

원반형 직물의 기하학적 구조해석

이 형식, 주 창 환

충남대학교 공과대학 섬유공학과

1. 서론

최근에 섬유 복합재료 제품의 성능 향상을 위하여 보다 더 다양한 형태의 직물이 요구된다. 특히, 고성능 스피커 콘(speaker cone) 및 브레이크 디스크(brake disk), 터빈 엔진의 블레이드(blade) 등에 원반형 직물 보강재가 시도되고 있는데 기존의 직물 구조를 이용하면 이러한 부품의 요구 조건인 원주 방향과 방사 방향의 고강도 물성을 만족시키기 어렵다^{1,4)}. 한편, 원반형 직물은 방사 방향의 경사와 반경 방향의 위사만 존재하기 때문에 손쉽게 축 대칭 고강도 물성을 가진 부품을 만들 수 있다. 따라서 직물의 새로운 개념인 방사형 구조의 원반 직물 해석에 관한 연구가 필요하다.

전형적인 직교 직물의 구조 모델에는 크게 피어스(Peirce) 모델과 여현(cosine) 모델이 있으며 최근에 이것들을 응용한 3차원 모델에 관한 연구가 발표되고 있다^{5,6)}. 피어스 모델은 실의 단면이 원형이고 위사와 경사가 접하는 위치에서 실의 경로는 직교하는 실의 단면인 원 외곽선을 따르고 위사와 경사가 접하지 않는 부분은 직선으로 이루어진다. 따라서 제한조건이 많아 모든 직물을 모사하기에는 어려운 점이 많다. 한편, 여현 모델은 피어스 모델의 단점을 보완하여 직물의 단면에서 실의 경로가 코사인 곡선의 궤적을 이룬다는 것으로 단면을 다양하게 할 수 있으므로 여러 가지 형상의 단면을 가진 실에 적용가능하다. 비교적 꼬임이 많아 실의 단면 형상이 원에 가까운 의류용 직물에는 피어스 모델이 유리하고, 꼬임이 없어 실의 단면이 타원에 가까운 섬유 복합재료용 보강재 직물에는 여현 모델이 유리하다.

최근 연구동향을 살펴보면, 직교 직물의 경우 컴퓨터를 이용하여 피어스나 여현 모델을 3차원화하여 모사한 후 각종 직물 특성을 예측하고 있으나 원반 직물과 같은 형태의 직물에 관한 연구는 거의 없다. 따라서 본 연구는 새로운 형태의 섬유집합체구조인 원반형 직물의 기하학적 해석에 관한 것으로 기존의 여현 모델을 3차원화하여 적용가능성을 조사하였다. 원반 직물의 재료가 복합재료용 로우빙사이므로 섬유의 단면은 타원으로 경로는 코사인 곡선으로 규정하였다. 단위 조직의 크기가 직물 크기와 비교하여 작기 때문에 또한 이미 발표한 연구 결과 원형 위사 경로가 계산에 영향을 미치지 않았기 때문에 단위 조직에서 실의 경로는 직선으로 처리하여 직물의 기하학적 인자를 정립하였다.

2. 이론적 배경

2.1 피어스 모델

피어스 모델은 직물을 기하학적으로 표현한 최초의 모델로 그 후 여러 연구자에 의해 개선하여 적용한 바 있다. 기본적인 개념은 실의 단면은 원이라는 것이며 교차하는 실의 궤적은 단면 형상을 그대로 따라가며 단면과 만나지 않는 부분은 직선으로 구성된다는 것이다. 꼬임수가 많은 방적사로 된 직물에는 적합하다고 할 수 있지만 로우빙사로 된 직물

에는 적합하지 않다. 로우빙사의 단면형태는 원형으로 존재하지 않고 타원이나 렌즈형이기 때문에 원과는 거리가 있다. 로우빙사도 가장 조밀하게 제직되면 단면형상이 원형에 가깝게 될 것이기 때문에 제직의 한계성을 표현하는 타이트니스(tightness)계산에는 로우빙사의 경우에도 의미가 있다.

2.2 여현 모델

단면의 형상과 직교하는 실의 궤적에 관한 또 다른 개념인 여현 모델은 실의 단면은 타원이고 교차하는 실의 궤적은 코사인 함수라는 것이다. 이 개념을 이용하면 실의 굵기가 같아도 단면형상에 따라 직물의 구조가 달라지는 것을 표현할 수 있다. 실의 굵기가 같아도 직물의 위치에 따라 직조형태가 다른 원반직물을 표현하기에 적합한 모델이라고 할 수 있다. 따라서 본 연구에서는 여현 모델을 응용하여 원반직물의 구조를 3차원으로 표현하는 기하학적 이론식을 정립하였으며 적용의 한계에 관하여 고찰하였다.

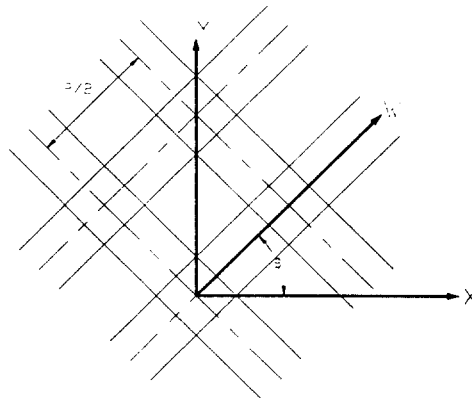


Fig. 1 Coordinate system for the center line of the woven yarn

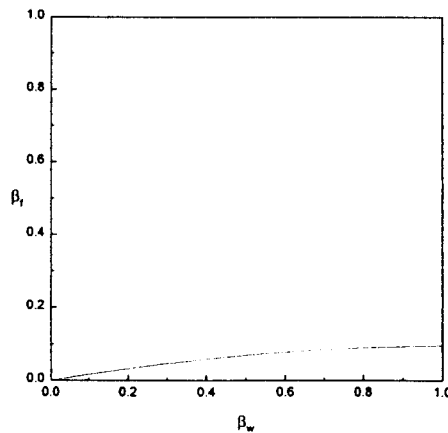


Fig. 2 Ellipse ratio of warp and weft for application of the cosine model

3. 원반 직물의 구조 모델링

2.3 2차원 모델

과거의 연구⁷⁾에서 나선상의 위사를 원형이라고 가정하고 단위조직을 표현하여 직교직물 단위조직의 커버 팩터와 비교하여 본 결과 같은 값을 가짐을 알 수 있었다. 따라서 직교 직물의 단위 조직을 그대로 사용하고 위사 및 경사의 간격, 단면형상을 변화시켜 커버 팩터를 구할 수 있게 하였다. 따라서 모든 식의 전개는 직교 좌표계를 사용하여 직교 직물에서 하였던 계산방법을 채택하였다.

2.4 여현 모델의 3차원화

원반 직물의 어느 위치에서든 실의 단면적은 일정하고 단면 모양은 타원이라고 가정한다. 원반직물에 사용된 섬유는 무꼬임이고 일정한 굵기의 필라멘트 집합체인 조사(roving)이고 외부응력에 따라 단면적의 변화는 거의 없다. 직물에서 실의 경로에 수직인 단면의 외곽선을 (x,y)직교 좌표계로 표현하고, 직물을 이루는 실의 중심선의 경로를 규정하기 위하여 Fig. 1과 같이 좌표계를 설정하여 중심선의 경로를 구한 후 앞에서 구한 실단면 식을 서로 합쳐 직물을 구성하는 실의 표면(X,Y,Z)을 식(1)과 같이 길이방향 W와 원주방향 u의 매개변수를 이용하여 parametric function으로 표현하였다.

$$\begin{aligned} X &= -K(u)(\sin u \sin \Psi \cos \theta + \cos u \sin \theta) + X_c \\ Y &= K(u)(\cos u \cos \theta + \sin u \sin \Psi \sin \theta) + Y_c \\ Z &= K(u)(\sin u \cos \Psi) + Z_c \end{aligned} \quad (1)$$

식(1)에서

$$K(u) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\beta}{\sin^2 u + \beta \cos^2 u}}$$

$$X_c = W \cdot \cos \theta$$

$$Y_c = W \cdot \sin \theta$$

$$Z_c = \pm A \cos\left(\frac{2\pi}{P} W\right)$$

$$-\pi \leq u \leq \pi, \quad \tan \Psi = \frac{dZ_c}{dW} \text{ 이다.}$$

위사와 경사가 만나는 조건인 tightest compaction 조건은 위사와 경사가 만나는 점에서 타원과 코사인 함수의 곡률이 같다고 규정하고 이 조건으로부터 주기와 실 단면의 타원도(β)의 관계를 식(2)와 같이 구하였다.

$$\begin{aligned} \frac{\beta_w \pi^2 - P_w^2}{2\pi^2 \sqrt{\beta_w}} &= \frac{-1}{2\sqrt{\beta_l^3}} \\ \frac{\beta_l \pi^2 - P_l^2}{2\pi^2 \sqrt{\beta_l}} &= \frac{-1}{2\sqrt{\beta_w^3}} \end{aligned} \quad (2)$$

단위 조직의 위사주기 P_w 와 경사주기 P_t 는 위의 조건을 만족하는 것보다 크기만하면 여현 모델을 만족하지만 가장 치밀하게 되었을 경우가 로우빙사로된 직물에 가장 적합할 것이다. 위경사의 주기와 타원도의 관계를 구하였기 때문에 직물을 대표하는 상수는 β_w 와 β_t 로서 이 값들이 결정되면 단위 조직의 크기인 주기가 결정된다. 반대로 주기를 측정하여 실의 단면 형상을 예측하는 것도 가능하도록 하였다. 직물을 구성하는 실단면의 장단축비인 타원도를 측정하기란 매우 어렵기 때문에 β_w 와 β_t 를 P_w 와 P_t 로 표현함으로써 여현 모델에서 가장 치밀한 경우의 각종인자를 구할 수 있다. 더구나 원반직물의 경우는 직물의 위치에 따라 직물 형태가 변하기 때문에 위치에 따른 직물 인자를 구하기 위하여는 위의 연구가 필요하다. 위의 조건을 적용할 수 있는 범위, 즉 타원의 장축 길이가 경로의 주기보다 작은 경우를 Fig.2와 같이 구하였다.

3. 원반 직물 적용

앞에서 로우빙사로 제작된 직물을 가장 실물에 가장 근접하게 모사할 수 있도록 여현 모델을 3차원화 하였고 이것을 원반 직물에 적용하여 직물 위치에 따른 위경사의 간격, 폭, 타원도, 주기를 구하였을 뿐 아니라 커버 팩터와 섬유밀도를 구하고 위치에 따른 단위 조직을 Fig.3과 같이 원반형 직물의 구조 모델링이 가능한 프로그램을 개발하였다.

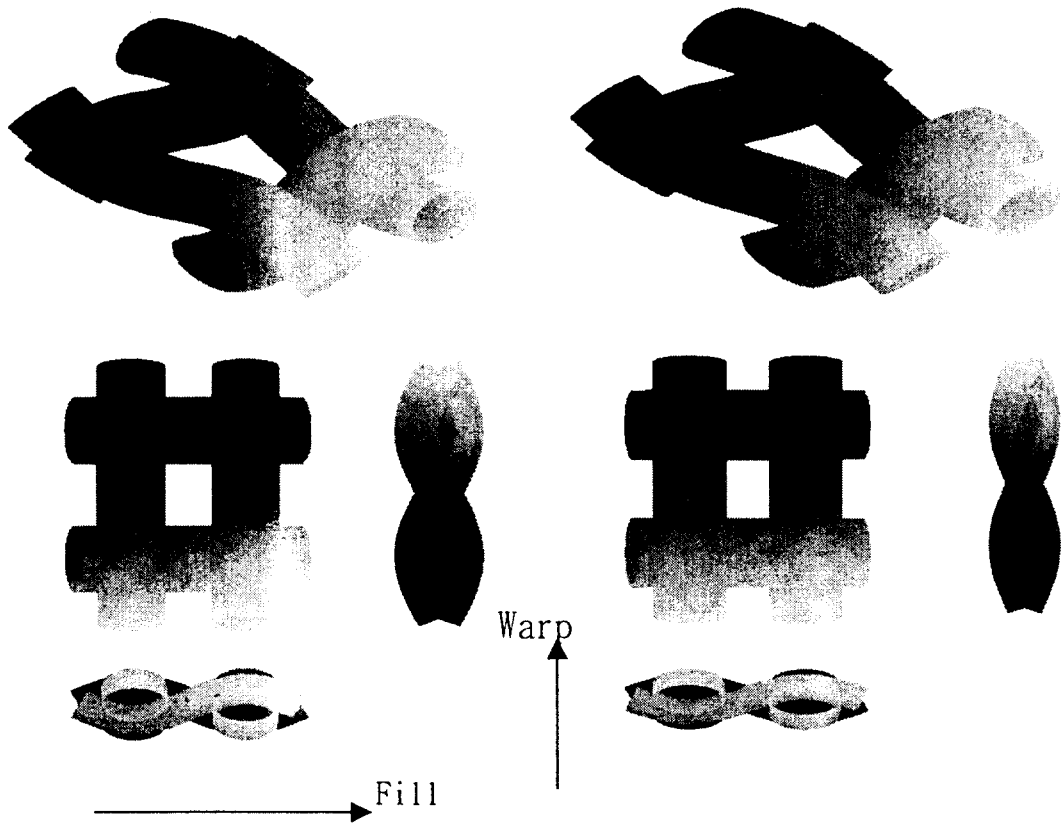


Fig. 3 Structural model for the unit cell of different circular disc-shaped woven fabric

4. 결론

2차원 직교 직물의 모델을 원반 직물에 적합하도록 3차원화하여 새로운 모델을 정립하였으며 이것을 고찰하여 적용의 한계성을 구하였다. 또한 원반 직물의 위치에 따른 직물 인자인 위경사의 밀도, 커버 팩터, 섬유 함유율을 이론적으로 구하여 보았으며 이것은 실제 직물의 기하학적 구조와 매우 유사하였다. 정립된 기하학적 구조 모델링을 응용하여 원반 직물의 탄성률, 강도 등의 기계적 특성을 예측할 수 있는 기반을 마련하였다.

Reference

1. D. V. Rosato, C. S. Grove, Jr., "Filament Winding: its development, manufacture, applications, and design", Interscience Publishers(1964)
2. Sam Salzinger, "Continuous Bias Tape Wrapping of Ablative Components", SAMPE 8th National Symposium(1965)
3. R. M. Bluck, "Performance Assurance for Oriented Fiber Ablation Components", SAMPE 8th National Symposium(1965)
4. G. W. Du and P. Popper, J. Text. Inst., 85(3), 316(1994)
5. M. Keefe, D. C. Edwards, and J. Yang, J. Text. Inst., 83(2), 185(1992)
6. M. Keefe, D. C. Edwards, and J. Yang, J. Text. Inst., 85(3), 350(1994)
7. S. G. Lee, H. S. Lee, O H. Kwon and C. W. Joo, The 4th Asian Textile Conference, Vol. 1, Taipei Taiwan, 239(1997)