

연속체요소를 이용한 이방성 박판재료 성형공정의 강소성 유한요소해석

이동우\*, 양동열\*\*

\*: 삼성종합기술원 슈퍼컴응용 Lab.

\*\* : 한국과학기술원 기계공학과

Rigid-Plastic Finite Element Analysis of Anisotropic Sheet Metal Forming Processes  
by using Continuum Elements

Dong Woo Lee\*, Dong Yol Yang\*\*

\*: Supercomputing Applications Lab., SAIT

\*\* : Dept. of Mechanical Engineering, KAIST

Abstract

In the present work, rigid-plastic continuum elements employing the shape change and anisotropic effects are derived for the purpose of applying more realistic blankholding force condition in three-dimensional finite element analysis of sheet metal forming process. In order to incorporate the effect of shape change effectively in the derivation of finite element equation using continuum element for sheet metal forming, the convected coordinate system is introduced, rendering the analysis more rigorous and accurate. The formulation is extended to cover the orthotropic material using Hill's quadratic yield function. For the purpose of applying more realistic blankholding force condition, distributed normal and associated frictional tangent forces are employed in the blankholder, which is pressed against the flange until the resultant contact force with the blank reaches the prescribed value. As an example of sheet metal forming process coupling the effect of planar anisotropy and that of blankholding boundary condition, circular cup deep drawing has been analyzed considering both effects together.

1. 서론

박판성형공정의 해석은 박판의 특성상 주로 박막요소나 쉘요소에 의해 해석되어져 왔다. 그러나 두께 방향의 응력을 고려하지 못하는 요소의 특성상 블랭크 홀더의 양면접촉에 의한 압축력은 고려하지를 못했다. 연속체요소는 이러한 양면접촉문제를 가장 자연스럽게 표현할 수 있는 요소이다.

박판성형에 연속체요소를 적용한 예는 계산시간의 방대함에 의해 그리 많지 않다. 3차원 해석은 Massoni 등[1]이 반구형 펀치를 이용한 디프드로잉공정을 강소성유한요소법으로 해석한 바있고 Shimizu and Sano[2]는 강소성 유한 요소법을 이용하여 사각컵드로잉 해석을 블랭크홀더에 두께보다 조금 큰 간격을 두고 해석한 바가 있다. 그러나 이전의 해석은 주로 등방성재료의 가정이었고 또한 블랭크 홀딩력을 실제와 같이 정확하게 고려하지를 못했다.

본 연구에서는 이러한 연속체요소를 박판성형해석에 적용하기 위하여 기하학적 비선형성과 평면이방성을 고려한 수식으로 유도하였다. 이를 위하여 환류좌표계를 이용하였다. 또한 블랭크 홀더에서의 블랭크 홀딩력을 실제현상과 같게 적용할 수 있는 수식을 고려해 그 영향과 중요성을 알아 보았다. 유도된 수식을 원형컵 드로잉에 적용하여 기존의 실험과 비교하였다.

2. 이론

가장 널리 알려진 이방성이 고려된 항복이론은 Hill의 2차 항복이론이다[3].

$$2f = \frac{1}{F+G+H} [(H+G)\sigma_1^2 + (F+H)\sigma_2^2 + (F+G)\sigma_3^2 - 2F\sigma_1\sigma_2 - 2G\sigma_1\sigma_3 - 2H\sigma_2\sigma_3 + 2L\tau_{12}^2 + 2M\tau_{13}^2 + 2N\tau_{23}^2] \quad (1)$$

기하학적 비선형성을 고려하기위해 Curvilinear 환류좌표계[4]를 이용하였다. 기저벡

터  $e_i$  와 메트릭 텐서  $g_{ij}$  그리고 변형률은 다음과 같이 정의된다.

$$e_i = \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \theta^i}, \quad g_{ij} = e_i \cdot e_j, \quad \varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}(g_{\alpha\beta} - g_{\alpha\beta}^0) = \frac{1}{2}(u_{\alpha| \beta} + u_{\beta| \alpha} + u'_{\alpha} u'_{\beta}) \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{r}$  은 위치벡터이고  $\theta^i$  는 환류좌표계를 나타낸다.  $\chi, \psi$  와  $\omega$  를 이방성축을 따르는 단위 기저 벡터라하면 다음과 같은 식의 관계가 이루어진다.

$$\chi = \chi^i e_i = \chi_i e^i, \quad \varphi = \varphi^i e_i = \varphi_i e^i, \quad \omega = \omega^i e_i = \omega_i e^i \quad (3)$$

변형 중 이방성축과 주변형률축은 항상 같은 각을 유지한다는 가정을 도입하고 주 환류좌표계와 이방성축의 회전을 고려하면 상당 변형률 증분,  $\Delta \bar{\varepsilon}$ , 은 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \int_0^{\theta^i + \Delta \theta^i} \dot{\bar{\varepsilon}} dt = \left[ \frac{1}{6} \sum_{i,k} \hat{C}^{mik} g_i g_k \left( \ln \frac{g_i}{g_i^0} \right) \left( \ln \frac{g_k}{g_k^0} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

일반적으로 주변형률방향은 미리 알수없기 때문에  $\Delta \bar{\varepsilon}$  는 다음과 같은 불변량으로 표현한다.

$$\begin{bmatrix} I \\ J \\ K \\ L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi^i \chi^j \varepsilon_{ij} \\ \varphi^i \varphi^j \varepsilon_{ij} \\ \omega^i \omega^j \varepsilon_{ij} \\ \chi^i \varphi^j \varepsilon_{ij} \\ \varphi^i \omega^j \varepsilon_{ij} \\ \omega^i \chi^j \varepsilon_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \hat{\chi}^i \hat{\chi}^j \varepsilon_{ij} \\ \sum \hat{\varphi}^i \hat{\varphi}^j \varepsilon_{ij} \\ \sum \hat{\omega}^i \hat{\omega}^j \varepsilon_{ij} \\ \sum \hat{\chi}^i \hat{\varphi}^j \varepsilon_{ij} \\ \sum \hat{\varphi}^i \hat{\omega}^j \varepsilon_{ij} \\ \sum \hat{\omega}^i \hat{\chi}^j \varepsilon_{ij} \end{bmatrix} \quad (5)$$

그러면 식(4)의  $\Delta \bar{\varepsilon}$  는 최종적으로 다음과 같이 I, J, K, L, M, N 의 식으로 표현된다.

$$\Delta \bar{\varepsilon} = \Delta \bar{\varepsilon}(F, G, H, L, M, N, I, J, K, L, M, N) \quad (6)$$

강소성 비압축성 박판모델의 평형상태를 이를 필요충분조건은 다음과 같은 가상일의 정리로 표현된다.

$$\delta W_r = \int_{\Omega_v} \bar{\sigma} \delta(\Delta \bar{\varepsilon}) dV + k \int_{\Omega_v} \varepsilon_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dV \quad (7)$$

위의 식을 유한요소수식화를 하고, 비선형해법에 주로 이용되는 Newton-Raphson 방법을 통해 해를 구한다.

블랭크 홀딩력은 주로 성형이 일어나는 동안 항상 같은 값을 유지하게된다. 그러므로 성형중 두께가 두꺼워지는 플랜지부는 블랭크 홀더를 움직이게 한다. 본 수식에서는 이러한 현상을 고려하기위해 해석 중 블랭크홀더의 변위를 일정한 블랭크 홀딩력이 유지되도록 다음과 같은 식을 이용하여 변화시켰다.

$${}^n d_{pp}^i = {}^{n-1} d_{pp}^i + \beta_i \Delta d_{pp}^i \quad (8)$$

여기서  $\Delta d_{pp}^i = {}^{n-1} d_{pp}^i - {}^{n-2} d_{pp}^i$ ,  ${}^n d_{pp}^i$  는 n번째 해석 단계에서 i번째 반복중의 홀더 간격을 나타낸다. 그리고  $\beta_i$  는 감속계수이다.

### 3. 해석 예제 및 토론

이방성 효과의 검증과 본 수식에서 적용한 블랭크 홀더의 경계조건의 타당성을 검증하기 위하여 귀발생 문제를 해석하였다. 공정변수와 해석에 사용된 알루미늄 길드강의 물성치는 다음과 같다.

이방성계수:  $r_0 = 2.011$ ,  $r_{45} = 1.443$ ,  $r_{90} = 2.571$ , 블랭크 치수 :  $\phi 120$  mm

마찰계수 :  $\mu = 0.24$ ,

블랭크홀딩력 : 1000 kgf

Fig.1 은 디프드로잉 금형의 치수를 나타낸다. Fig.2 는 두가지 방법의 블랭크 홀딩력 처리 방법에 따른 원형칩의 최종성형 형상을 보여준다. 기존에 주로 쓰이던 플랜지 끝단에 균일힘으로 처리한 형상(FPTBC: Fixed Peripheral Traction Boundary Condition)과

두께의 변화에 따른 접촉상태의 변화와 플랜지의 움직임이 고려된 수식(RDTBC: Regionally Distributed Traction Boundary Condition)의 결과는 서로 귀발생의 크기에서 차이가 난다. Fig.3 은 성형이 일어나는 중의 플랜지 형상의 변화를 실험값과 비교하여 보여 주는데 RDTBC의 결과는 실험값과 잘 일치하는 반면에 FPTBC의 결과는 실험과 RDTBC 결과의 약 2 배정도 크게 나타난다. 이것은 RDTBC가 플랜지의 두께변화에 따라 실제 성형과 같이 접촉이 일어나는 부분만 홀딩력을 적용시켜 생긴 결과이다. Fig.4 는 성형 중의 플랜지 부의 양면접촉이 일어나는 부분을 보여준다. 그림에서 알 수 있듯이 두께가 두꺼워지는 45° 방향이 주로 양면접촉이 일어나면서 드로잉을 방해하여 귀의 크기를 상대적으로 작아지게한다. Fig.5 는 이때의 블랭크홀더의 변위를 나타낸다. Fig.6 은 두 경계조건에 따른 두께방향변형을 분포를 나타낸다.

#### 4. 결론

이상의 해석을 통해서 다음과 같은 결론을 얻었다. 먼저 연속체요소 에 이방성을 고려하여 이방성효과를 귀발생을 통하여 확인하였고, 이방성효과와 블랭크 홀딩력의 효과가 서로 영향을 주는 원형접의 해석을 통해 플랜지의 압축과 그에 따른 마찰력에 의한 블랭크 홀딩력의 처리가 최종 플랜지 형상에 영향을 줌을 알 수 있었다. 이와같은 결과로 두께의 차이가 많이나는 플랜지에서의 양면접촉에 의한 블랭크 홀딩력 경계조건이 필요함을 알 수 있었다.

#### References

1. E. Massoni, N. Soyris and J. L. Chenot, Rigid-plastic deep drawing analysis with a 3-dimensional finite element modelisation, Proc. NUMIFORM'89 Conf., A. A. Balkema, Rotterdam, 497(1989)
2. T. Shimizu and T. Sano, An application of a penalty method contact and friction algorithm to a 3-dimensional tool surface expressed by a B-spline patch, Journal of Materials Processing Technology, Netherlands, vol. 48, 207(1995)
3. R. Hill, Mathematical theory of plasticity, Oxford University Press(1950)
4. D.Y. Yang and Y. J. Kim, A rigid-plastic finite element formulation for the analysis of general deformation of planar anisotropic sheet metals and its applications, Int.J.Mech.Sci., vol. 28, 825 (1986)

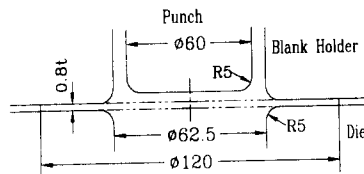


Fig.1 Geometry of tooling for circular cup drawing

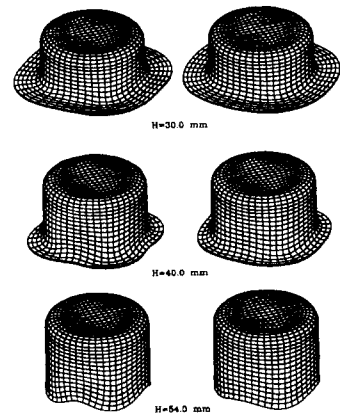


Fig.2 Comparison of the simulated results for deformed configuration at the various punch height

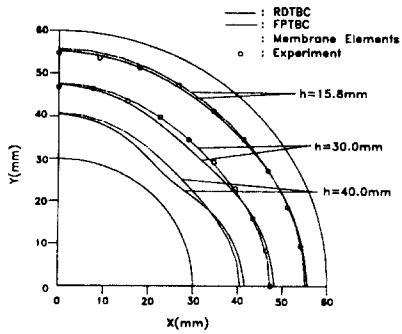


Fig. 3 Comparison of the simulated results with experiment for deformed edge contour

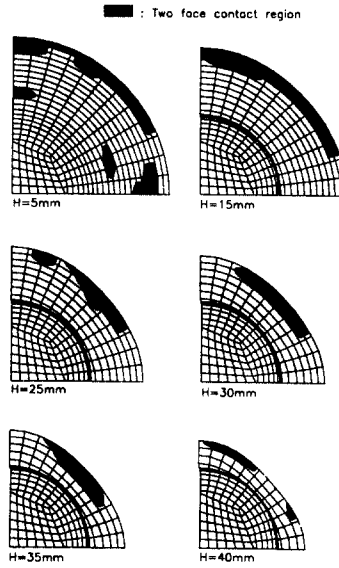


Fig. 4 Two face contact region in the flange during the deep drawing process

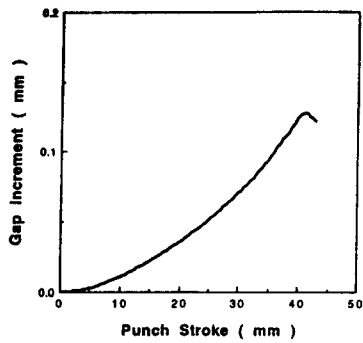


Fig.5 Blankholder displacement during deformation

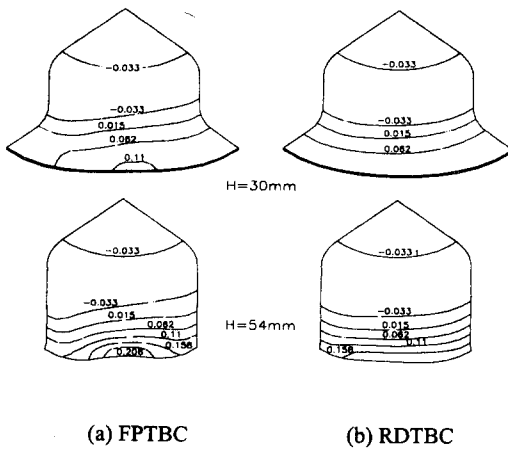


Fig. 6 Comparison of the thickness strain contour