을 원하는 동특성을 갖는 모델로 변경시키기 위하여

분계 B에서 판의 두께를 설계변수로 선정하였으며, 변경분계 B를 y방향으로 3개의 부분으로 나누어 이들의 두께를 각각  $t_1, t_2, t_3$ 라 하였다.

우선 판구조물의 목적변수는 1, 2차 고유진동수와 1, 2차 고유벡터중 Fig.6에 ■로 표시된 절점의 z방향의 고유벡터로 하였으며, 설계변수는 분계 B의 두께  $t_1, t_2, t_3$ 로 하였다(case A). 두께가 3.2mm인 초기모델의 1차, 2차 고유진동수는 171.89Hz, 279.15Hz이며, 표시된 절점의 1차, 2차 z방향 고유벡터는 1.21, 1.06이다. 변경하고자 하는 목적변수가 판구조물에서 물리적인 의미를 갖도록 하기 위하여, 목적변수는 설계변수인 두께  $t_1, t_2, t_3$ 가 3.5mm, 2.5mm, 4.0mm일 경우의 1, 2차 고유진동수와 고유벡터를 목표값으로 채택하였다. 즉, 설계변수인 두께  $t_1, t_2, t_3$ 를 변경전인 3.2mm로 부터 변경하여 1차, 2차 고유진동수를 182.15Hz, 286.94Hz로 높이며, 1차, 2차 z방향 고유벡터는 1.27, 1.08로 변경하고자 하였다.

또한 고유진동수를 임의로 변경하는 것에 부분구조 모드물성치 감도법을 적용하기 위하여 1차, 2차, 3차 고유진동수를 고주파쪽으로 10Hz씩 이동한 것을 목적변수로 하여 분계 B의 두께  $t_1, t_2, t_3$ 를 계산하여 보았다. 즉, 설계변수인 두께  $t_1, t_2, t_3$ 를 변경전인 3.2mm로 부터 변경하여 1차, 2차, 3차 고유진동수를 181.89Hz, 289.15Hz, 486.42Hz로 높이는 경우(case B)에 대하여 부분구조 모드물성치 감도법을 적용하였다.

Table 5-8은 고정경계합성법, 자유경계합성법에 대하여 각 분계에서 채용한 고유모드의 수를 변화시키면서 부분구조 모드물성치 감도법으로 구한 최종결과를 나타낸 것이다. 여기에서 반복계산의 수렴기준은 설계변수의 변경량이  $10^{-2}$ 이하일 경우로 하였으며, 각 방법에서 모두 2~4회에서 수렴함을 알 수 있다. 목적변수의 오차는 2-놈(Norm)으로 계산하였으며 채용한 고유모드에 대한 고정경계합성법과 자유경계합성법의 오차비교를 Fig.7에서 나타내었다. 오차를 비교해 볼 때 모드합성법의 결과와 마찬가지로 동적구조변경에서도 자유경계합성법을 이용한 방법이 보다 안정적이라는 것을 알 수 있다. 채용모드수에 따라서는 정확도의 차이가 크게 나타나지 않았는데, 이것은 저차의 모드만을 목적변수로 선정하였으므로 3개이상의 모드를 채용한 경우에 그 결과가 모두 정확하게 나올 수 있었기 때문이다. 또한 이 방법은 결합영역의 자유도를 고려하지 않아 전체구조물의 해석시 자유도가 작아지므로 대형구조물의 동적구조변경에 유용한 방법임을 알 수 있다.

Table 5 Comparison of object & design variables calculated by fixed interface method (case A)

	Design variable (mm)			Object variable (Hz)				Iter No.	Error	
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$f_1$	$f_2$	$\phi_1$	$\phi_2$			
Initial	3.2	3.2	3.2	171.89	279.15	1.21	1.06	-	12.89	
Target	3.5	2.5	4.0	182.15	286.94	1.27	1.08	-	-	
S	3-3	3.53	2.39	4.07	181.85	286.18	1.27	1.08	4	0.82
	6-3	3.47	2.54	3.97	182.11	286.80	1.27	1.08	4	0.17
D	10-5	3.49	2.51	3.99	182.14	286.84	1.27	1.08	3	0.10
M	20-10	3.50	2.50	4.00	182.11	286.87	1.27	1.08	3	0.08
	30-15	3.50	2.50	4.00	182.12	286.87	1.27	1.08	3	0.07

Table 6 Comparison of object & design variables calculated by free interface method (case A)

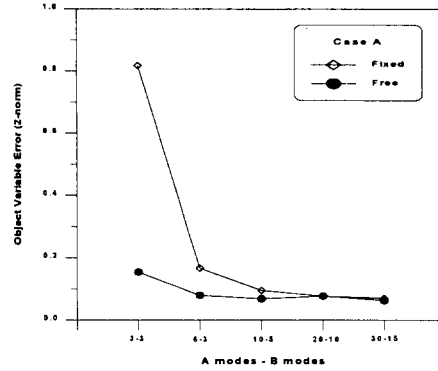
	Design variable (mm)			Object variable (Hz)				Iter No.	Error	
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$f_1$	$f_2$	$\phi_1$	$\phi_2$			
Initial	3.2	3.2	3.2	171.89	279.15	1.21	1.06	-	12.89	
Target	3.5	2.5	4.0	182.15	286.94	1.27	1.08	-	-	
S	3-3	3.48	2.52	3.98	182.14	286.78	1.27	1.08	4	0.15
	6-3	3.50	2.51	3.99	182.10	286.87	1.27	1.08	3	0.08
D	10-5	3.50	2.50	4.00	182.11	286.88	1.27	1.08	3	0.07
M	20-10	3.50	2.50	4.00	182.10	286.88	1.27	1.08	3	0.08
	30-15	3.50	2.50	4.00	182.11	286.89	1.27	1.08	3	0.06

Table 7 Comparison of object & design variables calculated by fixed interface method (case B)

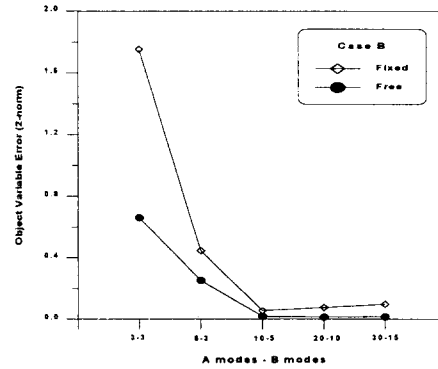
	Design variable (mm)			Object variable (Hz)			Iter No.	Error	
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$			
Initial	3.2	3.2	3.2	171.89	279.15	476.42	-	17.32	
Target	-	-	-	181.89	289.15	486.42	-	-	
S	3-3	2.90	3.33	3.64	181.62	288.42	484.85	2	1.75
	6-3	2.93	3.34	3.65	181.84	289.02	486.00	2	0.45
D	10-5	2.94	3.33	3.65	181.87	289.10	486.44	2	0.06
M	20-10	2.94	3.33	3.65	181.88	289.14	486.49	2	0.08
	30-15	2.94	3.33	3.66	181.88	289.15	486.52	2	0.10

Table 8 Comparison of object & design variables calculated by free interface method (case B)

	Design variable (mm)			Object variable (Hz)			Iter No.	Error	
	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$f_1$	$f_2$	$f_3$			
Initial	3.2	3.2	3.2	171.89	279.15	476.42	-	17.32	
Target	-	-	-	181.89	289.15	486.42	-	-	
S	3-3	2.92	3.34	3.65	181.88	288.98	485.78	2	0.66
	6-3	2.93	3.34	3.65	181.88	289.14	486.17	2	0.25
D	10-5	2.94	3.34	3.66	181.88	289.14	486.40	2	0.02
M	20-10	2.94	3.34	3.66	181.88	289.14	486.41	2	0.01
	30-15	2.94	3.34	3.66	181.88	289.14	486.41	2	0.02



(a) case A



(b) case B

Fig.7 Object variables error comparison

## 7. 결론

본 논문에서는 모드합성법의 문제점과 해결방안을 살펴보고, 동적구조변경의 알고리즘을 제안하였으며, 간단한 구조물에 적용하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 임의의 분계가 결합된 구조물이나 복잡한 형상의 분계가 결합된 경우에도 적용할 수 있는 일반화된 다중모드합성방법을 제시하여 자유경계합성법에 활용하고, 이를 구조물에 적용하여 대형 구조물의 해석에 적합한 방법임을 보였다. 또한 축소후 자유도를 기준으로한 정확성과 효율면에서도 고정경계합성법보다 우수하였다.
2. 모드합성법과 감도해석을 결합한 동적구조변경 알고리즘인 부분구조 모드물성치 감도법을 제시하고, 이를 간단한 구조물에 적용하여 이의 타당성을 검증하였다.
3. 부분구조 모드물성치 감도법의 알고리즘에 사용된 모드합성방법 중 자유경계합성법이 정확성과 안정성에서 우수하였다.

## 참고문헌

- [1] Hurty, W. C., "Vibration of Structural Systems by Component Mode Synthesis", *ASCE Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 85, 1960, pp. 51-69.
- [2] Craig, R. R. Jr. and Bampton, M. C. C., "Coupling of Substructures for Dynamic Analyses", *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 7, July 1968, pp. 1313-1319.
- [3] Craig, R. R. Jr. and Chang, C. J., "Free-Interface Methods of Substructure Coupling for Dynamic Analysis" *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 11, November 1976, pp. 1633-1635.
- [4] Craig, R. R. Jr. and Chang, C. J., "Substructure Coupling for Dynamic Analysis and Testing", *NASA CR-2781*, 1977, pp. 1-89.
- [5] Urgueira, A. P. V. and Ewins, D. J., "A Refined Modal Coupling Techniques for Including Residual Effects of Out-of-Range Modes", *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, 1989, pp. 299-306.
- [6] Smith, M. J. and Hutton, S. G., "A General Substructure Synthesis Method for a Free-Interface Component Mode Representation", *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, 1992, pp. 900-906.
- [7] Smith, M. J., and Hutton, S. G., "A Comparison of Fixed-Interface and Free-Interface Component Mode Synthesis Methods for Finite Element Models", *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, 1994, pp. 390-396.
- [8] Fox, R. L. and Kapoor, M. P., "Rates of Change of Eigenvalues and Eigenvectors", *AIAA Journal*, Vol. 6, No. 12, December 1968, pp. 2426-2429.
- [9] Nelson, R. B., "Simplified Calculation of Eigenvector Derivatives", *AIAA Journal*, Vol. 14, No. 9, September 1976, pp. 1201-1205.
- [10] Lin, R. M. and Lim, M. K., "Methods for Calculating Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors", *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*, 1993, pp. 1554-1557.
- [11] Ojalvo, I. U., "Efficient Computation of Mode-Shape Derivatives for Large Dynamic Systems", *AIAA Journal*, Vol. 25, No. 10, October 1987, pp. 1386-1390.
- [12] Sutter, T. R., Camarda, C. J., Walsh, J. L., and Adelman, H. M., "Comparison of Several Methods for Calculating Vibration Mode Shape Derivatives", *AIAA Journal*, Vol. 26, No. 12, December 1988, pp. 1506-1511.
- [13] 지태한, "부분구조의 주파수응답감도를 이용한 구조물의 파라미터동정 및 동특성변경", 박사 논문, 연세대학교, 1995.