

## 고상입자의 분리현상을 고려한 Semi-Solid

### 알루미늄재료의 변형해석

\*최진석, 강충길, 김기훈

부산대학교 기계공학부

## Deformation Analysis of Semi-Solid Aluminum Material Considering Separation Phenomena of Solid Particles.

\*Chin-Seok Choi, Chung-Gil Kang, Gi-Hoon Kim

Pusan National University, School of mechanical Engineering, 609-735, Pusan

### Abstract

The behaviour of alloys in the semi-solid state strongly depends on the imposed stress state and on the morphology of the phase which can vary from dendritic to globular. The estimation of behaviour characteristic in the compression simulation with semi-solid materials are calculated by finite element method with proposed algorithm. The proposed theoretical model and a various boundary conditions for compression process is investigated with the coupling calculation between the liquid phase flow and the solid phase deformation. The simulation process considering solidification phenomena is performed to the isothermal conditions of two dimensional problems. To analysis of compression process by using semi-solid materials, a new stress-strain relationship is described, and compression analysis is performed by viscoelastic model for the solid phase and the Darcy's law for the liquid flow. The calculated results for compression force and ram displacement will be compared to experimental data.

Key words : Semi-Solid Materials Solid fraction, Separation Phenomena

### 1. 서론

반응용가공법은 재료를 액상선과 고상선사이의 온도로 유지하면서 강한 교반을 가하여 슬러리를 제조한 후에 응고를 시켜 소재를 제조한다음, 제조되어진 소재를 재가열하여 최종부품을 성형하는 방법이다. 반응용가공의 특징은 수직상정조직을 파괴시켜 구상화조직상태에서 제품을 제조하기 때문에 금속 내부의 편석 등을 감소시킬 수 있다. 반응용가공은 기존의 성형방법보다 여러 가지 장점을 가지고 있기 때문에 물성연구, 성형해석 등이 최근에는 많이 연구되고 있다. Toyoshima등<sup>(1)</sup>은 업세팅, 압연, 필터링 등의 공정에 대하여 수치해석을 하였고, 강<sup>(2)</sup>은 Toyoshima<sup>(1)</sup>가 사용한 다공질 재료의 항복조건식을 사용하여 알루미늄재료의 압축공정에 대하여 유한요소해석과 실험을 행하였다. Kang<sup>(3)</sup>은 반응용재료의 단조공정을 유한차분법을 이용하여 복잡한 형상의 다이에 대하여 충전거동을 연구하였다. Chen등<sup>(4)</sup>은 반응용재료의 변형거동시 고상입자의 변형거동을 파악하였다. Nabulsi등<sup>(5)</sup>은 실험을 통하여 고상율의 변화에 따른 전단강도를 구하였다. 그러나, Fig.1에서와 같이 수치해석에서 계산한 결과와 실제의 압축실험 결과와는 많은 차이가 있었다.<sup>(2)</sup> 이는 압축이 이루어지면서 반응용재료의 구상화정도, 조직의 치밀화와 액상의 유동에 의한 하중의 감소 등이 해석에 고려되지 않았기 때문이다. 이러한 문제점을 해결하기 위해서는 반응용재료가 변형할 때 구상화의 변형을 고려하고 고상입자들의 배열을 모델화시켜 반응용재료의 거동을 해석하여야 한다. 따라서 본 연구에서는 고상입자의 변형을 고려 하기위하여 분리계수의 함수로 표시한 응력과 변형률 사이의 새로운 관계식을 이용하여 유한요소법에 의하여 구한 이론결과를 실

험치와 비교·검토하였다. 반응용재료의 압축시 거동현상을 파악하기 위하여 다공질이론과 다공질체를 통과하는 유체유동법칙을 다루고 있는 Darcy's Law를 적용하여 고상영역의 변형과 액상영역의 유동을 동시에 고려한 압축성 점소성 유한요소해석을 행하였다. 압축성형시 반응용재료는 금형과 소재사이에 열전달이 일어나므로 고상율이 시간의 증가에 따라서 변화한다. 단조시 고상율의 예측은 성형한계성과 제품의 기계적 성질을 결정하는 중요한 변수이므로 본연구에서는 반응용재료와 다이사이의 열전달현상을 동시에 해석하였다.

## 2. 이론해석

### 2.1 지배방정식

반응용재료의 압축거동을 해석하기 위해서는 고상성분과 액상성분으로 구분을 할 수 있다. 고상영역의 변형은 액상영역을 기공으로 취급하는 다공질체로 가정할 수 있다. 고상영역을 다공질체로 가정하여 고상영역에 작용하는 응력  $\sigma_{Sij}$ 를 구한 후 액상영역에 작용하는 압력  $p$ 를 더하면 실제 반응용재료 전체에 작용하는 응력  $\sigma_{Tij}$ 이 되며 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\sigma_{Tij}A_T = \sigma_{Sij}A_s + \delta_{ij}pA_L \quad (1)$$

$$\sigma_{Tij} = \sigma_{Sij} \frac{A_s}{A_T} + \delta_{ij}p \frac{A_L}{A_T} = \sigma_{ij} + \delta_{ij}pf_L \quad (2)$$

여기서 고상율(solid fraction)  $f_s$ 는 다공질재료의 상대밀도  $\rho$ 와 동일하다고 볼 수 있으며 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$f_s = \frac{V_p}{V_p + V_v} = \frac{V_{Solid}}{V_{Solid} + V_{Liquid}} = \rho \quad (3)$$

압축성재료에 대한 항복조건은 Shima & Oyane<sup>(6)</sup>이 제시한 압축성재료의 항복 조건식을 이용하였다. 액상영역의 유동에 관련된 지배방정식은 다공질체를 통한 유체의 유동법칙인 Darcy's Law를 이용하였다.

반응용재료의 압축성형시 재료의 온도분포를 해석하기 위하여 비정상상태의 열전도 방정식이 이용되었다. 재료가 액상에서 고상으로 응고가 될 때 잠열이 방출된다. 응고잠열의 방출은 비선형적으로 일어나기 때문에 해석적으로 해를 구하기가 어렵기 때문에 수치적인 방법이 널리 이용되고 있다. 등가비열법과 온도회복법은 프로그램이 용이하고 계산속도가 빠르지만 시간간격이 작아야 정해에 가까운 해를 얻을 수 있는 단점이 있고, 엔탈피법은 비교적 정확한 해를 구할 수 있지만 프로그램이 어렵고 계산속도가 많이 걸린다. 따라서 본 연구에서는 등가비열법을 사용하여 잠열방출에 따른 온도를 보정하였다. 변분원리에 의하여 이산화시킨후 요소의 상태방정식을 구하여 전체강성방정식의 형태로 나타내면 변형거동을 예측할 수 있다. 고상의 변형과 액상의 유동을 동시에 고려한 반응용재료에 대한 압축성 점소성 유한요소방정식의 행렬형태는 다음과 같이 간단하게 표현할 수 있다<sup>(2)</sup>.

$$\begin{bmatrix} [K_s(U_s)] & [H] \\ [L] & [K_L] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (U_s) \\ (p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_p \end{bmatrix} \quad (4)$$

비정상상태의 열전도방정식은 다음과 같은 매트릭스의 형태로 나타낼 수 있다.

$$[K](T_i) + [C] \left\{ \frac{\partial T_i}{\partial t} \right\} = \{f\} \quad (5)$$

### 2.2 반응용재료의 유동응력식

일반적인 재료의 열간에서 유동응력식은 인장시험이나 압축실험을 통하여 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\sigma = K \dot{\epsilon}^m \quad (6)$$

반용융재료의 경우는 Fig.1에서 보여주는 바와 같이 응력-변형율의 곡선모양은 일반적인 열간에서 재료의 거동을 다룬 식(6)를 이용한 이론해석 결과와는 차이가 난다. 위의 원인은 압축이 진행될 때 액상의 유출로 인하여 균열된 부위들이 시편으로부터 분리되기때문이다. 따라서 반용융재료의 압축가공을 유한요소법으로 해석하기 위해서는 액상의 유출을 고려한 응력과 변형율사이의 관계를 정립하여야 한다. 반용융재료의 유동응력식은 고상율, 변형율, 변형율속도, 온도의 영향을 받기 때문에 이들 인자들의 함수로 나타내어야 한다. Gunasekera<sup>(7)</sup>는 고상입자와 액상의 기하학적인 형상을 이용하여 응력과 변형율사이의 관계를 다음과 같이 제안하였다.

$$\bar{\sigma} = K \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) [1 - \beta f_L]^{2/3} \quad (7)$$

본 연구에서는 압축성형시 구상화의 변형거동을 고려하여 해석을 수행하기 위하여 고상입자들의 배열형상은 Fig.2에서와 같이 금속원자의 배열방법을 이용하여 2가지 모델로 가정하였다. 반용융재료를 압축성형할 때에는 고상입자와 액상영역간의 변형이 심하게 일어나게되어 구상화의 조직이 변형되어진다. 이러한 현상을 고려하기 위하여 분리계수 S를 이용하여 압축해석을 수행하였다.

$$S = S_0 + (1 - S_0) \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{\epsilon}_\alpha} \quad (8)$$

초기 구상화의 상태를  $S_0=1$ 로 가정하고 고상과 액상영역의 완전용집상태를  $S_0=0$ 으로 가정한다. 식(8)의 무차원계수  $S_0$ 가 변하므로 식(8)의 분리계수 S는 변형율과 임계변형율의 함수로 표시하였다. 반용융재료의 압축실험을 통하여 응력-변형율곡선에서 Fig.3와 같이 변형율이 거의  $\dot{\epsilon}$ 에 무관하면서 일정하게 나타나지는 2군데의 변곡점을 찾아낼 수가 있었다. 본 연구에서는 압축실험에서 응력이 갑자기 증가하다가 감소하는  $\bar{\epsilon}_\alpha \approx 0.1$ 과 응력이 감소하다가 다시 증가하는  $\bar{\epsilon}_{cr} \approx 0.35$ 를 각각 임계변형율로 정의하였다. 따라서, 식(7)의 유동응력식은 분리계수 S를 도입하여 임계변형율의 구간에 따라서 응력과 변형율의 관계식을 다음과 같이 수정하여 제안하였다<sup>(8)</sup>.

$$(i) \quad 0 < \epsilon < \bar{\epsilon}_\alpha, \quad \epsilon > \bar{\epsilon}_{cr}$$

$$\bar{\sigma} = K \exp(S) \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) [1 - \beta f_L]^{2/3} \quad (9)$$

$$(ii) \quad \bar{\epsilon}_\alpha < \epsilon < \bar{\epsilon}_{cr}$$

$$\bar{\sigma} = K \exp(1 - S) \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) [1 - \beta f_L]^{2/3} \quad (10)$$

구간  $\epsilon > \bar{\epsilon}_{cr}$ 에서는 거의 고상입자들이 용집이 되었다고 가정하였기 때문에  $S=0$ 으로 두었다. 여기서  $\bar{\epsilon}_\alpha$ 와  $\bar{\epsilon}_{cr}$ 은 Fig.3에서 보여주는 바와같이 변형율속도의 증분에 관계없이 각각 0.1, 0.35임을 알 수 있었으며, K와 m은 고온압축실험에서 구한  $\sigma = K \dot{\epsilon}^m$ 의 값을 이용하였다. 고상율  $f_s=50\%$ 에서는 변형율속도의 변화에 따라서 K와 m을 달리 사용하였다.

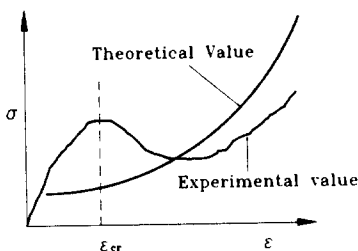


Fig.1 The schematic comparison of experimntal and theoretical value

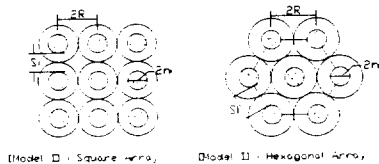


Fig.2 Square and Hexagonal particle array

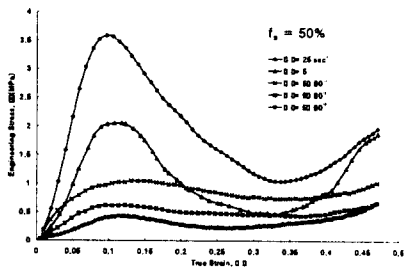


Fig.3 Engineering stress-strain curve  
solid fraction  $f_s=50\%$   
( $\dot{\epsilon}=5 \times 10^{-3} \text{sec}^{-1} \sim 25 \text{sec}^{-1}$ )

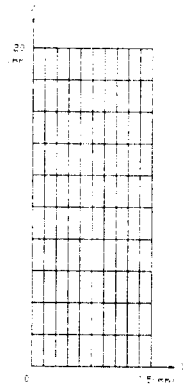


Fig.4 Mesh discretization  
and coordinate systems

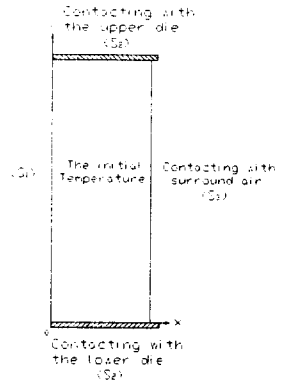


Fig.5 Boundary conditions  
of heat transfer

### 3. 수치해석 결과 및 고찰

Fig.4은 해석대상인 압축시편을 100개의 유한요소로 분할한 그림이며 시편의 형상이 원주형상이므로 해석대상영역은 축대칭변형에 의한 1/2대칭 해석을 하였다. 반응용재료의 압축에 대한 유한요소해석을 위하여 필요한 물성치는 Table 1과 같다.<sup>(5)</sup>

식 (8)~(9)에서 나타낸 여러 계수들의 값(Q, R,  $\beta$ , K, m)들은 참고문헌 및 실험을 통하여 Table 2에 나타내었다. 해석에서 사용되어진 다이와 소재사이의 경계조건식은 다음식을 사용하였다.<sup>(9)</sup>

$$f_{\text{fric}} = -m_f k \left[ \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left( \frac{|v_r|}{a} \right) \right] \frac{v_r}{|v_r|} \quad (11)$$

여기서  $v_r$ 은 다이와 재료의 상대속도이며, a는 대단히 작은 상수로 본 연구에서는  $5 \times 10^{-3}$ 으로 하였다. k는 반응용재료의 실험결과로부터 다이와 소재사이의 열전달에 의하여 소재의 온도가 변화되어지므로 실험에 의하여 구한 2.25MPa를 사용하였다.

열전달해석을 위한 경계조건으로는 좌우가 대칭이므로 1/2모델이고 중앙인 대칭면은 단열경계( $S_1$ )이다. 또, 상부다이( $T_{\text{die}}=560^\circ\text{C}$ ), 하부다이( $T_{\text{die}}=560^\circ\text{C}$ )와 접촉하는 부분에서는 대류경계조건( $S_2$ )으로 하였고,

Table 1 Material properties of ALTHIX at semi-solid state

Parameters	Symbol	Unit	Value
Initial fraction of solid	$f_s$	%	50
Viscosity coefficient of liquid	$\mu_L$	Poise	0.175
The initial permeability	$\kappa_0$	$\text{mm}^2$	$36.7 \times 10^{-6}$
The ratio of initial permeability and viscosity coefficient	$\kappa_0 / \mu_L$	$\text{mm}^2 / (\text{MPa} \cdot \text{sec})$	$2.09 \times 10^3$
The relation of permeability and fraction of solid	$\kappa = \kappa_0 (f_L^3 + 0.01) / (1 - f_L^2)$	$\text{mm}^2$	
Friction coefficient	$m_f$		0.3

Table 2 Various parameters for flow stress at semi-solid material

Parameter	Symbol	Unit	Value
Activation energy <sup>(20)</sup>	Q	kJ/mol	256
Gas constant	R	kJ/mol · K	8.314
Geometric coefficient	$\beta$		1.5 (Model I)
			1.428 (Model II)

자유표면에서는 공기( $T_{air}=584^{\circ}\text{C}$ )에 의한 대류경계( $S_3$ )를 적용하였다. Fig.5는 열전도해석을 위한 경계 조건을 나타낸 것이며, 대류경계조건식을 이용하였다.

ALTHIX재료의 물성치가 알려져 있지 않아 수치해석에서는 A356재료의 열물성치를 가지고 해석하였다. 그리고, 밀도·열전도율 등의 물성치는 온도에 대해 무관한 상수로 가정하였다. 소재와 다이사이의 접촉면에서의 열전달계수는 정확히 알려져 있지 않다. 일반적으로 고액공존영역에서는  $h_{cont}=10\sim 20\times 10^3$  ( $\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$ )이기 때문에 본 연구에서도 접촉면에서 열전달계수가 일정한 것으로 가정하여  $h_{cont}=10\times 10^3$  ( $\text{W}/\text{m}^2\cdot\text{K}$ )를 사용하였다. 구상화가 충분히 잘 되었을 때 입자의 반경  $r_f=60\mu\text{m}$ 로 하였으며 식(8)의

$$S_o = \frac{S^{squ}}{S_i} \text{ 와 } S_o = \frac{S^{hex}}{S_i} \quad (0 \leq S \leq 1) \text{에서 } S_i \text{는 초기 거리로서 } 100\mu\text{m} \text{로 가정하였으며 } S^{squ} \text{와 } S^{hex} \text{은 초기}$$

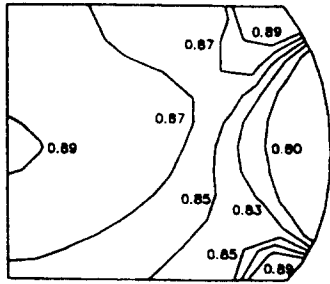
고상입자의 거리를 의미한다. Fig.6은 다이속도가 각각 0.1, 1, 10, 100mm/sec일 때 고상율의 분포를 나타낸 것이다. 높이감소율이 클수록 액상의 유동때문에 고상율이 높아짐을 알 수 있었으며, 다이속도가 클수록 고상율의 분포가 균일해지고 있다. 시편의 중간부분에서는 고상율의 값이 높고, 바깥표면으로 갈수록 고상율이 낮아지고 있다. 중간부분에는 액상이 유동되어 빠져나갔는 것을 알 수가 있다. 다이속도가 100mm/sec일 때는 고상율의 최대값과 최소값의 차가 크지않고, 균일하게 분포하고 있다.

Fig.7은 다이속도가 각각 0.1, 1, 10, 100mm/sec일 때 높이감소율의 변화에 따른 온도분포를 나타내고 있다. Fig.7에서 보여주는 바와 같이 다이 속도가 낮을 경우는 다이와의 열전달때문에 모든 부위들이 초기 다이의 온도와 비슷함을 알 수 있다. 변형이 아주 빠른 속도로 이루어지는 경우는 초기온도( $584^{\circ}\text{C}$ )를 유지하고 있음을 알 수 있다. 실험에서 변형율속도를 변화시켰을 때 응력과 변형율의 관계를 살펴보았다. 변형율속도를  $\dot{\epsilon}=5\times 10^{-2}\text{sec}^{-1}$ 에서  $5\times 10^{-1}\text{sec}^{-1}$ 로 변화시킨 결과 응력이 일정하게 증가함을 알 수 있었다. Fig.8는 속도를 변화시키지 않은 Fig.6(b)의 결과와 변형율속도를  $\dot{\epsilon}=5\times 10^{-2}\text{sec}^{-1}$ 에서  $5\times 10^{-1}\text{sec}^{-1}$ 로 변화시켰을 때 고상율의 분포를 각각 나타낸 것이다. 속도를 변화시켰을 때에는 고상율의 분포가 전체적으로 균일하다는 것을 알 수 있다.

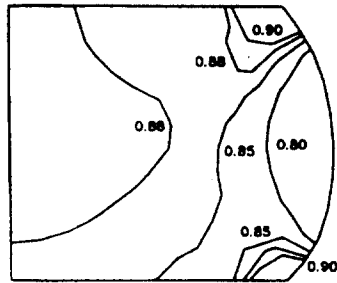
반응용재료에 대한 항복조건이 정립이 되어있지 않아 다공질재료의 항복조건과 Darcy's Law를 이용하여 해석하였지만, 실제 실험결과와는 많은 차이가 있어 본 연구에서는 반응용재료의 구상화정도를 나타내는 분리계수를 이용한 유동응력식을 이용하여 계산한 결과이다.

Fig.9는 각각 속도  $V_{die}=1\text{mm}/\text{sec}$ 일 때 제안한 반응용재료의 유동응력식을 이용하여 해석한 결과와 실제 실험결과를 비교한 그림이다. 이론치와 실험치가 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 따라서 분리계수를 이용한 압축공정의 해석은 향후 단조공정의 수치해석에 응용이 가능할 것으로 사료된다.

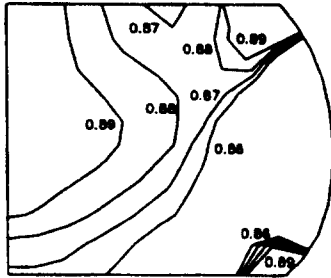
Fig.10은  $\sigma = K \dot{\epsilon}^m$ 를 사용하여 계산한 결과와 Model I, Model II와의 응력-변형율의 관계를 비교한 것이다. Fig.1에서 나타낸 바와 같이 응력이 증가하다 감소하는 현상과는 차이가 있음을 알 수 있다. 변형율  $\epsilon=0.35$ 까지 작은 응력값을 유지하다가 변형율  $\epsilon=0.35$ 부터는 분리계수를 이용한 유동응력식을 사용했을 경우와 일치하고 있다. 앞으로 정확한 반응용재료의 변형거동을 예측하기 위해서는 고상율의 변화에 따른 점성의 변화를 고려한 연구를 해야 할 것으로 생각하고, 초기변형특성과 점성에 관한 연구가 진행되어 반응용재료의 항복조건식의 도출이 필요하다고 생각되어진다. 분리계수를 이용한 유동응력식의 사용으로 반응용재료의 단조공정 및 여러 가지 가공공정에서 가공하중예측 및 고상율의 분포를 정확히 예측할 수 있을 것으로 기대된다.



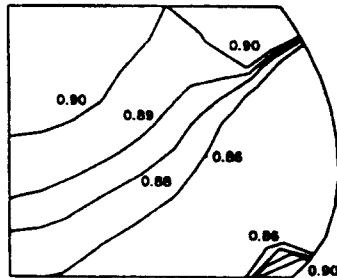
(a)  $V_{die} = 0.1\text{mm/sec}$



(b)  $V_{die} = 1\text{mm/sec}$

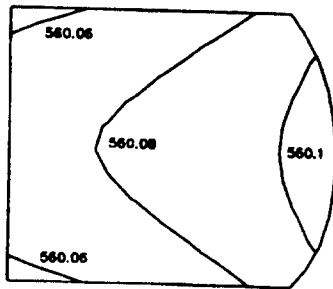


(c)  $V_{die} = 10\text{mm/sec}$

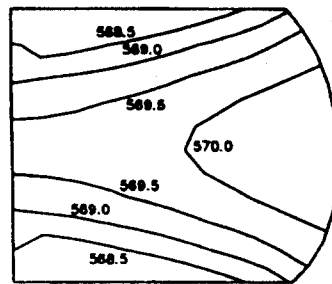


(d)  $V_{die} = 100\text{mm/sec}$

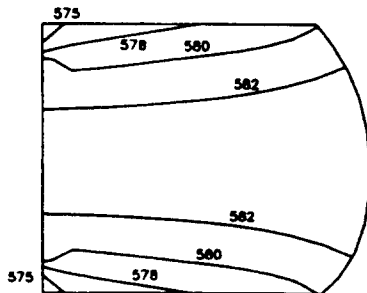
Fig.6 Solid fraction according to reduction rate  $\gamma=60\%$   
 $f_s = 0.5, m_f = 0.3$



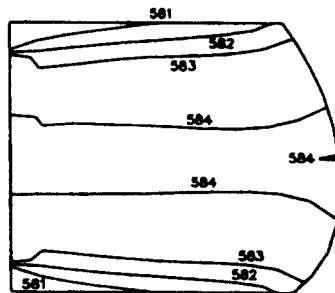
(a)  $V_{die} = 0.1\text{mm/sec}$



(b)  $V_{die} = 1\text{mm/sec}$



(c)  $V_{die} = 10\text{mm/sec}$



(d)  $V_{die} = 100\text{mm/sec}$

Fig.7 Temperatur Distribution according to reduction rate  $\gamma=60\%$   
 $f_s = 0.5, m_f = 0.3$

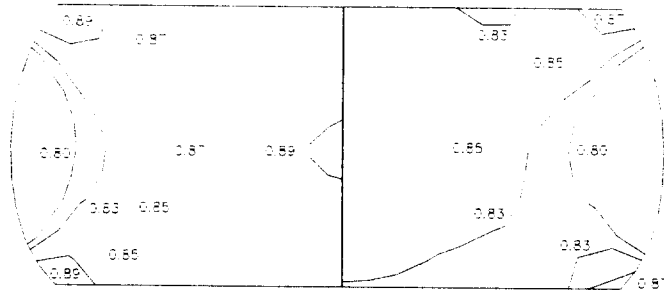


Fig.8 Distribution of solid fraction before and after jumping strain rate,  $V_{die} = 1 \rightarrow 10 \text{ mm/sec}$ , initial solid fraction  $f_s = 0.5$ ,  $m_f = 0.3$

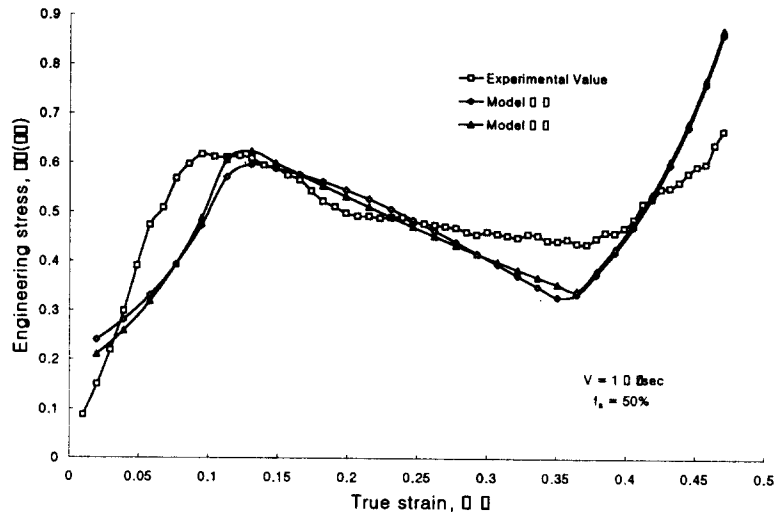


Fig.9 Engineering stress-true strain curve about the experimental result and numerical results,  $V_{die} = 0.1 \text{ mm/sec}$

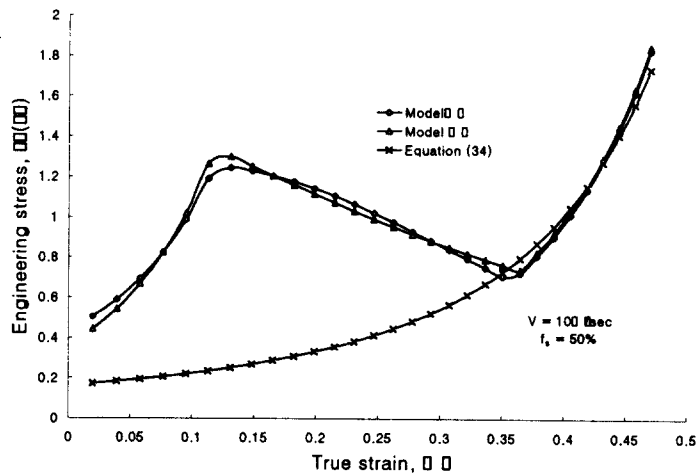


Fig.10 Engineering stress-true strain curve about the experimental result and numerical results,  $V_{die} = 0.1 \text{ mm/sec}$

#### 4. 결론

- (1) 반용융재료의 압축거동시에 나타나는 거시적인 변화를 기하학적인 형상의 모델로서 나타내었다.
- (2) 압축성형시 액상과 고상의 분리계수를 도입하여 유동응력식을 제안하였다.
- (3) 압축성형시 변형율속도가 빠를수록 고상율, 유효변형율속도 및 유효응력의 분포가 균일함을 알 수 있다.
- (4) 반용융재료의 압축성형시에 액상의 유출로 인하여 고상영역과 액상영역간의 거시적인 분리가 나타나고, 중심부위에서는 조직의 치밀함을 관찰할 수 있었다.
- (5) 고상입자의 변형거동, 구상조직의 초기위치 및 고상율등을 고려한 반용융재료의 유동응력식을 이용한 해석결과와 실험결과들이 거의 일치하였다.
- (6) 압축성형시에 변형율속도를 변화시켰을 경우에는 응력이 일정하게 증가하고, 고상율이 균일한 분포를 나타내었다.

본 연구는 부산대학교 정밀정형 및 금형가공 연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 연구의 일부분입니다.

#### 6. 참고문헌

- (1) S.Toyoshima, 1994, "A FEM Simulation of Densification in Forming Processes for Semi-Solid Materials", The 3rd Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.47-62
- (2) 강충길, 윤종훈, 1996, 반용융재료의 압축거동 및 액상의 유동을 고려한 유한요소해석, 대한기계학회 논문집(A) 제20권 제12호, pp.3715~3727
- (3) C.G.Kang, D.W. Kang, 1996, Forging Process Analysis of Semi-Solid Aluminum Materials 4th Int. Cont. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, ed. by DH Kirkwood, The University of Sheffield, England
- (4) C.P.Chen and C-Ya Tsao, 1996, "Semi-solid Deformation of A356 Al alloys", The 4th Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.16-20
- (5) S.M.Nabulsi, T.A.Steinberg, C.J.Davidson and N.W.Page, 1996, "The Shear Strength of Semi-Solid Alloys", The 4th Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.47-50
- (6) S.Shima and M.Oyane, 1976, "Plasticity Theory for Porous Metals", Int. J. Mechanical Science, Vol.18, pp.285-291
- (7) J.S.Gunasekera, 1992, "Development of A Constitutive Model for Mushy (Semi-solid) Materials", The 2nd Int. Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.211-222
- (8) 강충길, 김기훈, 1997, 거시적 조직변화를 고려한 반용융 알루미늄재료의 유동응력관계식, 대한기계학회 춘계학술대회
- (9) T.Altan, S.I.Oh and S.Kobayashi, 1989, Metal Forming and the Finite-Element Method, Oxford University Press, pp.119