

# Two-ray 시간선택성 레일레이 페이딩 채널상에서 DPSK 신호의 성능분석

이 종열†, 정 영모‡, 이 상욱†

†서울대학교 전기공학부

‡한성대학교 정보전산학부

## PERFORMANCE ANALYSIS OF DPSK SIGNAL ON THE TWO-RAY TIME-SELECTIVE RAYLEIGH FADING CHANNEL

Jong Youl Lee†, Young Mo Chung‡, and Sang Uk Lee†

†Signal Processing Lab., School of Electrical Eng., Seoul Nat'l Univ.

‡School of Information and Computer Eng., Hansung Univ.

### 요약문

본 논문에서는 two-ray 시간선택성 레일레이 페이딩 채널상에서 DPSK 신호를 차동검출(differential detection)할 때 심볼에러율을 분석한다. 현재까지 수행된 많은 연구는 주파수선택성 페이딩 채널 및 단일 경로 시간선택성 페이딩 채널을 대상으로 하였고, 다경로 시간선택성 페이딩 채널을 대상으로 한 예는 극히 드물다. 또한 다경로 시간선택성 페이딩 채널을 가장 간단히 모델링 할 수 있는 two-ray 페이딩 채널에 대한 연구도 지금까지 수행된 예가 극히 적다. 본 논문에서는 심볼에러율의 형태에 따라 수신신호들간의 관계를 세가지 그룹으로 나눈 후 각각의 경우에 대하여 위상 옵셋값을 계산하는 방식을 취하였다. 이와 같이 계산된 위상옵셋과 신호대 잡음비를 인자로 하여 차동검출된 신호가 가지는 위상의 확률밀도함수를 계산하고 이 함수를 이용하여 심볼에러율을 계산하였다. 결과로부터 two-ray 페이딩 채널의 특성을 결정짓는 지연시간과 지연신호의 전력이 증가함에 따라 위상 옵셋값 및 에러율이 모두 증가하는 것을 확인하였다.

## 1 서론

이동통신 시스템은 제1세대 아날로그 셀룰러 방식의 Advanced Mobile Phone System (AMPS)에서 출발하여 현재는 제2세대 디지털 셀룰러 시스템을 거쳐 Personal Communications Services (PCS)의 시대로 진입하였다. 제2세대 이동통신 시스템으로 접어들면서 전세계적으로 서로 다른 많은 표준 규격이 결정되었다 [1].

그러나 현재 이동 통신 시스템은 국가별·지역별로 서로 달라 국가간·지역간 호환성이 결여되어 있어, 단말기를 특정 지역내에서만 사용할 수 있다는 불편한 점이 있다. 따라서 세계 각국에서는 ITU를 중심으로 전세계적인 호환성을 목표로 하는 차세대 공중 육상 이동통신 시스템인 International

Mobile Telecommunication-2000 (IMT-2000)이 규약을 정하기로 합의하였다 [2].

IMT-2000은 다경로 전송 및 이동국(mobile station)의 움직임으로 인한 페이딩 현상을 함께 고려하고 있다. 이동통신에서 송신파는 건물이나 지형 등에 의한 반사로 인하여 여러 경로로 수신기에 도달하게 된다. 따라서 다경로 전송으로 인한 페이딩이 발생하게 되며, 이러한 채널에서는 송신파의 전송율이 높아지면 인접한 심볼간의 간섭(ISI: intersymbol interference)이 더욱 크게 발생하여, 수신신호는 심하게 왜곡된다. 다경로 전송이외에 페이딩에 가장 큰 영향을 미치는 요소는 이동국의 움직임이다. 기지국(base station)과 이동국 사이의 움직임의 변화는 각 경로마다 서로 다른 도플러 편이(Doppler shift) 현상을 야기하게 되고, 이로 인하여 반송파의 주파수 성분이 변화된다. 주파수 성분의 변화 정도는 이동국의 속도와 반송파의 주파수 그리고 이동국과 기지국 사이의 상대적 위치에 의해 결정된다 [3, 4]. 이와 같은 IMT-2000의 채널 환경으로 인하여, IMT-2000의 변조 방식은 페이딩에 대한 강인성을 가져야 할 필요가 있다. 최근 United States Digital Cellular (USDC) 시스템의 변조 기법으로 채택된  $\pi/4$ -Differential Quadrature Phase Shift Keying ( $\pi/4$ -DQPSK) 방식은 페이딩에 강인하고 동기화 회로를 간단히 할 수 있다는 장점이 있다.

현재까지 주파수선택성 페이딩 채널 및 단일경로 시간선택성 페이딩 채널상에서 DPSK 신호의 성능분석 결과는 많이 발표된 바 있다 [5-7]. 또한 two-ray 시간선택성 페이딩 채널상에서 QPSK 신호의 동기식 검출(coherent detection)을 수행한 경우 에러율을 계산한 예가 있다 [8]. 그러나 IMT-2000 채널 모델과 같이 다경로 시간선택성 페이딩 채널을 대상으로 DPSK 신호를 차동검출을 하였을 때 성능 분석이 수행된 연구 결과는 거의 찾아볼 수 없다.

따라서 본 논문에서는 다경로 시간선택성 페이딩 채널상에서 DPSK 신호를 차동검출을 하였을 때 에러율을 분석한다. 특히 IMT-2000 채널은 주경로(main path)와 가장 짧은 시간지연을 갖는 부경로(sub path)가 채널의 주된 요소로서 작용하고 나머지 경로의 영향은 미미하므로 two-ray 시간선택성 페이딩 채널로 간단히 모델링 할 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 주경로 및 단일 부경로가 존재하는 two-ray 시간선택성 페이딩 채널을 분석환경으로 한다.

본 연구는 (주)대우전자의 위탁 연구인 "Wireless 및 ATM 망을 위한 견실한 영상 부호화 기법 연구" 지원으로 이루어졌습니다.

## 2 채널모델 및 시스템 구조

DPSK 신호  $s(t)$ 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} c_i u(t - iT) \quad (1)$$

여기서  $u(t)$ 는 성형펄스로서 다음과 같이 정의된다.

$$u(t) = \begin{cases} \sqrt{1/T} & , 0 \leq t \leq T \\ 0 & , \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

여기에서  $T$ 는 심볼주기를 나타내고,  $c_i$ 는 지연 인코딩 된 신호 소스 심볼  $\alpha_i$ 와는 다음 관계를 갖는다.

$$c_i = c_{i-1}\alpha_i \quad (3)$$

또한  $c_i$ 는 M-ary DPSK 신호이므로 다음과 같은 심볼값을 가질 수 있다.

$$c_i \in \left\{ \exp(j \frac{2\pi m}{M}), m = 0, 1, \dots, M-1 \right\} \quad (4)$$

채널은 시간지연이 없는 주경로와  $\tau$ 의 시간지연을 갖는 부경로로 구성된 two-ray 페이딩 채널로 가정한다. 각각의 경로는 시간에 따라 변화하는 시간 선택성 페이딩 채널이며 진폭은 레일레이 분포를 갖는다. 이러한 채널의 임펄스 응답은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$h(t; \tau) = a(t)\delta(t) + b(t)\delta(t - \tau) \quad (5)$$

여기에서  $\tau$ 는 절대적인 지연시간값이 아닌  $T$ 에 대하여 정규화된 값이다. 따라서 실제값은  $\tau T$ 를 의미한다. 그림 1에 식 (5)에서 사용한 채널의 블럭선도를 도시하였다. 식 (5)에서  $a(t)$ 와  $b(t)$ 는 각각 주경로의 진폭 및 위상의 변화를 나타내는 복소 가우시안 랜덤 프로세스이고,  $|a(t)|$ 와  $|b(t)|$ 는 각각 레일레이 분포를 갖는다. 따라서 백색 가우시안 잡음을 고려하면, 수신단 입력신호는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} r(t) &= h(t; \tau) * s(t) + z(t) \\ &= a(t)s(t) + b(t)s(t - \tau) + z(t) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (6)에서  $*$ 는 컨볼루션 적분을 의미하며,  $z(t)$ 는  $2N_0$ 의 단면전력밀도합수를 갖는 가산 백색 가우시안 잡음을 나타낸다.

수신단에서는 AWGN 채널에서 최적의 수신기로 알려진 정합필터를 사용한다. 성형 펄스의 형태가 식 (2)와 같으므로 정합필터 역시  $u(t)$ 와 동일하게 된다. 그림 2에 의하면 정합필터를 통과한 신호를  $nT$  시간에 표본화를 한 값  $r_n$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$r_n = a_n c_n + b_n(1 - \tau)c_n + b_n c_{n-1} + z_n \quad (7)$$

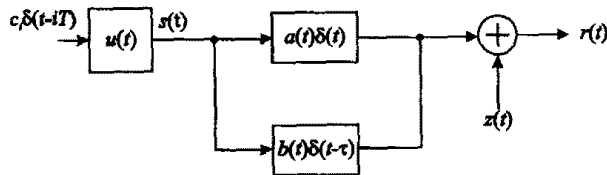


그림 1: Two-ray 시간선택성 레일레이 페이딩 채널 블럭선도

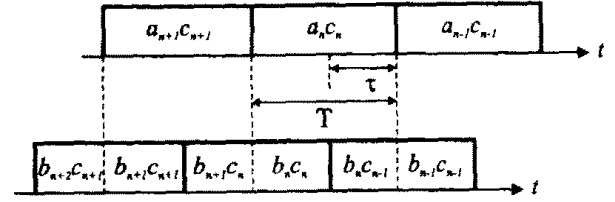


그림 2: 시간 지연 신호에 의한 간섭의 형태

위식에서  $r_n$ ,  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $z_n$ 은 각각  $r(nT)$ ,  $a(nT)$ ,  $b(nT)$ ,  $z(nT)$ 를 나타낸다.

## 3 위상 옵셋의 계산

이 절에서는 채널의 임펄스응답에 의한 검출신호의 위상옵셋의 크기를 계산한다. 따라서 가우시안 잡음의 영향은 배제하기로 한다. 수신단에서는 수신기로서 차동검출 방식을 사용한다. 차동검출된 신호  $v_n$ 은 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$v_n = r_n \cdot r_{n-1}^* \quad (8)$$

위식에서  $r_{n-1}^*$ 은  $r_{n-1}$ 의 켈레복소수이다. 각각은 DPSK 신호이므로,  $v_n$ 의 위상인  $\arg\{v_n\}$ 을 구하면 원하는  $\alpha_n$ 의 위상을 구할 수 있다.

채널의 영향 및 차동검출의 영향에 의해 소스 데이터  $\alpha_n$ 을 검출하는데 영향을 미치는  $c_n$ 의 심볼열의 개수는  $c_{n-2}$ ,  $c_{n-1}$ ,  $c_n$ 의 세개이고, 만일 심볼이  $\pm 1$ 의 값을 갖는 이진신호라고 가정하면 총  $2^3 = 8$ 개의 심볼열의 패턴이 가능하다. 이 중 1과  $-1$ 은 서로 바꾸어 생각할 수도 있으므로 실제 의미있는 심볼열의 패턴은 총 4개가 된다. 각 패턴은  $\{1, 1, 1\}$ ,  $\{1, -1, 1\}$ ,  $\{1, 1, -1\}$ ,  $\{1, -1, -1\}$ 이다. 이러한 패턴은  $\alpha_n$ 의 값에 따라 세가지 경우로 나누어 구할 수 있다. 소스 심볼  $\alpha_n$ 이  $\{1, 1, 1, \dots\}$ 의 형태로 생성되는 경우  $c_n$ 은  $\{1, 1, 1, \dots\}$ 의 패턴을 갖게 되고,  $\alpha_n$ 이  $\{-1, -1, -1, \dots\}$ 의 형태인 경우  $c_n$ 은  $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$ 의 패턴을 갖는다. 만일  $c_n$ 이  $\{1, 1, 1, \dots\}$ 의 패턴으로 주어진다면  $r_n$ 과  $r_{n-1}$ 은 각각 다음과 같이 구할 수 있고

$$\begin{cases} r_n = \{a_n + b_n\}c_n \\ r_{n-1} = \{a_{n-1} + b_{n-1}\}c_n \end{cases} \quad (9)$$

$c_n$ 이  $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$ 의 패턴으로 주어진다면  $r_n$ 과  $r_{n-1}$ 은 각각 다음과 같다.

$$\begin{cases} r_n = \{a_n + (1 - 2\tau)b_n\}c_n \\ r_{n-1} = -\{a_{n-1} + (1 - 2\tau)b_{n-1}\}c_n \end{cases} \quad (10)$$

식 (9)와 식 (10)에 나타난 채널 성분  $a_n + b_n$ 과  $a_n + (1 - 2\tau)b_n$ 은 각각 다음과 같이 진폭과 위상의 두개항으로 나누어 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} a_n + b_n = R_n e^{j\theta_n} \\ a_n + (1 - 2\tau)b_n = R_m e^{j\theta_m} \end{cases} \quad (11)$$

만일 한 심볼주기 안에서 채널의 변화가 거의 없다고 가정하면, 즉  $a_n \approx a_{n-1}$ ,  $b_n \approx b_{n-1}$ 이라면 식 (9)와 식 (10)에 의해 검출된  $v_n$ 의 위상은 0으로 상쇄된다.

마지막 세번째 경우로서  $\alpha_n$ 이  $\{1, -1, 1, -1, \dots\}$ 의 형태를 갖는 경우  $c_n$ 은  $\{1, 1, -1\}$ 과  $\{1, -1, -1\}$ 의 두가지 패턴

을 갖는다.  $\alpha_n$ 이  $-1$ 인 경우에는  $r_n$ 과  $r_{n-1}$ 은 다음과 같이 구할 수 있고

$$\begin{cases} r_n = \{a_n + (1-2\tau)b_n\}c_n \\ r_{n-1} = -\{a_{n-1} + b_{n-1}\}c_n \end{cases} \quad (12)$$

$+1$ 의 경우에는 식 (12)의 두항이 바뀌어 나타나는 유사한 형태를 갖는다. 이 경우  $v_n$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$v_n = r_n r_{n-1}^* = -R_n R_{n-1} e^{j(\theta_m - \theta_{n-1})} \quad (13)$$

$a_n + (1-2\tau)b_n$ 의 위상을  $\theta_m$ ,  $a_{n-1} + b_{n-1}$ 의 위상을  $\theta_n$ 이라 하면, 그림 3에 의하여 검출된 위상 음셋  $\theta_x = \theta_m - \theta_n$ 은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\cos \theta_x = \frac{(a + (1-2\tau)b) \cdot (a + b)}{|a + (1-2\tau)b||a + b|} \quad (14)$$

위식에서  $a \cdot b$ 는  $a$ 와  $b$ 의 내적을 의미한다.  $\theta_b = 0$ ,  $|a| = 1$ 로 가정하면,  $\cos \theta_x$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \cos \theta_x &= f(|b|, \tau, \theta_a) = & (15) \\ & \frac{1 + (1-2\tau)|b|^2 + 2(1-\tau)|b| \cos \theta_a}{\sqrt{1 + (1-2\tau)^2|b|^2 + 2(1-2\tau)|b| \cos \theta_a}} \\ & \frac{1}{\sqrt{1 + |b|^2 + 2|b| \cos \theta_a}} \end{aligned}$$

위식에서  $\theta_b = 0$ 으로 가정하였으므로  $\theta_a$ 는 실제값이 아니라  $\theta_b$ 와의 차이값이다.  $\theta_a$ 는  $0 \sim 2\pi$ 에서 균일 분포를 가지므로, 위상 음셋  $\theta_x$ 는  $\theta_a$ 를 평균하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\theta_x = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^{-1}(f(|b|, \tau, \theta_a)) d\theta_a \quad (16)$$

## 4 검출 신호 위상의 분포

앞절에서는 가우시안 잡음이 존재하지 않는 경우에 채널의 임펄스 응답에 의하여 발생하는 위상음셋의 형태에 관하여 고찰하였다. 본절에서는 가우시안 잡음이 존재하는 경우 검출된 신호가 가지는 위상의 확률밀도함수를 구한다. 식 (12)로

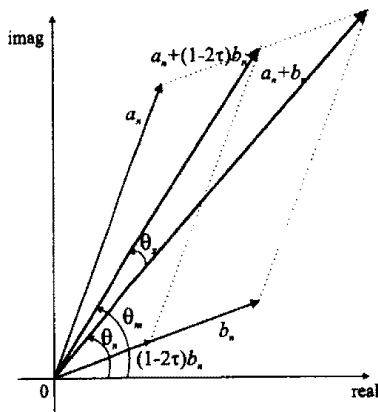


그림 3: 시간 지연 신호에 의한 위상 음셋의 생성

부터  $r_n$ 과  $r_{n-1}$ 은 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{cases} r_n = \{a_n + b_n\}c_n + N_n \\ r_{n-1} = \{a_{n-1} + (1-2\tau)b_{n-1}\}c_n + N_{n-1} \end{cases} \quad (17)$$

$N_n$ 은 가우시안 잡음을  $nT$  시간에 표본화 한 값으로  $E\{|N_n|^2\} = 2N_0$ 의 분산값을 갖는다. 이때  $v_n$ 은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} v_n &= V_n \cos \theta_x & (18) \\ &+ Re\{\{a_n + b_n\}N_{n-1}^* + \{a_{n-1} + (1-2\tau)b_{n-1}\}^* N_n\} \\ &+ j[V_n \sin \theta_x \\ &+ Im\{\{a_n + b_n\}N_{n-1}^* + \{a_{n-1} + (1-2\tau)b_{n-1}\}^* N_n\}] \\ &= X + jY \end{aligned}$$

위식에서  $V_n = |a_n + b_n||a_{n-1} + (1-2\tau)b_{n-1}|$ 이고,  $\theta_x$ 는 식 (16)에서 구한값이다.

식 (18)로부터  $v_n$ 의 위상  $\theta_v$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$\theta_v = \tan^{-1}(Y/X) \quad (19)$$

또한, [3]에 의하여  $\theta_v$ 의 확률밀도함수는 다음과 같이 계산된다.

$$p(\theta_v) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{m^2}{2\sigma^2}} \left(1 + \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma} m \cos(\theta_v - \alpha) e^{\frac{m^2}{2\sigma^2}} \cos^2(\theta_v - \alpha)\right) \quad (20)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{2m \cos(\theta_v - \alpha)}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

위식에서  $m$ 과  $\alpha$ 는 각각 다음과 같이 정의되는 값이다.

$$\begin{cases} m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} \\ \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{m_y}{m_x}\right) \end{cases} \quad (21)$$

여기서  $m_x$ 와  $m_y$ 는 각각  $X$ 와  $Y$ 의 평균을 의미하고,  $\sigma$ 는  $X$  및  $Y$ 의 표준편차를 의미하는 값이다. 따라서,  $\sigma$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\sigma^2 = 2N_0(|a_n|^2 + (1-2\tau + 2\tau^2)|b_n|^2) \quad (22)$$

그러므로, 식 (20)으로 부터 심볼에러율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_e = 1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p(\theta) d\theta \quad (23)$$

## 5 결과 및 검토

그림 4에 식 (16)에서 계산된  $\tau$  및  $|b|$ 의 크기에 따른  $\theta_x$  값의 변화를 도시하였다. 그래프에서  $x$ 축은  $|b|$ 의 크기를 나타내며,  $y$ 축은  $\tau$ 의 크기,  $z$ 축은  $\theta_x$ 값을 나타낸다. 부경로의 시간 지연  $\tau$  및 부경로의 전력  $|b|$ 가 증가함에 따라 비례적으로  $\theta_x$ 가 증가함을 알 수 있다. 그런데,  $\theta_x$ 의 증가는 위상의 확률밀도함수가 원하는 범위를 벗어나는 확률의 증가를 의미하므로  $\tau$  및  $|b|$ 가 증가할수록 심볼에러율이 증가함을 관찰할 수 있다.

그림 5에는 식 (20)에서 계산된 확률밀도함수가  $\tau$  및  $|b|$ 의 크기에 따라 변화하는 모습을 보여주고 있다. 앞의 결과에서 제시한 바와 같이  $\tau$  및  $|b|$ 의 증가는  $\theta_x$ 의 증가를 의미하고 따라서  $\tau$  및  $|b|$ 가 증가함에 따라 그래프가 점차 오른쪽으로 이

상하는 모습을 보인다. 확률밀도함수가 0 이외의 값을 갖는 폭은 가우시안 잡음의 분산값이 결정을 한다. 가우시안 잡음의 분산이 커질수록 폭이 넓어지게 되어 에러가 발생할 확률이 높아진다. 그림 5는  $E_b/N_0$ 를 20dB로 고정시킨 경우이다.

그림 6은  $\tau$ 를 고정시켰을때,  $E_b/N_0$ 와  $|b|$ 의 크기에 따른 심볼에러율의 변화를 보여준다. 가로축은  $E_b/N_0$ 를 dB 단위로 나타낸 것이고, 세로축은 심볼에러율을 로그단위로 나타낸 것이다. 그리고,  $\tau = 0.9T$ 를 기준으로 하였고  $|b|$ 를 0.1|a|, 0.5|a|, 0.9|a|로 변화시켜 가면서 결과를 도시하였다. 앞서 설명한 바와 마찬가지로  $|b|$ 가 증가할수록 심볼에러율이 높아지는 모습을 보이고 있다. 즉,  $|b|$ 의 증가는 간섭신호의 크기 증가를 의미하게 되어 에러율의 상승을 가져온다.

다음 그림 7에는  $E_b/N_0$ 를 고정시키고  $\tau$  및  $|b|$ 를 변화시켰을때 심볼에러율의 변화결과를 제시하였다. 가로축은  $\tau/T$  값을 나타내며 세로축은 심볼에러율을 나타낸다.  $|b|$ 는 0.7|a|, 0.9|a|를 대상으로 하였는데 그림 6의 결과와 마찬가지로  $|b|$ 가 커질수록 심볼에러율이 높아지는 모습을 보인다. 또한  $\tau/T$ 가 커질수록 간섭신호의 크기가 커지게 되므로 심볼에러율이 증가하게 된다.

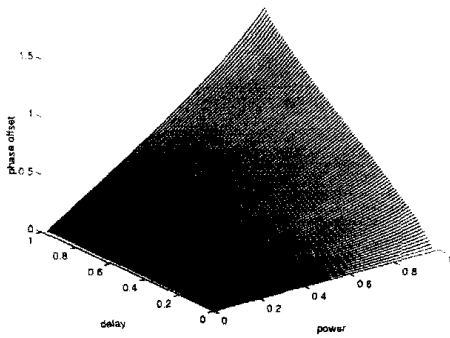


그림 4: 지연시간 및 지연신호의 크기에 따른 위상 오프셋의 변화

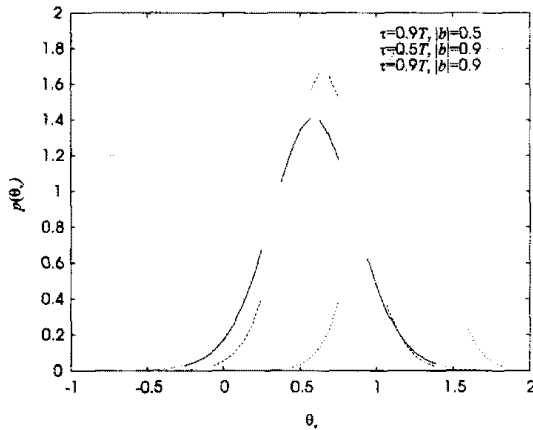


그림 5: 지연시간 및 지연신호의 크기에 따른 수신신호 위상의 확률밀도함수

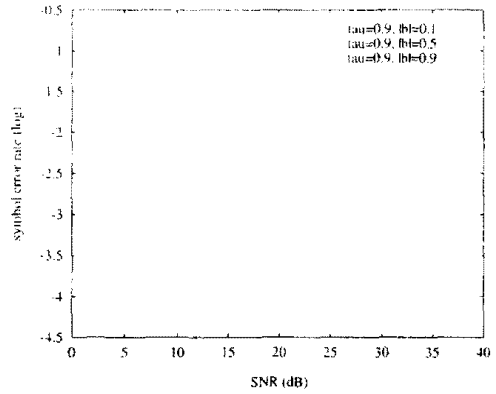


그림 6:  $E_b/N_0$ ,  $\tau$ ,  $|b|$ 에 따른 심볼에러율

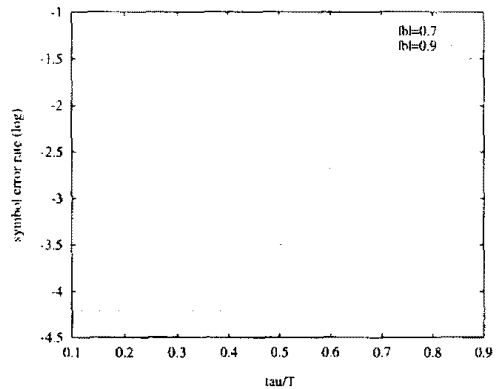


그림 7:  $\tau$ ,  $|b|$ 에 따른 심볼에러율

## 6 결론

본 논문에서는 two-ray 시간선택성 레일레이 페이딩 채널상에서 DPSK 신호를 차동검출하였을 때 심볼에러율을 분석하였다. 심볼은 이진인 경우를 대상으로 하였으며, 심볼열의 형태를 세가지로 나누어 각각의 경우에 two-ray 페이딩 채널의 간섭에 따른 위상 오프셋값을 계산하였다. 이진데이터의 심볼열이 1 - 1 1 - 1 ... 1 - 1의 형태를 나타내는 경우에 위상 오프셋값이 가장 커지는 결과를 보여주었다. 이와 같이 계산된 위상 오프셋과 가우시안 잡음의 분산을 인자로 하여 차동검출된 신호의 위상의 확률밀도함수를 계산하고 이로부터 심볼에러율을 계산하였다. 결과로부터  $\tau$  및  $|b|$  값의 증가는 위상 오프셋값의 증가로 반영되었고, 심볼에러율 역시 증가하는 모습을 확인하였다.

## 7 References

- [1] R. Kuruppillai, M. Dontamsetti and F. J. Cosentino, *Wireless PCS*, McGraw-Hill: International Ed.
- [2] International Telecommunication Union, Radio Communication Study Groups. *Guidelines for Evaluation of Radio Transmission Technologies for FPLMTS*, ITU-R, Apr. 1996.
- [3] J. G. Proakis, *Digital Communications*, 2nd Ed. McGraw-Hill : New York, 1989.

- [4] T. S. Rappaport, *Wireless Communications*, Prentice-Hall : New Jersey, 1996.
- [5] L. J. Mason, "Error probability evaluation for systems employing differential detection in a Rician fast fading environment and Gaussian noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp. 39-47, Jan. 1987.
- [6] L. J. Mason, "An error probability formula for M-ary DPSK in fast Rician fading and Gaussian noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-35, pp. 976-978, Sept. 1987.
- [7] A. Neul, "Bit error rate for 4-DPSK in fast Rician fading and Gaussian noise," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 37, pp. 1385-1387, Dec. 1988.
- [8] J. E. Mazo, "Exact matched filter bound for two-beam Rayleigh fading," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, pp. 1027-1030, July 1991.