

차륜주행충격에 의한 빗살형 교량 신축이음장치 구조물의 과도진동해석

Transient Response Analysis of a Comb Type Bridge Expansion Joint due to Travelling Wheel Impact

°최영휴*, 김현욱**, 안영덕**

Young-Hyu Choi, Hyun-Uk Kim, Young-Duk An

Key Words : Stepped Comb Joint, Wheel-Joint Contact, Travelling Wheel Impact,
Transient Response, Finite Element Analysis

ABSTRACT

In this paper we derive relations which describe the geometry and kinematics of contact between the travelling wheel and stepped comb joint. From which we can obtain the impulse, impulsive force and its time interval due to travelling wheel impact which can not be taken from Carter's model or Newland and Cassidy's. The calculated transient responses of the comb joint structure to travelling wheel impact reveals that the proposed wheel contact model and Carter's give very similar results but Newland Cassidy's model make a quite different results from the others.

1. 서 론

교량의 상판이나 철도레일등은 기온 차이에 따라 신축이 발생한다. 신축으로 교량의 상판이나 레일사이에 틈새가 생기게 되면 주행하는 차량은 물론 교량이나 레일 구조물에 격심한 충격이 가해져서 교량의 구조안전에 문제를 일으키게 되며 교통 소통에도 지장을 초래한다. 이를 방지하기 위하여 교량의 경우 상판사이에는 신축틈새를 이어주는 장치인 교량 신축이음장치⁽¹⁾가 설치된다. 교량 신축이음장치는 빗살형 신축이음장치(Comb Joint), Sliding Beam Joint, Lazy-tong Joint 등의 다양한 방식이 있다. 각각의 방식은 그 특징이 있는데 Lazy-tong Joint는 구조안전도 관점에서 볼 때 가장 우수한 신축이음장치라고 할 수 있는 반면

* 창원대학교 기계설계공학과

** 창원대학교 대학원 기계설계공학과

소음발생이 심하고 부품수가 많으며 제작공정 또한 복잡한 단점이 있다. Sliding Beam Joint는 차량 통과하중에 의하여 Sliding Beam이 굽힘모멘트를 받게되므로 구조적으로는 근본적인 취약점을 가진 장치라 할 수 있다. 빗살형 신축이음장치 흔히 핑거조인트(Finger Joint)라고 불리는데 신축행정이 작은 단점이 있으나 구조가 간단하고 제작이 간편하여 교량 신축이음장치로 가장 널리 사용되고 있다. 빗살형 이음장치는 차량 통과시 양 죠인트사이에 단차가 발생하게 되므로 차량이 통과할 때 충격을 받게 된다. 이 충격은 이음장치 구조물의 피로파괴의 원인이 될 뿐만 아니라 차량의 승차감을 저하시키고 부품의 파손을 초래할 수도 있다. 따라서 단차를 가진 이음장치 구조물과 차륜의 롤링접촉(Rolling Contact) 모델링과 충격력 모델

링동에 대하여 많은 연구가 이루어졌다. 대표적인 연구사례로서 Carter는 차륜의 운동량으로부터 충격량을 계산하는 방법⁽²⁾을 제시하였고, Newland와 Cassidy는 차륜중심의 이동경로 관계식으로부터 차륜의 가속도와 충격력을 계산하였다⁽³⁾. 또한 Jenkins등은 실험적 측정결과로부터 Stepped Joint에 차륜이 접촉하는 순간으로부터 1.8ms동안 1차 충격이 발생하고 6ms에서 2차충격이 발생한다고 모델링⁽⁴⁾ 했다.

본 논문에는 단차를 가진 이음장치에 차륜이 충돌한 직후 차륜 중심의 이동경로가 원호형태라고 가정하여 충격력을 계산하는 방법을 제안하였다.

본 논문에서 제시한 방법과 기존의 Carter 충격력 및 Newland와 Cassidy가 제시한 충격력을 받는 경우의 신축이음장치 구조물의 과도진동응답을 계산하고 비교하였다.

2. 차륜 롤링 접지 모델링

충격량 모델링시 차륜은 강체이며 차량은 주행방향으로 등속도운동을 한다고 가정한다.

2.1 Carter 모델

Fig. 1은 Carter가 제시한 차륜과 단차진 이음장치의 롤링 접촉모델로서 차륜이 h 만큼의 단차를 통과할 때의 기하학적 관계를 모델링 한 그림이다.

V_h 는 B점을 중심으로 회전하면서 수평방향으로 직진하는 차륜속도의 접선방향성분, V_i 는 법선방향성분에 해당한다.

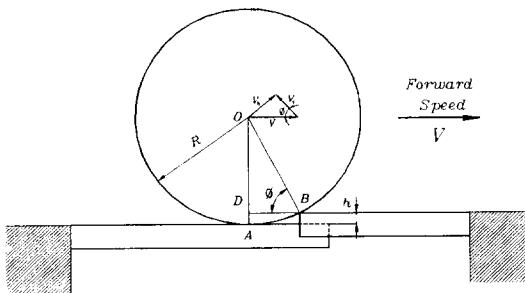


Fig. 1. Carter's Rolling Contact Model between Travelling Wheel and stepped Comb Joint

Fig. 1의 기하학적인 관계에서 차륜의 법선속도 성분 V_i 는 다음 식과 같이 구해진다.

$$V_i = \sqrt{\frac{2h}{R}} V \quad (1)$$

식(1)에 현가하질량(Unsprung Mass, m_u)을 곱하면 이음장치에 가해지는 충격량을 다음 식과 같이 구할 수 있다.

$$I_1 = m_u \sqrt{\frac{2h}{R}} V \quad (2)$$

위 식에서 보는바와 같이 Carter 모델에서는 시간에 대한 충격력 변화의 정보를 구할 수 없고 이음장치에 가해지는 총충격량만 알 수 있다.

2.2 Newland와 Cassidy 모델

Fig. 2는 Newland와 Cassidy가 제시한 차륜이 h 만큼의 단차를 통과할 때 기하학적 관계를 모델링 한 그림이다.

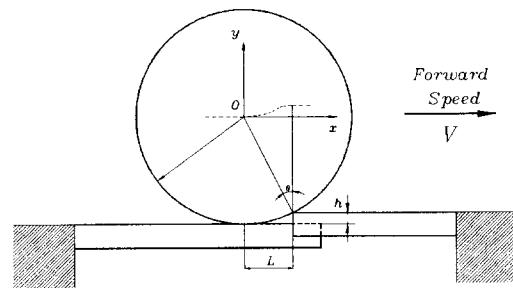


Fig. 2. Newland and Cassidy's Rolling Contact Model between Travelling Wheel and stepped Com Joint

Fig. 2에서 차륜의 중심점, O 의 이동경로는 정현곡선(Sinusoidal) 형태를 가지면서 이동한다고 가정하였다. 이러한 차륜 연직방향의 이동경로, y 는 기하학적 관계로부터 다음과 같이 구해진다.

$$y = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi}{L} x \right) \quad (3)$$

차량의 주행방향 즉 x 축 방향의 속도는 일정하다고 가정하므로 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$x = Vt \quad (4)$$

여기서 t 는 시간이다. 식(3)을 다시 정리하면 다음과 같다.

$$y = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi V}{L} t \right) \quad (5)$$

식(5)로부터 차륜중심의 연직방향의 가속도가 다음과 같이 구해진다.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} = \frac{h}{2} \left(\frac{\pi V}{L} \right)^2 \cos \frac{\pi V}{L} t \quad (6)$$

식(6)의 최대값은 $t=0$, 즉 차륜이 충돌이 시작되는 순간에 다음과 같은 값으로 나타나게 된다.

$$\left. \frac{d^2y}{dt^2} \right|_{\max} = \frac{h}{2} \left(\frac{\pi V}{L} \right)^2 \quad (7)$$

2.3 차륜의 이동경로를 원호로 가정한 모델

Fig. 3은 본 논문에서는 제시한 차륜 롤링접지모델로서 Carter나 Newland와 Cassidy의 모델과는 달리 차륜이 단차를 가진 이음장치와 충돌순간 차륜의 중심점, O 가 B점을 중심으로 θ 만큼 회전한 다음 직진 이동한다고 가정한다. 차륜의 중심점, O 의 이동경로는 다음과 같은 원의 식으로 구해진다.

$$(x - b)^2 + (y + c)^2 = R^2 \quad (8)$$

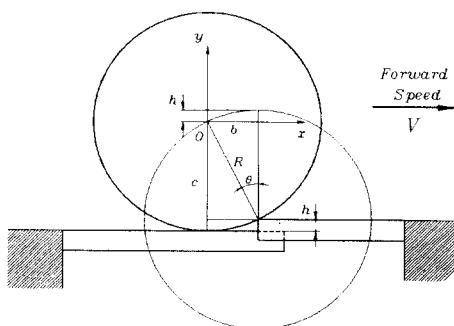


Fig. 3. Newly Proposed Rolling Contact Model between Travelling Wheel and stepped Comb Joint

여기서 $b = R \sin \theta$, $c = R - h$ 이다. 기하학적인 관계에서 θ 는 다음 식과 같이 구해진다.

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{R - h}{R} \right) \quad (9)$$

식(9)을 정리하면 다음과 같다.

$$y = \pm \sqrt{R^2 - (x - b)^2} - c \quad (10)$$

양의 y 부분만 관심이 있으므로 다시 정리할 수 있다.

$$y = \sqrt{R^2 - (x - b)^2} - c \quad (11)$$

가정에서 차량의 주행방향 즉 x 축 방향의 속도는 일정하므로 차륜중심의 수평위치 좌표 x 는 다음과 같다.

$$x = Vt \quad (12)$$

여기서 t 는 시간이다. 시간에 대하여 일차미분을 하면

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y} = -[R^2 - (Vt - b)^2]^{-\frac{1}{2}} \times (V^2 t - Vb) \quad (13)$$

식(13)을 다시 한번 더 시간에 대해 미분을 하면 y 축방향의 가속도가 나온다.

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} &= -[R^2 - (Vt - b)^2]^{-\frac{1}{2}} \\ &\times \{ [R^2 - (Vt - b)^2]^3 \\ &\times (V^2 t - Vb)^2 + V^2 \} \end{aligned} \quad (14)$$

2.4 충격 모델링 비교

앞 절에서 소개한 바와 같이 Carter의 롤링접촉 모델은 차륜충격량(Impulse)을 계산한 모델이며, Newland의 모델은 차륜의 가속도를 계산한 모델이다. 그런데 차륜충격에 의한 교량 신축이음장치 구조물의 과도진동응답을 해석하기 위해서는 충격력(Impulsive Force)에 관한 데이터가 필요하다. 그러므로 2.3절의 차륜롤링접촉 모델로부터 차륜충격력을 계산해야 한다. 차륜충격력의 계산과정에서는 총충격량과 충격력 및 충격 시간간격의 상관관계를 고려하여야 한다. Fig. 4에서 보는 바와 같이 임의의 충격력 $F(t)$ 가 작용할 때 충격량은 빗금 친 부분의 면적임으로 다음식과 같이 표현된다.

$$I = \int_{\tau}^{\tau + \Delta \tau} F(t) dt \quad (15)$$

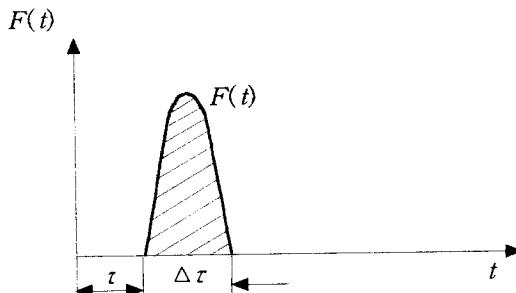


Fig. 4. The Typical Impulse Function

(2) Newland와 Cassidy 모델의 충격력
식(6)에 나타난 가속도식에 현가하질량을 곱하면
Fig. 6과 같이 충격력을 구할 수 있다.

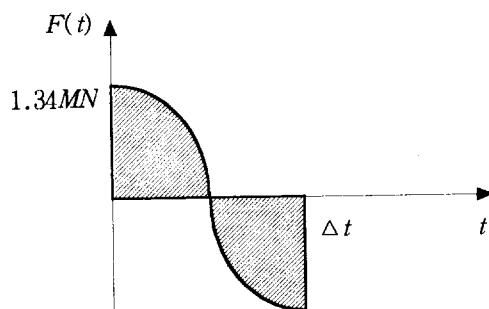


Fig. 6. Impulsive Force acting on the Comb Joint due to Newland and Cassidy Model

이음장치에 가해지는 충격력은 식(6)에 현가하질량을 곱하면 다음과 같은 식으로 정리된다.

$$F(t) = m_u \ddot{y} = \frac{m_u h}{2} \left(\frac{\pi V}{L} \right)^2 \cos \frac{\pi V}{L} t \quad (17)$$

(3) 차륜의 이동경로를 원호로 가정한 모델의 충격력 차륜충격력 $F(t)$ 는 다음 식과 같이 계산되며 Fig. 7과 같이 표시할 수 있다.

$$F(t) = m_u \ddot{y} = m_u [R^2 - (Vt - b)^2]^{-\frac{1}{2}} \times \{ [R^2 - (Vt - b)^2]^3 \times (V^2 t - Vb)^2 + V^2 \} \quad (18)$$

Table 1에서 주어진 차량과 이음장치 단차의 제원으로부터 각각의 모델별로 빗살형 이음장치에 가해지는 총충격량을 계산할 수 있다.

(1) Carter 모델의 충격력

Carter 롤링접지 모델에 의한 차륜충격량은 식(2)와 같다. 그런데 충격이 가해지는 시간에 대한 정보가 없으므로 본 논문에서 제시한 모델과 동일한 시간동안 다음과 같은 일정한 충격력이 가해진다고 가정한다.

$$F(t) = \frac{I_1}{\Delta t} \quad (16)$$

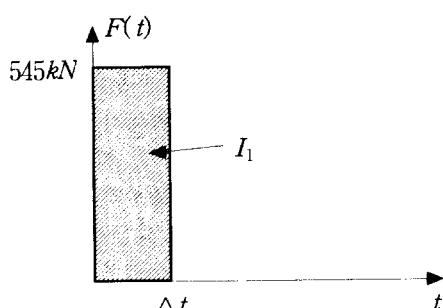


Fig. 5. Impulsive Force acting on the Comb Joint due to Carter Model

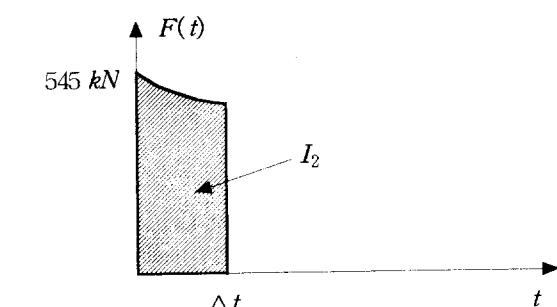


Fig. 7. Impulsive Force acting on the Comb Joint due to Newly Proposed Model in this Paper

이 경우 Carter 모델과 비교하여 충격량을 계산해 보면 다음식과 같다.

$$I_2 = \int_0^{\Delta t} m_u a(t) dt \quad (19)$$

여기서 $a(t)$ 는 식(14)에 제시된 가속도이다.

3. 빗살형 이음장치 구조물의 과도진동 해석

3.1 빗살형 이음장치의 유한요소 모델링

차륜 충격을 받는 빗살형 이음장치의 과도진동을 해석하기 위해서 유한요소 소프트웨어인 ANSYS R5.0 A⁽⁵⁾를 사용하였다. 빗살형 이음장치는 8개의 펀(Fin)이 빗살모양의 구조를 하고 있는데 그중 하나의 펀에 차륜 충격력이 작용한다고 가정하여 Fig. 8과 같이 모델링하였다.

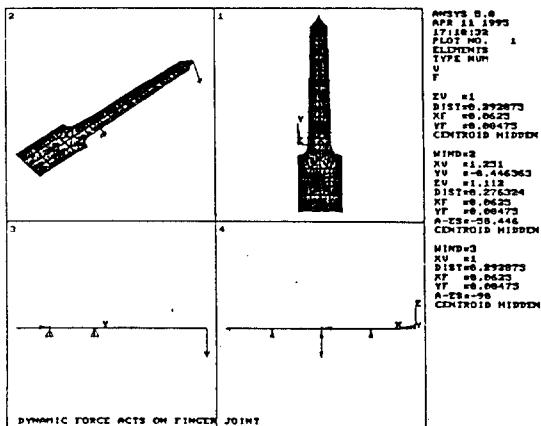


Fig. 8. Finite Element Model of the Comb Joint structure

이음장치 구조물의 유한요소모델에 사용된 요소는 탄성셀요소인 Shell 63이고 Fig. 9에서 보는바와 같이 빗살형 이음장치의 끝단 절점에 시간에 따른 힘의 변화 즉 충격력을 가하였다. 또 모델의 구속 조건은 절점 50번은 고정 되며 y축의 일정한 위치에서는 단순지지형태를 가진다. 즉 한쪽 고정 한쪽 지지(One fixed and one simple support) 형태를 가진다.

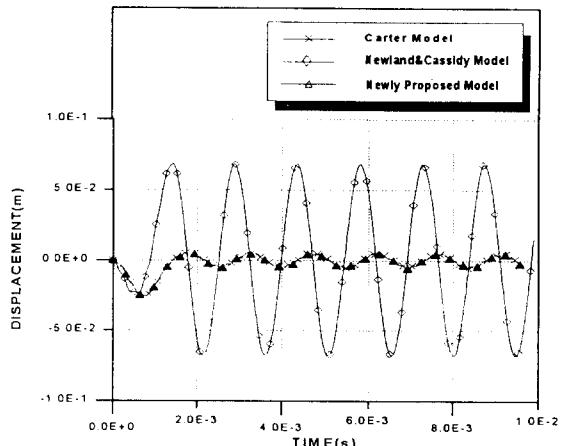


Fig. 9. Comparison of Computed Nodal Displacement

Fig. 9는 차륜충격력을 받는 빗살형 이음장치의 끝단 절점의 진동변위응답을 나타내고 있다. 빗살형 이음장치가 충격하중을 받는 시간동안은 상당한 저점이 발생하나 충격이 끝나는 시간부터는 일정한 진폭을 가지면서 진동을 하는 것을 알 수 있다. Carter모델과 본 논문에서 제시한 모델은 진동변위응답 결과가 거의 비슷하게 나타난다. 그러나 이에 반하여 Newland와 Cassidy 모델은 큰 진폭을 가지면서 진동하는 것을 볼 수 있다.

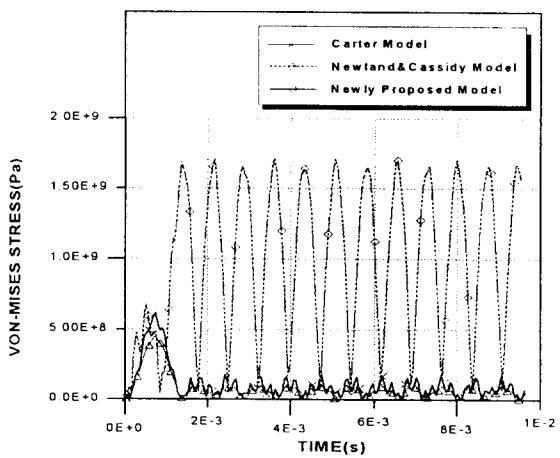


Fig. 10. Comparison of Computed Nodal Von-Mises Stresses

Fig. 10은 최대 응력이 발생하는 절점을 시간에

따른 Von-Mises 응력의 변화를 나타낸 것이다. Fig. 10에서도 충격하중을 받는 동안 Carter모델과 본 논문에서 제시한 모델은 거의 비슷한 응력값을 가지나 Newland와 Cassidy 모델과는 큰 차이가 발생하게 된다.

4. 결 론

본 논문에서는 단차를 가진 교량 신축이음장치 구조물 위를 차량이 통과할 때 차륜충격으로 인하여 발생되는 이음장치 구조물의 과도진동을 유한요소법으로 해석하였으며 주요 연구내용과 결과는 다음과 같다.

(1) 차륜과 이음장치 구조물의 롤링접촉(Rolling Contact) 모델을 새로이 제안하였다. 본 논문에서 제안된 차륜 롤링접촉 모델은 기존에 알려져 있는 Carter의 모델이나, Newland 및 Cassidy의 모델과는 달리 차륜의 기구학적 운동 뿐만 아니라 충격량과, 충격력 및 충격시간등에 관한 관계식을 제공해준다.

(2) 교량 신축이음장치 구조물의 과도진동 해석 결과는 제안된 차륜 롤링접촉 모델에서 계산된 충격력을 적용한 경우와 Carter의 모델로부터 계산된 등가의 충격력을 적용한 경우는 최대 절점 변위응답과 Von-Mises응력이 두 경우의 결과가 서로 잘 일치하였다. 그러나 Newland와 Cassidy의 모델로부터 계산된 등가충격력을 적용한 경우는 절점변위응답과 Von-Mises응력 모두 제안된 모델의 경우보다 2배이상 크게 나타났다.

(3) 본 연구에서 수행한 차륜 주행충격에 의한 교량 신축이음장치 구조물의 과도진동 응답해석은 국내 기술 현장에서 교량 신축이음장치의 설계시에 주로 정하중 조건하의 구조해석 결과를 이용하여 설계가 이루어지고 있는 점을 감안할 때 교량 신축이음장치 구조물의 동적설계나 피로설계를 위한 기초자료로 활용될 수 있을 것이다.

(4) 본 논문에서 제시한 차륜과 단차를 가진 교량 신축이음장치와의 롤링접촉 모델에서는 차륜과 접지면이 항상 접촉을 유지한다는 이상적인 가정아래 기하학적 접촉관계식을 유도하였다. 앞으로 실제 차량 주행시의 차륜과 차량의 동역학적 운동 및 교량 신축이음장치 구조물의 탄성진동과의 연성현상등이 효과적으로 고려될 수 있도록 연구가

이루어져야 할 것이다.

참 고 문 헌

- (1) Sabir H. Dahir and Dale B. Mellott, 1987, Bridge Deck Expansion Joints, Transportation Research Record 1118
- (2) Carter, F.W., 1922, Railway Electric Traction, Edward Arnold London
- (3) Newland, D.E. and Cassidy, R.J., 1975, Suspension and Structure : some Fundamental Design Considerations for Railway Vehicles. Railw. Eng. Journal, Inst. Mech. Eng.
- (4) Jenkins, H. H., Stephenson, J.E., Clayton, G.A, Morland, G.W. and Lyon, D., 1974, The Effect of Track and Vehicle Parameters on Wheel_Rail Vertical Dynamic Forces, Railw. Eng. J., Inst. Mech. Eng.
- (5) Swanson Analysis System, Inc., 1992 ANSYS User's Manual for Revision 5.0