

# 압축과 냉각 과정을 고려한 사출 성형 제품의 잔류 응력 예측

정정훈 · 권영일 · 윤재륜  
서울대학교 섬유고분자공학과

## 1. 서론

사출 성형은 특별한 후처리 공정을 거치지 않으면서 좋은 품질의 정형 가공품을 높은 생산 속도로 만들 수 있는 고분자 가공방법 중의 하나로서 고분자 가공 공정 중에 가장 많이 이용되는 방법이다. 최근에는 기존 고분자 이외에 단섬유강화 고분자 복합 재료의 제조나, 금속, 세라믹 파우더를 고분자 바인더와 함께 섞어 사출 성형을 한 후 소결시켜 정밀한 부품을 제조하는 방법인 세라믹 사출 성형으로도 응용되고 있다.

사출 성형 공정은 순환 공정으로서 한 주기를 압력과 온도의 변화에 따라 크게 충전(filling), 압축(packing), 냉각(cooling)의 세 단계로 나누어 볼 수 있는데 전 공정을 거치면서 발생하는 잔류 응력(residual stress)은 최종 제품의 치수(dimension)에 오차가 생기게 하고 최종 생산품의 성질에도 영향을 준다. 따라서 치수적인 정확도에 대한 정확한 정보와 제품의 최종 물성을 예측하기 위해서는 위에 설명한 공정 과정을 전부 고려하는 것이 필수적이다.

이에 본 연구에서는 복잡한 형상을 갖는 금형에 대해서 충전 과정과 후충전 과정에 대한 유동 해석을 수행하고 이의 결과를 이용하여 최종 제품의 변형과 잔류 응력을 해석하는 연구를 수행하였다. 충전 과정과 후충전 과정을 함께 해석하기 위하여 Chiang[1,2] 등에 의하여 제안된 비등온 하에서 압축성을 고려한 점성 유동을 나타내는 G.H.S(Generalized Hele Shaw) 모델을 사용하였고 이의 해를 구하기 위하여 Hieber 와 Shen[3]에 의하여 발전된 혼합 유한 요소/유한 차분 수치해석 기법을 적용하였다. 고분자 물질의 점도는 개선된 크로스 모델(Modified Cross Model)을 사용하였다. 압력과 온도에 따라 변하는 밀도를 나타내기 위해 Tait의 상태방정식을 적용하였다[1]. 잔류

응력의 해석은 탄성 모델을 적용한 열응력(thermal stress)해석을 통하여 수행하였다. 이때 적용된 열팽창 계수는 Tait의 상태방정식을 이용하여 압력과 온도의 함수로 나타내어 사용하였다.

## 2. 유동장에 대한 모델링

사출 성형 공정에 의해서 제작되는 제품들은 3차원의 복잡한 형상을 가지고 있다. 그러나 그 국지적인 형태를 보면 두께 방향의 길이가 평면 방향의 길이에 비해서 매우 작음을 알 수 있다. 따라서 금형 내부의 어느 한 점에서의 흐름은 국지적인 기하학적 형태에 의해서 영향을 받게 되어 두께 방향의 흐름보다는 평면 방향으로의 흐름이 주로 일어나게 된다. 따라서 금형 내부에서의 흐름을 모사하기 위해서 헬레쇼 가정(Hele Shaw Approximation)을 적용할 수 있는데 이것은 국지적인 평면 흐름을 가정한 것 이외에 사출 성형에 사용되는 고분자 용융액의 점도가 크다는 점에 기인한다. 이전 연구 [4,5]와 달리 본 연구에서는 고분자 용융액을 비압축성이 아니라 압축성이라 가정하였는데 이것으로 압축 과정 시의 높은 압력으로 잔여 유동이 발생하는 것을 반영할 수 있게 되었다.

금형 내에서의 2차원 평면 방향으로의 흐름을 고려하면 연속방정식(Continuity Equation)은 직교 좌표계에 대해서 고분자의 압축성을 고려하고 두께 방향의 속도 성분을 무시하여 (1)식과 같이 나타낼 수 있다. 또한 평면 방향인  $x, y$  방향으로의 운동방정식은 각각 (2)식과 (3)식으로 정리된다. 에너지 방정식은 평면 방향의 열전도와 두께 방향으로의 열대류 효과를 무시하여 (4)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{\partial P}{\partial y} \quad (3)$$

$$\rho C_p(T) \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (4)$$

여기서  $t$ 는 시간이고  $\rho$ 는 밀도로서 온도와 압력의 함수,  $x, y$ 는 평면 방향의 좌표,  $z$ 는 두께 방향,  $u, v$ 는 평면 방향의 속도 성분,  $P$ 는 압력,  $\eta$ 는 비뉴턴 점도로서 전단 변형률 속도의 크기인  $\dot{\gamma}$ 와 온도와 압력의 함수,  $T$ 는 온도,  $C_p(T)$ 는 열용량,  $k(T)$ 는 열전도도이다.

밀도의 온도와 압력에 대한 변화를 나타내는 상태방정식으로는 고체 상태와 용융체 상태를 모두 잘 반영할 수 있는 Tait식을 사용하였다[1].

$$v(T, P) = v_0(T) \left[ 1 - C \ln \left( 1 + \frac{P}{B(T)} \right) \right] \quad (5)$$

$$v_0(T) = \begin{cases} b_{1,l} + b_{2,l} \bar{T} & (T > T_t) \\ b_{1,s} + b_{2,s} \bar{T} & (T < T_t) \end{cases} \quad (6)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,l} \exp(-b_{4,l} \bar{T}) & (T > T_t) \\ b_{3,s} \exp(-b_{4,s} \bar{T}) & (T < T_t) \end{cases} \quad (7)$$

$$\bar{T} \equiv T - b_5 \quad (8)$$

$$T_t(P) = b_5 + b_6 P \quad (9)$$

여기서  $C$ 는 0.0894이다.  $v(T, P)$ 는 비체적으로 밀도의 역수이고,  $T_t$ 는 고체 상태와 용융체 상태의 전이 온도이고,  $b_i$ 들은 상수로서 주어진 물질에 따라 다른 값을 갖는다.

고분자 용융액의 점도는 전단 변형률의 크기와 압력 및 온도에 대한 의존성을 고려하기 위하여 개선된 크로스 모델을 사용하였다.

$$\eta = \frac{\eta_0}{1 + \left[ \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau^*} \right]^{1-n}} \quad (10)$$

$$\eta_0 = B \exp \left[ \frac{T_b}{T} \right] \exp(\beta P) \quad (11)$$

압력장과 온도장을 각기 구하기 위해서 압력에 대한 지배방정식에는 유한요소법을 적용하였고 온도에 대한 지배방정식에는 유한차분

법을 적용하였다. 금형 내의 유동에 대해서는 세 개의 절점을 가지는 선형 삼각형 요소(linear triangular element)를 사용하였고 러너 내에서의 유동에 대해서는 선형 원통 요소(linear tubular element)를 사용하였다. 온도장을 구하기 위한 격자(grid)는 삼각형 요소의 경우는 두께 방향으로 등간격으로, 원통 요소의 경우는 지름 방향으로 등간격으로 배치하였다(Fig. 1). 이들 각 지배방정식은 그 자체가 상당히 비선형적인 특성을 가지고 있고 서로간에도 강하게 연계가 되어 있다. 또한 유동 선단의 진행에 따라 경계가 시간에 따라 변해 가는 특성을 가지고 있다. 이러한 문제점들을 극복하기 위해서 검사체적법을 이용하여 유동 선단을 진

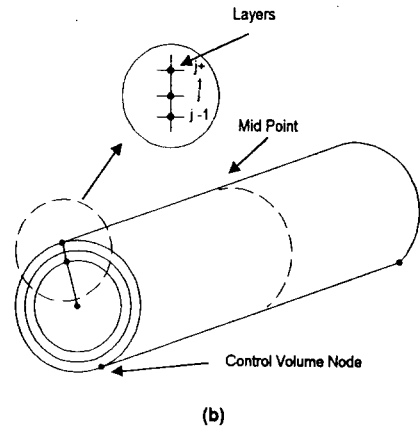
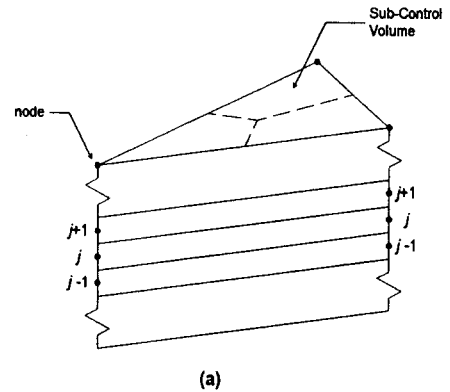


Fig. 1. Diagram of (a) linear triangular finite element and finite difference grids in thickness direction, (b) linear tubular finite element and finite difference grids in radius direction.

행시키고 각각의 진행 단계에서의 압력과 온도의 해는 반복연산(iteration) 기법을 사용하여 계산을 수행하였다.

### 3. 응력 해석에 대한 모델링

사출 성형된 제품의 응력 해석에 대한 연구는 주로 응력해석에 적용될 수 있는 모델을 확립하는 연구가 주로 수행되었다[6-8]. Jansen과 Titomanlio[9]는 응력해석에 적용할 수 있는 모델을 세운후 비교적 간단한 계산을 수행하여 보았지만 아직 유동장의 해석과는 연계시키지 못하였다. Chang 과 Tsaur[10]는 결정화의 영향을 고려하여 유동장과의 연계적인 해석을 시도하였지만 아직은 비교적 간단한 형태의 금형에 대한 연구에 국한하였다. 이에 본 연구에서는 잔류 응력 해석에 비교적 간단한 모델을 사용하여 복잡한 유동장의 해석과의 연계를 꾀하였다. 우선 잔류 응력을 발생시키는 원인 중 열팽창의 효과만을 고려하였다. 그러나 이때 사용되는 열팽창 계수는 Tait의 상태방정식을 사용하여 온도와 압력의 함수로 산출하였고 따라서 압력의 변화에 따른 효과도 반영할 수 있게 하였다. 유리 전이 온도 직전까지의 잔류 응력은 존재하지 않는다고 가정하였고 고체 상태의 고분자를 탄성체로 가정하였다. 유동 해석에 의해서 얻어진 압력 분포와 온도 분포를 이용하여 유한요소법에 의한 열응력 해석을 수행하였다. 유동 해석에 사용된 격자와 같은 격자를 사용하였고 평면 응력 해석 요소를 사용하여 주로 평면 방향의 응력과 변형을 예측하였다.

우선 유한 요소 수식화에 적용된 가상 일의 원리는 다음과 같다.

$$\int_V \delta \epsilon^T \sigma dV - \int_V \delta u^T b dV - \int_r \delta u^T t d\Gamma = 0 \quad (12)$$

여기서  $\delta \epsilon^T$ 는 가상 변형률 텐서이고  $\sigma$ 는 응력 텐서,  $\delta u^T$ 는 가상 변위,  $b$ 는 body force,  $t$ 는 surface traction이다. 평면 열응력의 경우 응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\{\sigma\} = [E] \{(\epsilon) - (\epsilon_0)\} + \{\sigma_0\} \quad (13)$$

여기서 응력과 변형률의 각 성분들은  $\{\sigma\} = \{\sigma_x \sigma_y \tau_{xy}\}^T$ ,  $\{\epsilon\} = \{\epsilon_x \epsilon_y \gamma_{xy}\}^T$ 와 같고 stiffness matrix  $[E]$ 와 초기 변형률  $\{\epsilon_0\}$ 는 다음과 같다.

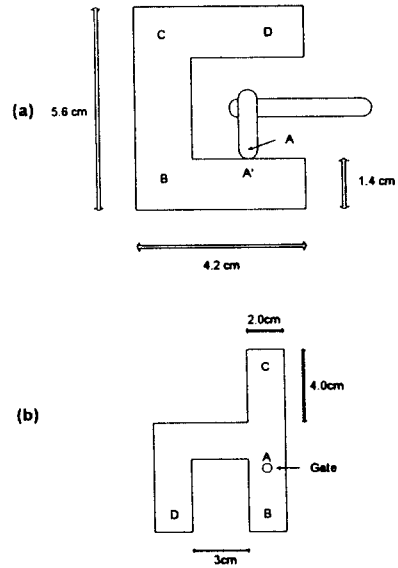


Fig. 2. Geometry of molds used for numerical analysis. (a); mold A, (b); mold B

$$[E] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\{\epsilon_0\} = \{\alpha T \quad \alpha T \quad 0\}^T \quad (15)$$

여기서  $\alpha$ 는 열팽창 계수이고 Tait 방정식을 적용하여 열팽창 계수를 압력과 온도의 함수로 표시하면 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\alpha = \frac{C}{B(T)} \frac{PB'(T)}{B(T)+P} + \frac{1}{v_0} \frac{\partial v_0}{\partial T} \quad (16)$$

윗식을 이용하면 다양한 온도와 압력 상태에서의 열팽창 계수의 값을 산출해 낼 수가 있고 이들 값을 열응력 해석 과정에 그대로 적용하였다.

유동 해석을 실시하면 시간에 따라 변화하는 금형내 고분자 물질의 평면 방향과 두께 방향의 각 점에서의 압력과 온도의 분포를 탈형 시점 직전까지 구할 수 있는데 이 자료를 그대로 사용하여 응력 해석을 수행하게 된다. 사출 성형시 고분자 용융액은 탈형되기 전에 유리 전이 온도 이하로 냉각이 되는데 이 시점을 잔류 응력의 발생 시점으로 생각하여 응력 해석을 하였다. 변위의 경계 조건은 두 단계로 부여

했는데 탈형 전에는 외곽 경계의 변위를 영으로 놓았고 탈형 후에는 자유 경계 조건을 부여하였다. 제품의 모든 부분에서의 온도가 상온이 되는 시점까지 계산을 수행하였다. 고체 응력 해석은 유한 요소 상용 프로그램인 ABAQUS를 이용하였다.

#### 4. 결과 및 고찰

이상의 유동 해석과 잔류 응력 해석에 대한 모델링을 두 종류의 가상의 금형에 적용하여 수치해석을 수행하였다. 사용한 금형의 형태는 Fig. 2에 나타낸 바와 같다. 각각의 금형에 대해 적용한 공정 조건은 Table 1에 나타내었다. 유동 해석에 실제 적용된 Tait의 상태방정식의 상수들은 Table 2에 정리하였고 점도 모델에 적용된 상수들은 다음과 같다[2] :  $n=0.274$ ,  $\tau=3.04 \times 10^{-7} \text{N/m}^3$ ,  $B=1330 \text{Pa} \cdot \text{sec}$ ,  $T_b=2.31 \times 10^5 \text{K}$ ,  $\beta=3.5 \times 10^{-8} \text{m}^2/\text{N}$ . 응력

Table 1. Processing conditions used in the flow field analysis for each mold A, B.

Mold	$Q(\text{cm}^3)$	$T_w(\text{C})$	$P_{\text{pack}}(\text{MPa})$	$t_{\text{inject}}(\text{sec})$
A	10.0	40.0	41.34	10.28
B	28.0	41.34	9.18	

Table 2. Summary of p-v-T model constants in equations (5)-(9) for Poly(styrene) in ref. [2]

constants	value	constants	value
$b_{1,l}(\text{cm}^3/\text{g})$	0.988	$b_{1,s}(\text{cm}^3/\text{g})$	0.988
$b_{2,l}(\text{cm}^3/\text{gK})$	$6.10 \times 10^{-4}$	$b_{2,s}(\text{cm}^3/\text{gK})$	$1.49 \times 10^{-4}$
$b_{3,l}(\text{dyne}/\text{cm}^2)$	$115.0 \times 10^7$	$b_{3,s}(\text{dyne}/\text{cm}^2)$	$238.0 \times 10^7$
$b_{4,l}(\text{K}-1)$	$3.66 \times 10^{-3}$	$b_{4,s}(\text{K}-1)$	$2.10 \times 10^{-3}$
$b_5(\text{K})$	385.0	$b_6(\text{Kcm}^2/\text{dyne})$	$7.8 \times 10^7$

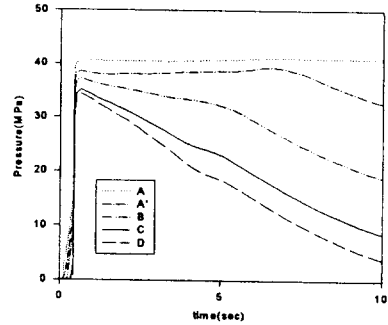


Fig. 3. Predicted pressure variation in each point shown in Fig. 2 for mold A.

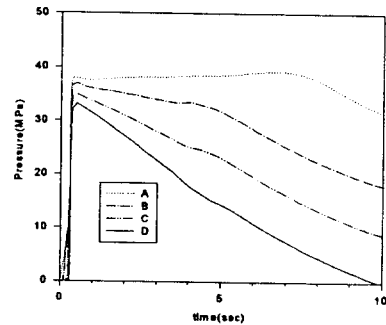


Fig. 4. Predicted pressure variation in each point shown in Fig. 2 for mold B.

해석에 사용된 탄성계수,  $E$ 와 포와송비 (poison's ratio),  $\nu$ 의 값은 다음과 같다 :  $E=3200 \text{MPa}$ ,  $\nu=0.32$ .

#### 금형A

Fig. 2 (a)에 표시된 금형 A의 다섯 개의 지점에 대해서 시간에 따른 압력의 변화를 Fig. 3에 나타내었다. 충전이 끝나는 시점(0.46sec)까지는 압력이 서서히 증가하다가 이후 압축 과정중에는 높은 압력이 걸리고 후충전 과정에서는 냉각이 진행되면서 각 지점에서의 압력이 떨어져 가는 모습을 보여주고 있다. 후충전이 진행되는 동안의 각 지점의 압력의 변화를 보면 입구에서 먼 지점일수록 압력이 급격히 떨어져 가고 있는 것을 볼 수 있다. 이것은 유동 경로가 멀기 때문에 입구로부터의 압력의 전달 효과가 떨어졌기 때문이라 볼 수 있다.

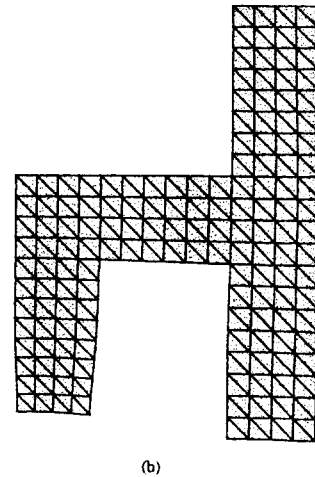
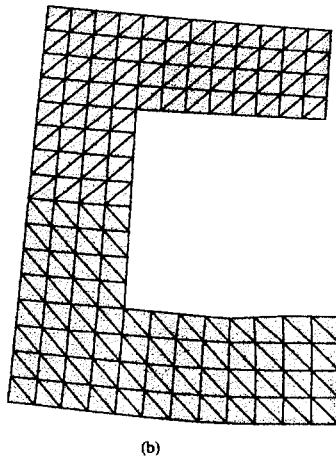
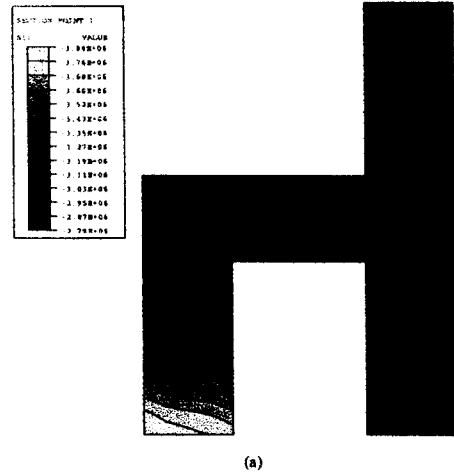
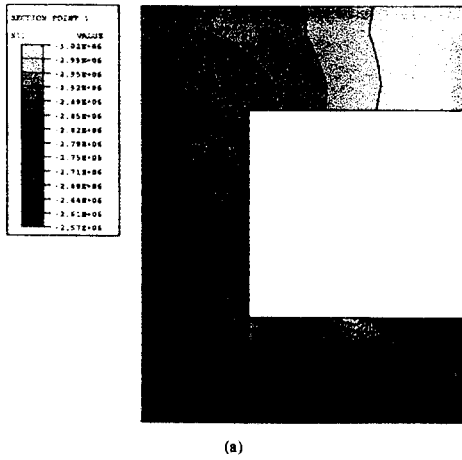


Fig. 5. (a) Predicted contour of residual stress component,  $\sigma_{11}$  (b) Predicted deformed shape of injection molded part for mold A.

Fig. 6. (a) Predicted contour of residual stress component,  $\sigma_{11}$  (b) Predicted deformed shape of injection molded part for mold B.

Fig. 5 (a)는 금형A에 대해서 잔류 응력 해석을 통해 예측된 법선 응력,  $\sigma_{11}$ 의 분포를 보여주는 그림이다. 유동 경로의 길이 변화에 따른 온도나 압력의 분포의 차이가 그대로 응력의 분포에 영향을 주어서 입구에서 먼 지점일수록 응력의 값이 큰 것을 알 수 있다. 반면 입구 주위의 경우는 압력은 높게 유지된 반면에 온도가 주위보다 현저하게 높은 이유로 큰 응력이 발생한 것을 알 수 있다. 또한 변형된 형

태의 예측된 모습을 보면(Fig. 5 (b)) 금형의 설계가 최종 제품의 형태에 어떠한 영향을 줄 것인가를 짐작해 볼 수 있는데 불균형한 러너의 배치로 모양이 한쪽으로 휘어 있다는 것을 확연히 알아 볼 수 있다.

### 금형B

Fig. 4와 Fig. 6은 금형B에 대한 해석 결과이다. Fig. 4는 Fig. 2 (b)에 표시된 네 지점에

서의 압력의 변화를 나타낸 그림인데 역시 입구에서 먼 곳일 수록 압력의 강하가 크다는 것을 확인할 수 있다. Fig. 6 (a)는 잔류 응력중  $\sigma_{11}$ 성분의 분포를 보여 주는 그림인데 입구에서 멀어질수록 잔류 응력의 값이 크다는 것을 볼 수 있는데 이것은 예측된 응력의 값이 압력장의 분포와 유사한 형태를 보여주는 것이다. Fig. 6 (b)는 최종 변형의 예측된 모습인데 예측된 잔류 응력의 효과가 그대로 반영되었다는 것을 알 수 있다. 입구에서 먼 지점일수록 수축이나 휨의 정도가 크게 예측된 것을 알 수 있다. 특히 이 경우는 앞서의 경우와 달리 입구 주위에서의 결함을 발견할 수 없는데 이것은 입구가 금형 평면상의 중심에 위치해 있기 때문이다.

## 5. 결론

사출 성형 공정의 세 단계인 충전 과정, 압축 과정, 냉각 과정의 통합된 해석은 그 자체가 실제 금형 설계의 문제, 즉 게이트의 위치, 리너 시스템의 배치 등뿐만 아니라 각종 공정 변수들, 즉 고분자의 용융체의 온도, 금형의 냉각 온도, 피스톤의 압력, 금형의 클램핑 힘 등의 결정에 필수적이다. 이에 본 연구에서는 압축성을 고려한 G.H.S 모델을 적용하여 충전 과정과 후충전 과정을 함께 고려하여 유동장의 해석을 수행하였고 이로부터 얻어진 결과를 토대로 비교적 간단한 탄성 모델을 적용하여 열응력을 해석함으로써 잔류 응력과 변형을 예측하였다.

## 6. 참고 문헌

1. H. H. Chiang, C. A. Hieber, and K. K. Wang, *Polym. Eng. and Sci.*, **31**, 116 (1991)
2. H. H. Chiang, C. A. Hieber, and K. K. Wang, *Polym. Eng. and Sci.*, **31**, 125 (1991)
3. C. A. Hieber and S. F. Shen, *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, **7**, 1 (1980)
4. 변성광, "사출성형시 충전 과정의 수치 모사", 박사학위 논문, 한국 과학 기술원, 1994
5. 변성광, 정정훈, 윤재륜, *한국섬유공학회지*, **33**, 140 (1996)

6. K. K. Kabanemi, Abdellatif Ait-Kadi, and Philippe A. Tanguy, *Rheol. Acta*, **34**, 97 (1995)
7. R. Wimberger-Friedl, *Prog. Polym. Sci.*, **20**, 369 (1995)
8. L. F. A. Douven, F. P. T. Baaijens and H. E. H. Meijer, *Prog. Polym. Sci.*, **20**, 403 (1995)
9. K. M. B. Jansen and G. Titomanlio, *Polym. Eng. Sci.*, **36**, 2029 (1996)
10. R. Y. Chang and B. D. Tsaur, *Polym. Eng. Sci.*, **35**, 1222 (1995)