

# 개선된 확산방정식에 의한 정지영상의 CCD 잡음 제거

이석호, 강문기, 박규태  
연세대학교 전자공학과  
sukho@eve.yonsei.ac.kr

## Noise removal in still images based on modified diffusion equation

Suk Ho Lee, Moon Gi Kang, Kyu Tae Park

Dept. of Electronic Engineering

Yonsei University

### 요약

본 논문에서는 영상의 잡음(noise) 제거를 위한 새로운 diffusion 모델을 제안한다. MCD 모델(mean curvature diffusion model)은 영상의 잡음 제거 때 유발 되는 경계선의 blurring을 지양할 수 있는 장점이 있는 반면에 수렴상태(convergence state)를 갖지 못한 단점을 안고 있다. 본 논문에서는 MCD 모델에 min/max switch를 결합시킴으로써 MCD 모델이 갖고 있던 문제점을 개선하였다. 제안하는 diffusion 모델은 scheme의 반복적인 적용에 대해서 실질적으로 그 결과가 더 이상 변동하지 않는 수렴상태(convergence state)를 가진 매우 안정적인 시스템이다.

### I. 서론

CCD의 특성상 CCD에 의해 기록된 영상은 신호중속적이고 비정적인 잡음을 가지게 된다. 이 잡음은 포아송의 분포를 갖는다. 이 CCD 잡음은 조명이 어두운데서 기록된 영상일수록(SNR이 작을수록) 더 뚜렷해지는데, 이는 조명이 어두운 곳에서는 감광판이 열잡음에 대해 더 민감하기 때문이다. 그러므로 선처리 과정에서 이런 CCD 잡음을 제거하는 것이 중요하다.

그러나 영상에서 잡음(noise)을 제거하는 기술은 한

가지 커다란 어려움을 안고 있다. 그것은 잡음을 제거할 때 경계선도 동시에 blurring된다는 것이다. 그러므로 경계선을 그대로 유지하면서 잡음만 제거하는 것은 중요한 연구과제 중의 하나이다. 최근에는 확산방정식(diffusion equation)을 영상의 잡음제거에 응용하려는 연구가 새롭게 각광을 받고 있다. Perona와 Malik은 영상의 그래디언트(gradient)를 계산하여 경계선을 검출한 후 gradient의 역수에 비례하여 smoothing을 하는 anisotropic diffusion equation을 제안하였다 [1]. ALM model은 경계선에 평행한 방향으로만 smoothing하는 curvature하의 flow이라는 개념을 도입하였다 [6]. Sethian은 이 flow를 조절하여주는 switch를 사용한 안정적인 diffusion 모델을 제안하였다 [4]. El-Fallah와 Gary E. Ford는 이제까지 영상 diffusion을 intensity의 diffuse로 보아오던 기존의 관점 대신에 표면(surface)을 diffuse하는 관점에서 본 MCD(mean curvature diffusion) 모델을 제안하였다 [2,3]. 이 모델에 min/max switch를 결합시킬 경우, 영상의 intensity의 curvature하에서의 flow의 개념을 surface의 등평면 윤곽선(iso-level contour)들의 flow의 개념으로 발전시킬 수 있다.

### II. MCD(mean curvature diffusion) 모델

MCD 모델은 이미지의 밝기(intensity)를  $x, y$ 축의 함수

로 본 기존의 관점 대신에 공간좌표를 도입하고, z축에 intensity를 할당한다. 즉,  $z = I(x, y)$ 이라 할 때,

$$g(x, y, z) = z - I(x, y) \text{ 로 놓았다.}$$

여기서 영상은 surface안에 함축적으로 다음과 같이 정의된다.

$$S : g(x, y, z) = 0. \quad (1)$$

gradient  $\nabla g$  는 전체 표면에서 그 값이 항상 존재하며, magnitude는 다음과 같다.

$$|\nabla g| = \sqrt{I_x^2 + I_y^2 + 1} = \sqrt{|\nabla I|^2 + 1}. \quad (2)$$

g에 의한 diffusion은 다음과 같이 모델링(modelling)된다.

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \nabla \cdot (C \nabla g). \quad (3)$$

MCD 모델에서는 diffusion coefficient를 surface gradient magnitude의 역수가 되게 하였다.

$$C = \frac{1}{|\nabla g|} = \frac{1}{\sqrt{|\nabla I|^2 + 1}}. \quad (4)$$

그럴 때 surface diffusion의 속도는 mean curvature의 두배가 됨을 증명할 수 있다. 즉,

$$\frac{\partial g}{\partial t} = 2H, \quad (\text{여기서 } H \text{는 mean curvature}) \quad (5)$$

위의 모델을 Gaussian blurred step edge에 적용할 경우, edge의 중심에서와 그 주위 얼마까지의 거리 내에서는 mean curvature가 영(zero)이어서, blurring이 나타나지 않으므로 edge를 그대로 둔 채, 잡음만 filtering하는 효과를 가져온다. 그러나 edge의 shoulder부분에서는 mean curvature가 영이 아니기 때문에 diffusion이 일어나게 된다. 따라서 iteration을 계속할 경우 영상의 경계선이 점차로 diffuse되는 결과를 가져올 것이다. 그러므로 MCD모델은 수렴상태(convergence state)나 stopping criterion을 필요로 한

다.

### III. Min/max switch를 결합시킨 모델

본 논문에서 MCD 모델에 Min/Max switch를 결합하여 수렴상태를 줌으로써 자동적으로 termination을 결정하도록 하였다. 즉, MCD모델을 다음과 같이 수정한다.

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{1}{|\nabla g|} F(2H), \quad (6)$$

여기서  $F(2H)$ 는 switch function에 의해  $F(2H) = \max(2H, 0)$  또는  $\min(2H, 0)$ 로 결정되며,  $\frac{1}{|\nabla g|}$ 는 경계선을 강조하기 위해서 첨가하였다.

(1) 등평면 윤곽선(iso-level contour)의 속도  
영상을 등평면 윤곽선(iso-level contour)들의 집합으로 보면,  $F(2H)$ 는 각 등평면 윤곽선의 normal방향으로의 속도가 된다. 결국  $F(2H)$ 는 curvature의 함수이다. curvature하에서의 등평면 윤곽선들의 flow는 윤곽선들이 사라지게 한다. 그러므로 식 (6)에서 속도 함수를  $F(2H) = 2H$ 로 놓으면, 이는 iteration이 반복될수록 영상이 blurring되는 현상을 초래한다. 그러므로 여기서는 속도함수를 switch에 의해 조절해줄 필요가 있다.

(2) min/max flow  
min/max flow하에서 영상의 등평면 윤곽선들의 움직임 살펴보면 다음과 같다.  $F(2H) = \min(2H, 0)$ 하에서의 flow는 등평면 윤곽선들의 오목한 부분이 볼록 다각형(convex hull)을 이룰때까지 밖으로 퍼지게 하는 역할을 하는 반면,  $F(2H) = \max(2H, 0)$ 하에서의 flow는 볼록한 부분이 안으로 줄어들게 하는 역할을 한다. 이 두 가지의 flow들의 조합으로서 잡음 영상은 stencil크기 이하의 모든 변동(fluctuation)이 smoothing되면서 점차로 수렴상태(convergence state)에 이르게 된다.

Flow는 threshold stencil내의 픽셀들의 intensity 평균과 stencil내의 threshold value간의 관계에 의해 결정된다. Threshold value는 stencil내의 g함수의 gradient에 수직인 방향에 있는 두 개의 끝점의 평균으로 구하여지고, 이것을 stencil내의 모든 점의 평균값과 비교하여 결정한다. 즉,

$$F_{\min/\max} = \begin{cases} \max(2H, 0) & \text{if } \text{average}(x, y) < \text{Threshold} \\ \min(2H, 0) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

이 flow하에서는 surface의 등평면 윤곽선들의 움직임이 거의 영에 가까워지므로, 실제적으로 수렴상태 (convergence state)에 이르게 된다.

#### IV. 실험 및 결과고찰

그림 1은 가우시안 잡음을 첨가한 Lena영상이고, 그림 2는 이 영상을 본 논문에서 제안한 확산 방정식 (diffusion equation)을 써서 필터링(filtering)한 영상이다. 여기서 stencil의 크기는 3×3 mask를 썼다. 만약에 더 큰 stencil을 쓰게 된다면 smoothing이 더 많이 되어 잡음이 더욱 사라지겠지만, 경계선의 blurring이 더 많이 일어날 것이다. 이를 해결하기 위해서는 intensity의 역수의 제곱에 비례하여 smoothing시키도록 모델을 수정하면 된다. 그림 2는 충분히 오랜 반복 횟수(iteration)를 거친 후의 결과 영상이며, 그림 3에서 나타난 것처럼 이 결과 영상은 점차로 수렴한다.

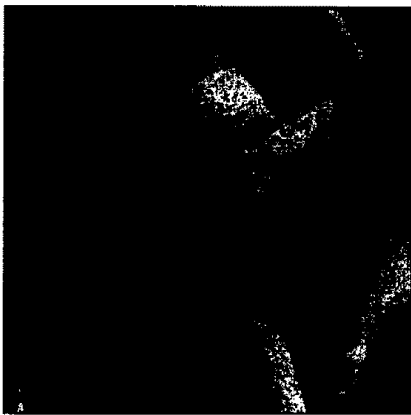


그림 1. 가우시안 잡음 영상(psnr=23.9dB)

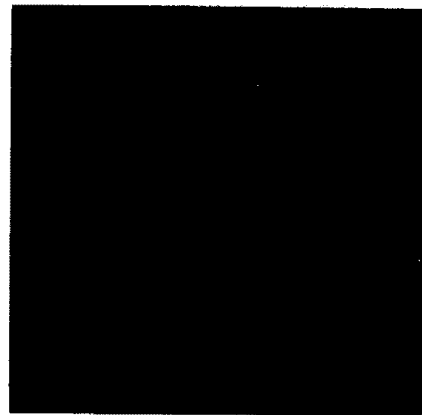


그림 2. 제안된 모델로 잡음제거된 영상(psnr=27.6dB)

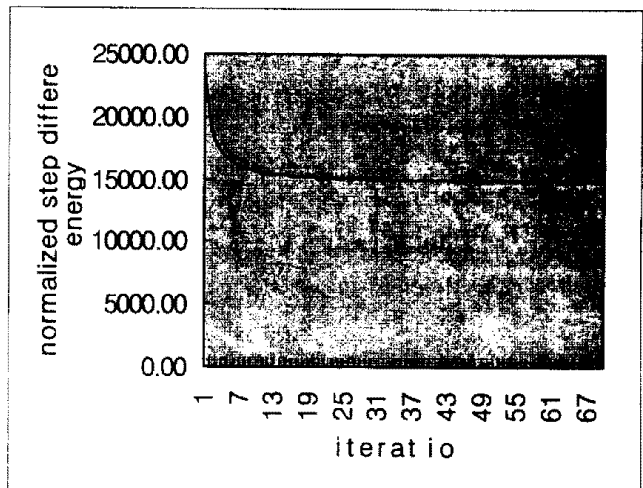


그림3. 수렴곡선 (difference energy × 10<sup>7</sup>)

#### V. 결론

본 논문에서는 표면 확산 모델 (surface diffusion model)에 min/max 스위치를 결합하여 수렴상태를 가지는 새로운 모델을 제안하였다. 본 모델이 수렴상태를 가지는 이유는 min/max flow하에서 stencil의 크기에 비해서 그 stencil내의 iso-level contour의 curvature가 작지 않을때, diffuse시켜서 잡음에 따른 변동을 줄이는데, 그 결과로 curvature가 작아지기 때

문이다.

그러므로 최종에 가서는 flow가 거의 영에 가까워져서 실질적으로 수렴상태에 이르게 되는 것이다. 본 모델에서 사용한 min/max switch는 실험결과 효과적으로 flow를 stopping하였다. 이미 이 min/max switch를 사용하여 curvature flow외에도 affine invariant flow [10]등 여러 diffusion equation에 결합시킨 연구들이 인상적인 결과를 보여준 바, 차후에 이 switch에 대한 보다 분석적인 연구가 기대된다.

#### 참고문헌

- [1] Pietro Perona and Jitendra Malik, "Scale-Space and Edge detection using anisotropic diffusion," IEEE PAMI

vol. 12, No. 7, pp. 629-639, July 1990.

[2] Adel I. El-Fallah and Gary E. Ford, "Nonlinear adaptive image filtering based on inhomogeneous diffusion and differential geometry," in Proc. SPIE vol. 2182, pp. 49-63 1994.

[3] Adel I. El-Fallah and Gary E. Ford, "Mean Curvature evolution and surface area scaling in image filtering," IEEE Trans. Image Processing, vol. 6, No. 5, pp.750-753, May 1997.

[4] R. Malladi and J. A. Sethian, "Image Processing:Flows under Min/Max curvature and mean curvature," Graphic. Models Image Processing, vol. 58, No. 2, pp. 127-141, Mar. 1996

[5] R. Malladi and J. A. Sethian, "A unified approach to noise removal, image enhancement, and shape recovery," IEEE Trans. Image Processing, vol. 5, No 11, .pp. 1554-1567, november 1996.

[6] L. Álvarez, P. L. Lions, and J. M. Morel, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion II," SIAM J. Numer. Anal. vol. 29, No. 3, pp. 845-866, 1992.

[7] S. Osher and J.A. Sethian, "Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulation," J. Computational Phys. vol. 79, pp.12-49, 1988.

[8] B. Romydy, Ed., Geometry driven diffusion in computer vision, Boston, MA :Kluwer, 1994.

[9] A. Witkin, "Scale-space filtering," in Joint Conf. Artificial Intelligence, Karlsruhe, West Germany, pp. 1019-1021, 1983.

[10] G. Sapiro and A. Tannenbaum, "Area length preserving geometric invariant scale-spaces", Proceedings, Third Conference on information Sciences and Systems, Johns Hopkins University, March 1993.