

헬리컬 기어장치의 수명 및 신뢰성에 관한 연구

김하수(전북대 대학원), 강희용, 양성모(전북대 기계공학부)

A Study on the life and reliability of helical gear system

H.S. Kim(Graduate School, Cheonbuk Univ.), H.Y. Kang, S.M. Yang (Cheonbuk Univ.)

Abstract

Helical gear system is utilized to transmit motion between parallel shafts. The axial thrust loads on the shafts are existed. On each of the support shafts, at least one of the bearings should be able to support the axial loads. The reliability and life analysis are based on the two-parameter Weibull distribution lives of the component gears and bearings. The computer calculates the system lives and dynamic capacities of the components and their system. The system life is defined as the life of the component or the helical gear system at an output torque at which the probability of survival is ninety percent.

Keyword : Helical gear system (헬리컬 기어 장치), Reliability and life (신뢰성과 수명), Weibull distribution (와이블 분포), Dynamic capacity (동적 용량), Probability of survival(잔존확률)

1. 서 론

기어는 감속과 동력 전달을 목적으로 오래 전부터 사용되어 왔으며, 다른 것에 비하여 전동성능이 확실하고 부품점수가 적어 콤팩트할 뿐만 아니라 코스트의 면에서도 월등히 유리한 점을 가지고 있다. 이런 이유로 자동차의 수동·자동 변속기에 수많은 기어가 사용되는 것을 비롯하여 철도, 건설기계, 인쇄기계, 운반기계 등 거의 모든 기계에서 기어에 의한 증감속을 하고 있는 것이 오늘날의

현실이다.

이와 같이 기어는 많은 용도에 사용되고 있으나 최근, 기계의 고성능화가 진전됨에 따라서 종래의 기어와는 다른 성능이 요구된다. 저소음, 저진동, 원활한 운동전달이 가능한 고급품질의 기어가 요구되고 있으며, 특히 헬리컬 기어장치가 여기에 속한다. 기계가 가속화 대마력화됨에 따라 동력전달장치로서의 기어는 점점 소형화 고속화와 함께 고부하사용에도 견디는 것이 요구되기에 이르렀다.

Coy, Townsend 및 Zaretsky¹⁾⁻⁴⁾ 와 Lewicki⁵⁾들은 치차 이빨의 신뢰성 모델을 연구하였으며, 치차 이빨의 피치점 근처에서의 피팅(pitting)이 파손 현상을 야기한다는 사실을 주장하였다. 그러나 이 모델에서는 이뿌리에서의 굽힘 파손(bending failure)은 치차 이빨 수명에 영향을 주지 않도록 충분한 강도를 갖고 설계되었다는 가정을 하고 있다.

이 및 최⁶⁾는 단성영역에서 마찰을 고려한 수직하중과 접선하중이 동시에 작용 하는 경우의 일반적인 접촉 문제를 효과적으로 해석할 수 있는 범용 산법을 제시하였다. 정 및 Kubo⁷⁾는 설계 및 손상 진동 소음 트러블 슈팅에 주목하여 치차 장치 엑스퍼트 시스템 개발에 필요한 데이터 베이스의 구축 및 구동에 대하여, 또 데이터 베이스의 유효한 이용법에 대하여 추구하였으며, 정 및 김^{8),9)}은 동력전달용 컴퓨터를 이용한 치차설계 시스템을 개발하였다.

그러나 기어의 강도설계 등은 많은 연구가 이루어져 왔음에도 불구하고, 헬리컬 기어와 베어링을 시스템으로 하는 헬리컬 기어장치에 대하여 각 부품과 시스템 전체와의 수명해석은 미흡한 실정이다. 본 연구는 Fig. 1과 같은 헬리컬 기어장치를 사용하는 동안 만족스럽게

작동할 확률로써 신뢰성 방법을 응용하여 최소한의 비용으로 시스템의 가용도를 높이며 수명의 정확한 추정을 통하여 손쉽게 설계에 이용할 수 있는 헬리컬 기어장치의 기초 설계 시스템을 연구한다.

2. 형상과 하중

2-1. 헬리컬 기어

헬리컬 기어의 형상에 대하여 정의된 많은 입력들이 있다. Fig. 2는, 기어 물림의 해석에 요구되는 형상으로 헬리컬을 위에서 보았을 때를 나타낸 것으로 선ab와 선cd는 피치면에서 취한 두 개의 인접한 헬리컬 이빨의 중심선을 나타낸 것이고, 각 ψ 는 비틀림각, 거리ac는 가로축의 원주피치 P_t , 거리ae는 법선 원주피치 P_n 이고 다음과 같은 관계가 있다.

$$P_n = P_t \cos \psi \quad (1)$$

법선방향에서 압력각 ϕ_n 은 이가 각을 이루기 때문에 회전방향에서 압력각 ϕ_t 와 다르다. 이들관계는 다음과 같다.

$$\cos \psi = \frac{\tan \phi_n}{\tan \phi_t} \quad (2)$$

Fig. 3은 헬리컬 기어 이에 작용하는 하중을 나타낸 것이다. 하중의 작용점은 피치면과 기어치면 중심에 있다. 그러므로 부터, 전체 하중 W 의 세 방향 성분은 다음과 같다.

$$W_r = W \sin \phi_n \quad (3)$$

$$W_t = W \cos \phi_n \cos \psi \quad (4)$$

$$W_a = W \cos \phi_n \sin \psi \quad (5)$$

여기서 W 는 전체하중, W_r 은 반경방향 성분의 하중, W_t 는 접선방향 성분의 하중, W_a 는 축 방향 성분의 하중을 나타낸다.

일반적으로 W_t 가 주어지고 다른 하중들을 구하게 되므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$W_r = W_t \tan \phi_t \quad (6)$$

$$W_a = W_t \tan \psi \quad (7)$$

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi} \quad (8)$$

2-2. 베어링

기어를 지지하는 베어링의 배치는 일반적으로 스트레들(straddle)과 오버행(overhung)으로 구성되며, 기어에 작용한 세 방향의 하중은 두 개의 베어링에 의해 지지되고 각축상의 한 베어링은 헬리컬 기어에 의해 생성되는 축방향 하중을 지지하기 위해 추력 베어링이 쓰이는 것으로 한다.

두 베어링 A, B에 작용하는 하중은 Fig. 4에서 보는바와 같이 스트레들의 경우 (+ ω)를 오버행의 경우 (- ω)를 대입하여 다음 식으로 정리할 수 있다.

$$F_{ax} = W_a \quad (9)$$

$$F_{ay} = \frac{b W_r + r W_a}{\pm a + b} \quad (10)$$

$$F_{az} = \frac{b}{\pm a + b} W_t \quad (11)$$

$$F_{by} = \frac{\pm a W_r - r W_a}{\pm a + b} \quad (12)$$

$$F_{bz} = \frac{\pm a}{\pm a + b} W_t \quad (13)$$

3. 수명과 신뢰성

반복 하중으로 인한 표면 피팅 피로가 구성 요소에 대한 파손 형태이다. 구름 요소인 베어링과 기어에 부하된 표면은 수없이 반복되는 하중에 의하여 표면 피팅이 발생하고 이로 인하여 파손된다. 부하된 하중으로 파손된 반복 하중 수의 관계로부터 파손을 예측하기 위한 모델이 Lundberg-Palmgren 모델이다. 이들은 베어링의 신뢰성 R 의 역수의 로그가 요소의 수명 l 과 몇몇 응력 계수와 비례한다고 가정하였다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R} \right) \sim \tau_0^c z_0^{-h} V l^b \quad (14)$$

응력과 크기 인자를 포함한 두 계수 와이블 분포에 대한 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R} \right) = \left(\frac{l}{\theta} \right)^b \quad (15)$$

여기서 b 는 와이블 지수이고 θ 는 분포의 특성 수명을 나타낸다. 90% 잔존확률 수명 l_{10}

의 향으로 두 계수 와이블 분포로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R} \right) = \text{Ln} \left(\frac{1}{0.9} \right) \cdot \left(\frac{l}{l_{10}} \right)^b \quad (16)$$

식(16)의 관계로부터 신뢰성에 대한 수명은 특정 하중에 대한 것으로 l_{10} 수명을 구한다. 이 하중 F 는 요소의 동적 용량 C 와 관계가 있다.

$$l_{10} = \left(\frac{C}{F} \right)^P \quad (17)$$

기어 이의 파손은 베어링의 파손과 유사하다. 기어 이의 표면 피팅 파손만을 고려하여 기어 이의 수명과 신뢰성은 정확한 연속 확률 법칙으로 나타낼 수 있는데, 이는 기어의 고속 회전과 떨어진 파편의 효과에 의해 나타난다. 어떤 하나의 이가 파손되면, 여기서 생긴 파편은 다른 이의 파손을 가속화할 수 있다. 그러므로 기어의 신뢰성 R_g 는 기어에서 각 이의 신뢰성 R_i 들의 곱으로 나타낸다.

$$R_g = R_i^{N_g} \quad (18)$$

식(18)을 수명의 관계로 식(16)에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$l_{10.g} = \left(\frac{1}{N_g^{1/b}} \right) l_{10.i} \quad (19)$$

기어의 수명 $l_{10.g}$ 는 백만 회전 단위를 갖는다.

헬리컬 기어장치의 수명을 계산하기 위해 하중을 전달하는 기어와 베어링을 연쇄에 비유하여, 어떤 하나의 링크가 단절되면 그 연쇄는 단절된다. 그러므로 어떤 하나의 요소가 교환이나 수리를 요할 때 구동계는 수리를 요한다. 계의 신뢰성 R_S 는 모든 요소의 신뢰성 R_i 의 곱으로 표시된다.

$$R_S = \prod_{i=1}^n R_i \quad (20)$$

식(20)의 역수에 로그를 취하면 다음과 같다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R_S} \right) = \sum_{i=1}^n \text{Ln} \left(\frac{1}{R_i} \right) \quad (21)$$

식(16)을 식(21)에 대입하면 다음과 같다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R_S} \right) = \text{Ln} \left(\frac{1}{0.9} \right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_S}{l_{10,i}} \right)^{b_i} \quad (22)$$

l_S 는 계의 신뢰성 R_S 에 대한 전체 구동계의 수명이다.

식(22)은 계의 수명과 계의 신뢰성 사이에 단순한 두 계수 와이블 분포의 관계가 아니다. 단지 모든 와이블 지수 b_i 가 같을 때 두 계수 와이블 분포의 관계가 성립하므로 일반적이지 못하다. 계의 신뢰성 계수 b_S 와 $l_{0.S}$ 를 포함한 두 계수 와이블 관계로 나타내면 다음과 같다.

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{R_S} \right) = \text{Ln} \left(\frac{1}{0.9} \right) \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{l_S}{l_{10,i}} \right)^{b_i} \quad (23)$$

식(23)의 직선 신뢰성 관계는 식(22)의 가장 정확한 관계가 될 수 있다. 이 근사치에 $0.5 \leq R_S \leq 0.95$ 의 범위가 사용된다. 이 근사치의 방법이 선형회귀이다. 근사치 직선의 기울기가 기어 구동장치의 와이블 지수 b_S 이고, $l_{10.S}$ 는 신뢰성 $R_S = 0.9$ 에서 근사치 직선으로부터 계산된 수명이다.

4. 해석 및 고찰

본 연구는 헬리컬 기어, 베어링과 축으로 단순화 모델링하여 기어가 충분한 림, 적당한 재료로 만들어져 조기에 굽힘 응력으로 인한 이의 파손이 일어나지 않고, 틱 스코어링을 저지하기 위한 기하학적 형태와 윤활이 잘 된다고 가정한 상태에서, 먼저 토크와 스피드를 이용하여 기어 이(齒)에 작용하는 힘과 베어링에 전달되는 하중을 분석한다. 기어의 이론적 하중 분석은 구름접촉이라 가정하여 피치점을 기준으로 행하여지므로 반복 하중에 의한 표면 피팅으로 파손을 예측하는 Palmgren의 모델을 기어와 베어링에 적용시켜 수명을 비교하였다.

기어의 물림과 베어링에 대한 기하학 적인 값으로 Table 1과 같은 입력 데이터로 출력 토크와 스피드를 계산하고, 각 구성 요소에 작용하는 하중을 계산한 다음, 각 요소의 수명과 동적용량을 계산한다. 각 요소와 기어장치 전

체의 신뢰수명에 대한 출력은 Table 2와 같이 나타낼 수 있으며, 초기설계에서 얻은 값을 100만 출력 회전에 대한 파손 확률로 나타내어 설계자가 헬리컬 기어 구동장치의 신뢰성을 Fig. 5의 a)와 같이 쉽게 확인할 수 있도록 가시화 하였다. 기어의 강도를 증가시키기 위해 설계 재 설계에 이용할 수 있는 대상으로 치폭을 수정하여 재 설계하면 Fig.5의 b)와 같이 신뢰 수명이 증가함을 알 수 있다.

5. 결 론

1) 헬리컬 기어장치의 부품이나 시스템이 정상 가동할 확률을 추산하여, 신뢰 수명 등을 쉽게 예측할 수 있다.

2) 설계 단계에서 복잡한 기구와 시스템을 효과적으로 수정하여 모델링할 수 있어서 파라미터 영향도를 쉽게 확인할 수 있다.

참 고 문 헌

- 1) Coy,J.J., Townsend, D. P., Zaretsky, E. V., 1975, "Analysis of Dynamic Capacity of Low Contact Ratio Spur Gears Using Lundberg - Palmgren Theory",NASN TN D-8029.
- 2) Coy,J.J., Townsend, D. P., Zaretsky, E. V., 1976, "Dynamic Capacity and Surface Fatigue Life of Spur and Helical Gear", ASME Journal of Lubrication Technology, Vol.98, No.2, pp.267-276.
- 3) Coy,J.J., Townsend, D. P., Zaretsky, E. V., 1978, "Experimental and Analytical Load-Life Relation for AISI 9310 Steel Spur Gears", Journal of Mechanical Design, Vol.100, No.1,pp. 54-60.
- 4) Coy,J.J., Townsend, D. P., Zaretsky, E. V., 1982, "An Update on the Life Analysis of Spur Gears", NASA CP 2210.
- 5) Lewicki,D.G, 1986, "Predicted Effect of Dynamic load on Pitting Fatigue Life for Low-Contact-Ratio Spur Gears", NASN TP 2610.
- 6) 이대회, 최동훈, 1989, "마찰을 고려한 치차의 접촉 문제 해석", 대한기계학회논문집 제 13권 제 16호, pp.1118-1127.
- 7) 정태형, Aizoh Kubo, 1987, "동력전달용 치차 설계를 중심으로 한 기계 요소 설계의 엑스퍼트 시스템 연구개발(I) -치차 설계 및 트러블 슈팅 데이터 베이스 구축 및 응용-", 대한기계학회논문집 제 11권 제 6호, pp.1014-1025.
- 8) 정태형, 김민수, 1990, "컴퓨터를 이용한 동력전달용 인벌류우트 원통 치차의 설계", 대한기계학회 논문집 제 14권 제 3호, pp.594-602.
- 9) 정태형, 변준형, 최중인, 1991, "유성치차 장치의 전산기 원용 설계법에 관한 연구", 대한기계학회 논문집 제 15권 제 4호, pp.1253-1262.

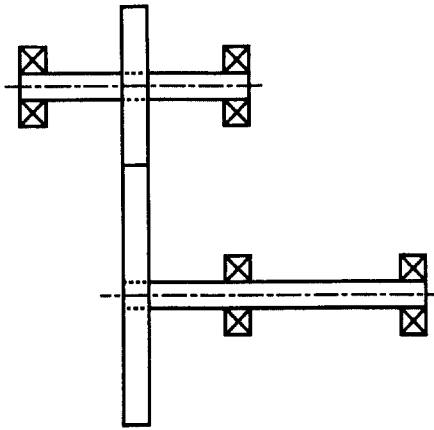


Fig. 1 Helical unit gear reduction configuration

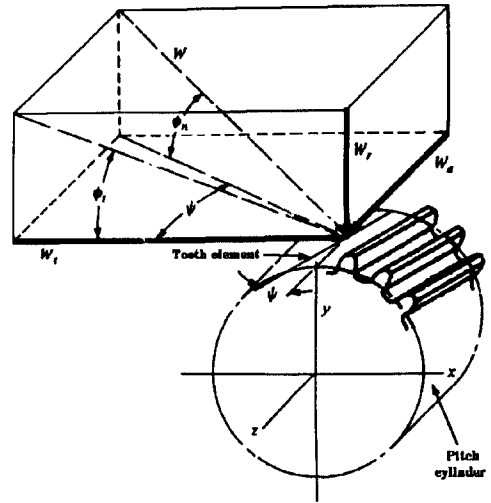


Fig. 3 Tooth forces acting on a right-hand

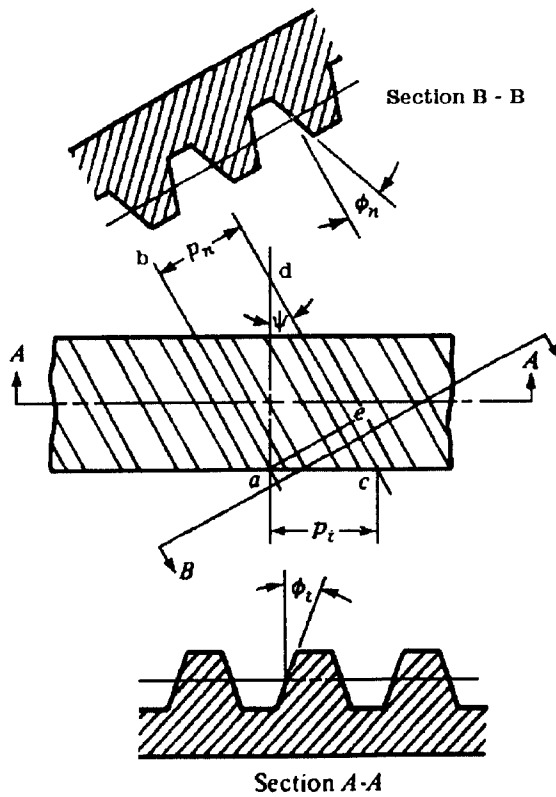


Fig. 2 Nomenclature of helical gears

Table 1 Input data

Gear and pinion			
Input torque	19.1 Nm	Input speed	8000rpm
Module	1.25	Pressure angle	20
Face width	7mm	Helix angle	30
No. of pinion teeth	41	No. of gear teeth	82
Material constant	67.5Mpa	Weibull exp.	2.5
Pinion bearing			
Bearing config. on pinion	Straddle	Weibull exp.	1.2
Bearing 1	Tapered roller	Dynamic capacity of bearing 1	3.5KN
Bearing 2	Ball	Dynamic capacity of bearing 2	5.5KN
Distance A	10cm	Distance B	5cm
Gear bearing			
Bearing config. on gear	Overhung	Weibull exp.	1.2
Bearing 3	Tapered roller	Dynamic capacity of bearing 3	11KN
Bearing 4	Ball	Dynamic capacity of bearing 4	6KN
Distance A	7.5cm	Distance B	20cm

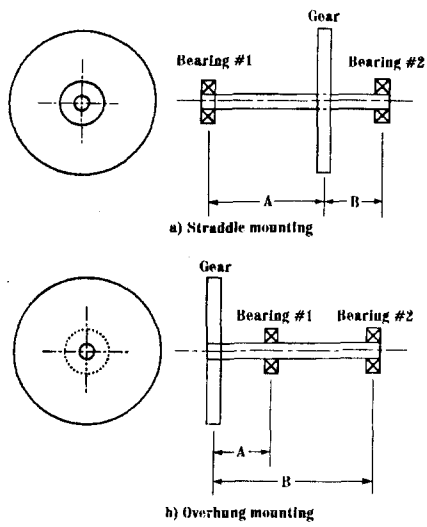


Fig. 4 The schematic geometry of pinion and gear support bearing

Table 2 Output life and dynamic capacity

Component	Dynamic capacity (kN-m)	Life in output rotation	Life in hours
Pinion	0.0874	1618	6744
Bearing #1	0.7702	8195	34148
Bearing #2	0.3365	1312	5469
Gear	0.0915	2453	10221
Bearing #3	0.6178	4229	17621
Bearing #4	0.5283	5818	24244
Helical gear sys.	0.0862	752	3134

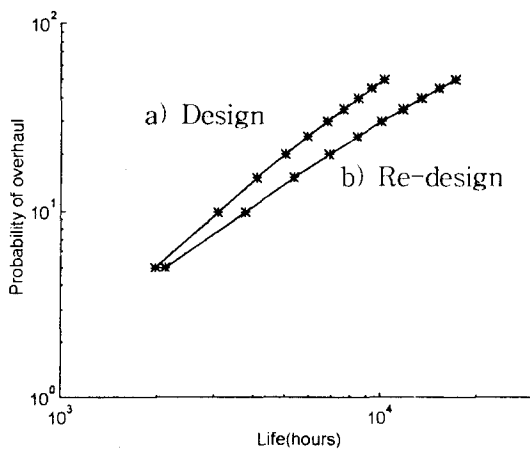


Fig. 5 Life versus probability of failure design