

카오스 특성에 의한 뇌의 활동도 분석

Brain Activity Analysis by Using Chaotic Characteristics

° 김택수, * 김현술, ** 최윤호, * 박상희

° LG 종합기술원(Tel :+82-2-526-7322, Fax:+82-2-579-9781, E-mail:tskim@lgcit.com)

*연세대학교 전기공학과(Tel :+82-2-361-2768, E-mail:hskim@bio.yonsei.ac.kr)

**경기대학교 전자공학과(Tel :+82-331-40-7826, E-mail:yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr)

Abstracts Assuming that EEG(electroencephalogram), which is generated by a nonlinear electrical behavior of billions of neurons in the brain, has chaotic characteristics, it is confirmed by frequency spectrum analysis, log frequency spectrum analysis, correlation dimension analysis and Lyapunov exponents analysis. Some chaotic characteristics are related to the degree of brain activity. The slope of log frequency spectrum increases and the correlation dimension decreases with respect to the brain activities, while the largest Lyapunov exponent has only a rough correlation.

Keywords Chaos, Correlation Dimension, Lyapunov Exponents, EEG, Brain Activity

1. 서론

생체 시스템은 신경 세포를 연결하는 뉴런에서부터 뇌에 이르기까지 비선형 동역학 시스템적 특성을 포함하고 있다. 특히 뇌파의 경우는 수 많은 뉴런들의 비선형적 동작이 통계적 형태로 외부에서 관측된 신호이므로 생체에서 일어나는 현상 중에서 가장 복잡한 비선형 시스템에서 발생된 신호라고 할 수 있다. 이러한 생체 현상의 대표적인 특징은 불규칙성과 예측 불가능성을 들 수 있다. 비교적 규칙적인 활동을 하고 있는 심장의 박동도 자세히 관찰하면 완전한 규칙성을 찾을 수 없으며 끊임 없이 변화하는 내적인 환경이나 외적인 환경에 반응하여 생체 환경에 대한 항상성을 유지하기 위한 작용을 한다.

한편, 최근 연구가 활발하게 진행되고 있는 카오스 이론 및 그 현상을 분석하기 위한 어트랙터, 주파수 스펙트럼, Lyapunov 지수 분석, 상관 차원 등의 분석 방법들은 복잡한 생체 현상들을 분석하고 이해하는데 많은 도움을 주고 있으며, 이를 통한 생체 신호의 분석은 지금까지 알려지지 않은 생체 기능에 대한 발견 및 이해를 위한 도구로서의 역할이 기대되고 있다.

본 논문에서는 생체 비선형 동역학 시스템으로부터 발생하는 현상 중 하나로 볼 수 있는 뇌파의 카오스 특성을 확인하기 위하여 뇌의 활동 정도에 따른 카오스 특성을 분석한다. 카오스 특성 분석을 위하여 주파수 스펙트럼 분석 방법, 로그 스펙트럼의 기울기 분석, 상관 차원과 Lyapunov 지수의 분석을 이용하여, 폐안 안정 상태의 뇌파, 심적 안정 상태에서 음악 청취 중의 뇌파, 자유로운 연상 상태의 뇌파, 복잡한 숫자 연산 중의 뇌파를 대상으로 뇌의 활동 정도에 따른 카오스 특성을 비교한다.

2. 카오스와 생체 시스템

비선형 동역학 시스템에 대한 최근의 연구에 의하여 다 변수를 갖는 복잡한 시스템을 분석하는 새로운 방법으로 카오스라는 개념이 제시되고 있다. 카오스는 외부적인 동태가 불규칙하게 관찰이 되지만 내부적으로 결정론적인 규칙(deterministic rule)을 가지고 있는 동역학 시스템(dynamic system)으로부터 발생하는 현상이라고 정의할 수 있다. 즉, 시스템의 외부에서 관찰된 현상

으로부터는 일정한 규칙이 없는 불규칙한 현상으로 보이지만 결정론적인 규칙이 내재하고 있는 시스템으로부터 발생하는 현상이다[1].

카오스 현상 및 그 분석 방법에 대한 연구의 발전과 더불어 최근에는 생체 시스템에 대한 카오스 현상의 발견 및 카오스 이론에 근거한 분석 연구가 활발히 진행되어 생체 시스템의 진단에 있어 새로운 관점으로 제시되고 있다[2],[3]. 한편, 생체 자율 시스템 중에서 가장 중요한 부분을 차지하는 것으로 심장과 뇌를 들 수 있는데 주기적인 심장의 활동으로 발생하는 심장 박동의 경우 1/f 스펙트럼, 저 차원의 상관 차원 등 여러 가지 카오스 이론적 실험으로 정상적인 심장 박동에서 카오스 현상이 발견되었고 이들이 자율 신경계의 교감 신경과 부교감 신경의 비선형적 상호 작용에 의하여 발생한다는 사실이 밝혀졌다[4]. 수 많은 뉴런들을 구성 요소로 하여 인체 내의 신경계를 지배하고 있는 뇌의 경우 뉴런 자체가 비선형 동역학적 특성을 갖는다는 사실이 밝혀졌다[5]. 또한 최근에는 이들 뉴런의 복합적인 활동으로 발생하는 뇌파에서도 랜덤한 잡음적 특성 이외에도 그 이면에 결정론적인 규칙을 갖는 카오스 특성을 가지고 있다는 사실이 밝혀지고 있고, 휴식 상태, 수면 상태, 간질과 같은 발작 증세를 보이는 질환 상태에서 카오스 현상과의 관계에 대한 해석이 활발히 진행되고 있다[6].

3. 카오스 분석 방법

3.1 임베딩

동역학 시스템의 동태는 위상 공간, 즉 상태 공간으로 사상하여 관찰할 수 있다. 1 차원의 시계열의 경우에도 위상 공간상에서 이러한 어트랙터를 형성하여 그 동태를 살펴봄으로써 특징을 관찰할 수 있다. 일반적으로 연속 신호 $x(t)$ 에 대하여 표본화 간격을 T_s 로 하여 관측된 이산 신호 $x(k)$ 를 얻었다고 할 때,

$$\{x(k) | k = 1, 2, \dots, N\} \quad (1)$$

$x(k)$ 는 동역학 시스템을 완전히 표현할 수 있는 n 개의 상태 변수 중의 하나이고 그 궤적은 위상 공간 상의 d 차원($d \leq n$) 의 어트랙터 X 상에 존재한다고 가정한다. Packard 와 Takens 등은 식 (1)의 시계열로부터 궤적 X 를 M 차원

의 공간으로 임베딩(embedding) 할 수 있음을 보였다[7].

3.2 상관 차원

카오스 시스템이 갖는 자기 유사성(self-similarity)을 정량화 한 대표적인 척도로 상관 차원(correlation dimension)을 들 수 있다. 상관 차원은 주어진 정확도 내에서 어트랙터 상의 한 점의 위치를 밝히는데 필요한 정보량으로서 어트랙터를 특징 짓는 1 차적인 정보이다. 특히 상관 차원은 어트랙터의 기하학적인 측면의 정보를 나타내는데 시계열 데이터로부터 어트랙터를 구성하여 상관 차원을 구하게 되면 1 차원의 시계열이 갖는 기하학적인 정보를 얻을 수 있어 실험을 통해 얻은 시계열을 분석하는데 유용하다.

M 차원의 임베딩 공간에서 상관 적분(correlation integral) $C(M, r)$ 은 식 (2)와 같이 정의된다[8].

$$C(M, r) = \left(\frac{1}{N_p} \right) \sum_{i, j \geq \tau_0} \theta(r - |y(M, i) - y(M, j)|) \quad (2)$$

여기서 $\theta(\cdot)$ 는 heaviside 단위 계단 함수이며, N_p 는 사용된 벡터 쌍의 갯수이다. 시간적으로 아주 가까운 곳에서의 관측된 벡터들에 의하여 발생하는 상관 관계를 제거하기 위하여, 덧셈은 임베딩 벡터가 시간적으로 너무 가깝지 않은 것들에 대하여 해야 한다. 일반적으로 자기 상관(autocorrelation)을 이용한 상관 시간 τ_0 를 구하여 이보다 시간적으로 멀리 떨어져 있는 벡터들에 대해서 계산한 결과를 구한다. 한편, Grassberger와 Procaccia[9]는 상관 차원 D_2 를 식 (3)과 같이 구할 수 있음을 보였다.

$$D_2 = \lim_{M \rightarrow \infty} \lim_{r \rightarrow 0} D_2(M; r) \quad (3)$$

여기서 $D_2(M; r)$ 은 $C(M; r)$ 을 r 에 대하여 $\log\text{-}\log$ 그래프로 나타낼 때의 기울기 즉,

$$D_2(M; r) = d[\log_e C(M, r)] / d[\log_e(r)] \quad (4)$$

이다.

3.3 Lyapunov 지수

카오스 시스템은 그 특성상 초기 조건에 민감하게 종속된다. 즉 초기 조건에 미세한 변화가 존재하게 되면 시간이 경과함에 따라 시스템 동태는 전혀 예측 할 수 없게 된다. 이러한 초기 조건에 대한 민감성은 상태 공간 상에서 인접한 궤적이 시간이 경과함에 따라 멀리 떨어져 발산하게 되는 경우에 해당한다.

Lyapunov 지수는 위상 공간에서 바로 이웃하는 궤도들의 발산 혹은 수렴하는 평균 지수 율로서 카오스 시스템의 특성을 대수적 방법으로 분석할 수 있는 척도이다[10].

Lyapunov 지수를 구하는 첫번째 단계는 3.1 절에서 언급한 임베딩으로부터 시작한다. 1 차원의 시계열 데이터로부터 M 차원의 위상 공간으로 사상을 하여 M 차원 벡터 $y(M, k)$ 와 궤적 Y 를 얻는다. 위상 공간 상의 궤적 Y 는 식 (5)와 같은 위상 공간 벡터로 표현 될 수 있다.

$$Y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_M)^T \quad (5)$$

1 차원 시계열로부터 M 차원 공간으로 임베딩한 후 궤적상의 각 점들에 대하여 가장 근접한 이웃 점들을 찾는데 가장 근접한 이웃 점 Y_j 는 특정 기준 점 Y_i

로부터의 거리를 최소화하는 점으로 정한다. 이는 식 (6)과 같이 표현 할 수 있는데,

$$d_j(0) = \min \|Y_i - Y_j\| \quad (6)$$

여기서 $d_j(0)$ 는 j 번째 점으로부터 가장 근접한 점까지의 초기 거리이며 $\|\cdot\|$ 은 유클리드 놈(Euclidean norm)이다. Sato 등[11]은 최대 Lyapunov 지수의 구정을 위하여 식 (7)과 같은 방법을 제안하였다.

$$\lambda_1 = \frac{1}{i \Delta t} \frac{1}{(M-1)} \sum_{j=1}^{M-1} \ln \frac{d_j(i)}{d_j(0)} \quad (7)$$

식 (7)에서 Δt 는 시계열의 샘플링 주기이고 $d_j(i)$ 는 i 만큼의 이산 시간 즉, $i \Delta t$ 초가 경과한 후에 j 번째의 가장 근접한 이웃 쌍 간의 거리이다.

3.4 주파수 스펙트럼

카오스 시스템을 분석하는 또 하나의 방법으로 주파수 영역에서의 에너지 분포를 나타내는 주파수 스펙트럼 분석 방법이 있다. 동역학 시스템의 시간에 따른 진행 과정은 일정한 시간 간격으로 표본화 되었을 때 동역학 변수들의 시계열로 표현할 수 있으며, 이 시계열은 주기적 성분들의 합으로 나타낼 수 있는데 주파수 스펙트럼은 각 주기의 에너지 성분의 상대적인 분포를 나타낸 것이다.

시스템이 카오스계임을 확인하는 과정에서 주파수 스펙트럼에 의한 분석 방법이 많이 사용된다. 특히, 뇌파의 경우 각 주파수 대역에 따라 각각 δ (0 ~ 4 Hz), θ (4 ~ 8 Hz), α (8 ~ 13 Hz), β (20 ~ 30 Hz)로 분류되어 뇌의 기능적 분석에 이용되고, 뇌파가 카오스적 특성을 갖는지 여부에 대한 정성적 분석의 지표로도 사용된다. 주파수 스펙트럼은 분석 대상의 신호가 좁은 주파수 대역에 에너지가 집중되어 큰 진폭의 스파이크를 나타내는 경우와 넓은 주파수 대역에 걸쳐 에너지가 연속적으로 분포되어 있는 경우가 있다. 주기적 신호인 경우에는 에너지의 주파수 영역 분포가 한정된 영역에서만 존재하므로 불규칙한 랜덤 신호인 경우와 카오스 특성의 신호들로부터 구분이 가능하다. 하지만 신호의 주파수 영역 에너지 분포가 넓은 대역에 걸쳐 있는 경우에는 카오스 신호와 불규칙한 랜덤 신호를 스펙트럼의 형태만으로는 구분하기가 어려운 경우가 발생하는데 카오스 신호의 경우 스펙트럼상의 패턴이 $1/f$ 주파수 스펙트럼 특성을 갖는지 여부를 관찰하여 특징 지을 수 있다[12].

4. 실험 및 결과 고찰

4.1 실험

4.1.1 뇌파 데이터의 수집

본 연구에서 사용한 뇌파 신호는 연세 대학교 부속 세브란스 병원의 뇌파실에서 그림 1과 같은 실험 장치를 이용하여 수집하였다. 뇌파기로부터 얻은 아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하기 위해 Nihon Kohden사의 뇌파 기록기와 DT-2821 보드를 사용하여 샘플링 주파수 300 Hz, 12 bit의 디지털 신호로 변환하였다.

뇌파기의 각 채널에서 동일한 입력에 대해 동일한 출력이 발생하도록 조정하기 위하여 뇌파기 자체에서 발생하는 교정 신호인 50 μ V, 10 Hz의 정현 파를 각 증폭기에 입력하여 동일한 출력이 발생하도록 하였다. 뇌파 신호로는 뇌의 기능별 특성, 병변적 특성, 리듬별 특성을 분석하기 위하여 폐안 안정 상태, 음악 청취

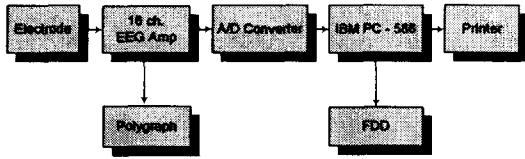


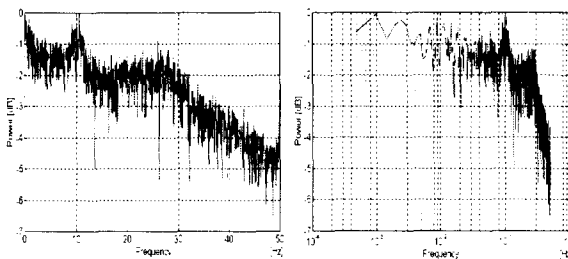
그림 1 뇌파 신호 수집 장치의 구성도
Fig. 1 System Configuration for EEG Acquisition

상태, 연상 가능 상태, 연산 가능 상태의 뇌파 데이터를 4~5분 동안에 수집하였다. 뇌의 기능 정도는 폐안 안정 상태가 가장 낮고 음악 청취, 연상 작용 그리고 연산 작용의 순으로 높다고 가정하고 혼돈도의 분석을 수행하였다.

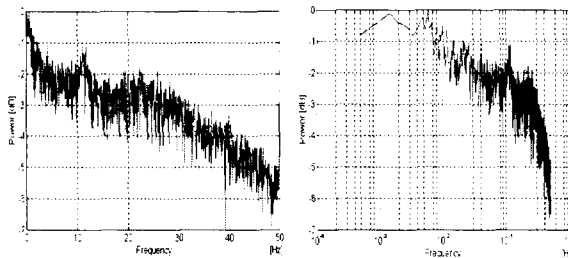
4.2 결과 고찰

4.2.1 뇌파 신호의 주파수 특성 분석

뇌파 신호의 각 리듬별 성분을 분석하기 위하여 FFT를 이용한 주파수 스펙트럼을 구하였고, 또한 혼돈 특성의 하나인 로그 스펙트럼의 기울기 특성을 구하기 위하여 로그 스펙트럼을 구하였다. 그림 2는 폐안 안정 상태와 연상 작용시 뇌파 신호의 주파수 스펙트럼 및 로그 스펙트럼이다.



(a) 폐안 안정 뇌파 신호



(b) 연상 작용 뇌파 신호

그림 2 뇌파 신호의 주파수 파워 스펙트럼 및 로그 스펙트럼
Fig. 2 EEG power spectrum(left) and log spectrum(right)

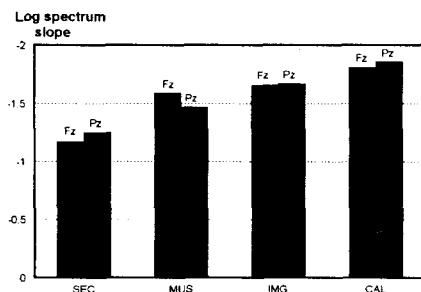
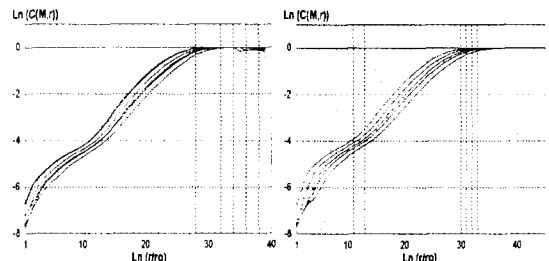


그림 3 뇌파 신호의 로그 스펙트럼 기울기
Fig. 3 Log spectrum slope of EEG

한편, 로그 스펙트럼의 기울기의 1차 선형 근사값은 그림 3의 히스토그램과 같다. 그림의 히스토그램을 보면 뇌의 기능 정도에 따라 로그 스펙트럼의 기울기가 증가함을 볼 수 있다. 즉, 폐안 안정 상태에서의 뇌파보다는 활발한 연상 작용을 할 때의 기울기가 훨씬 크게 나타남을 알 수 있다. 이와 같이 로그 스펙트럼의 기울기가 크다는 사실은 그만큼 저주파 성분이 크다는 것을 의미한다.

4.2.2 뇌파 신호의 상관 차원 분석

뇌파 신호의 상관 차원을 얻기 위하여 20,000 개 즉 200 초에 해당하는 뇌파 데이터를 이용하였다. 그림 4는 폐안 안정 및 연상 작용 상태 뇌파 신호의 상관 적분 곡선이다. 상관 적분 곡선에서 선형 부분을 찾아 최소 자승법을 이용하여 기울기를 구한 각 뇌파의 상관 차원 값은 그림 5의 히스토그램과 같다.



(a) 폐안 안정 뇌파 (b) 연상 작용 뇌파

그림 4 뇌파 신호의 상관 적분 곡선

Fig. 4 Correlation integral curves of EEG

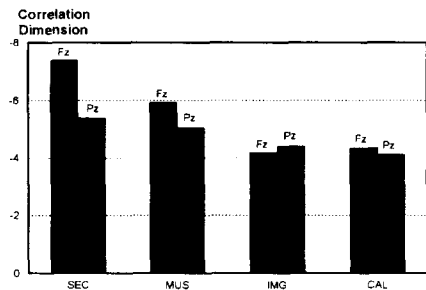


그림 5 뇌파 신호의 상관 차원 비교

Fig. 5 Comparison of correlation dimension of EEG

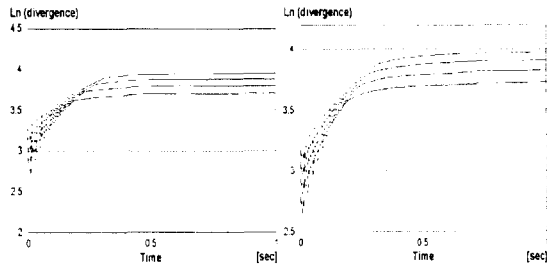
그림 5에서 보는 바와 같이 뇌의 활동도에 따라 카오스 특성의 정도를 나타내는 뇌파 신호의 상관 차원은 서로 연관성을 갖는 것을 알 수 있다. 뇌의 활동도가 가장 높다고 예상되는 연상 활동의 수행시 상관 차원이 가장 낮았으며, 폐안 안정 상태에서의 상관 차원이 높게 나타났다. 따라서 안정 상태의 뇌파에서의 카오스 정도가 뇌 기능이 활발히 진행될 때의 카오스 정도 보다 크다는 결론을 얻을 수 있다.

4.2.3 최대 Lyapunov 지수 분석

Lyapunov 지수를 구하기 위하여 사용한 데이터 갯수는 상관 차원을 구할 때와 마찬가지로 20,000 개의 데이터를 사용하였으며 시간 지연 값은 자기 상관 값이 최초로 '0'이 되는 값을 기준으로 하여 1 단계씩 가감하여 실험하여 보았으나 시간 지연이 2일 때가 가장 양호한 결과를 얻을 수 있음을 확인 할 수 있었다. 그림 5는 폐안 안정 상태와 연상 작용시 뇌파 신호 대한 최대 Lyapunov 지수를 구하기 위하여 $\langle \ln d_i \rangle > -\lambda_1 \langle \Delta t \rangle$ 곡선을 구한 결과이다.

최대 Lyapunov 지수를 히스토그램으로 그린 결과는 그림 7과 같다. 그림에서

보는 바와 같이 실험 대상 뇌파의 최대 Lyapunov 지수는 모두 양의 값이 나온 것으로 보아 뇌파의 카오스적 특성을 확인할 수 있다. 또한 Lyapunov 지수는 뇌의 기능적 활동도와 어느 정도의 연관성을 유추할 수 있음을 볼 수 있다



(a) 폐안 안정 뇌파 (b) 연상 작용 뇌파

그림 5.13 뇌파 신호의 $\langle \ln d_i \rangle - \lambda_1 \langle i \Delta t \rangle$ 곡선
Fig. 5.13 $\langle \ln d_i \rangle - \lambda_1 \langle i \Delta t \rangle$ curve for EEG

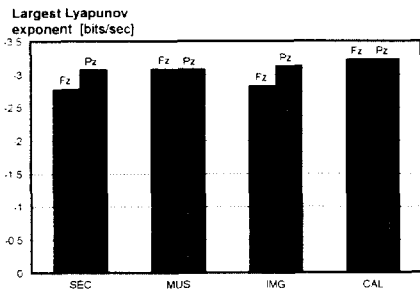


그림 5.14 뇌파 신호의 최대 Lyapunov 지수 비교
Fig. 5.14 Comparison of largest Lyapunov exponents of EEG

5. 결론

본 논문에서는 생체 비선형 시스템인 뇌로부터 발생하는 뇌파를 카오스 이론을 이용하여 뇌의 활동 정도에 따른 카오스 특성을 분석하였다.

뇌파의 카오스 특성 확인을 위하여 일반적인 주파수 스펙트럼 분석 방법과 로그 스펙트럼의 기울기 분석, 정량적인 카오스 특성인 상관 차원과 Lyapunov 지수의 분석을 이용하였다. 대상 뇌파로는 폐안 안정 상태의 뇌파, 심적인 안정 상태에서 음악 청취 중의 뇌파, 일정한 대상을 두지 않고 자유롭게 연상하고 있는 상태의 뇌파, 뇌가 활발하게 활동하고 있다고 가정할 수 있는 복잡한 숫자 연산 중의 뇌파를 수집하여 뇌의 활동 도에 따른 카오스 특성을 비교 분석하였다.

본 논문에서 얻어진 결과는 다음과 같다.

- (1) 정량적 카오스 특성인 상관 차원과 Lyapunov 지수의 분석에서 상관 적분 곡선의 수렴성과 최대 Lyapunov 지수가 모두 양의 값이므로 실험 대상인 뇌파 신호가 카오스 특성을 가짐을 확인할 수 있었다.
- (2) 대상 뇌파의 카오스 분석 결과, 로그 스펙트럼의 기울기는 뇌의 활동도에 따라 기울기가 증가함을 확인할 수 있었고 상관 차원은 활동도가 낮을수록 큰 값을 가짐을 확인할 수 있었다. Lyapunov 지수의 경우에도 뇌의 활동도와 연관성을 유추할 수 있는 특징을 보이는 것을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] Hao Bai-Lin, *Chaos II*, World Scientific, 1990
- [2] M. R. Guevara, L. Glass and A. Shrier, "Phase Locking, Period doubling Bifurcation and Irregular Dynamics in Periodically Stimulated Cardiac Cells," *Science* 214, pp.1350 ~ 1353, 1981
- [3] H. Hayashi, M. Nakao and K. Hirakawa, "Chaos in the self-sustained Oscillation of an Excitable Biological Membrane under Sinusoidal Stimulation," *Phys. Lett. A* Vol. 88, pp.256 ~ 266, 1992
- [4] F. Lombardi et. al, "Heart Rate Variability as an Index of Sympathovagal Interaction after Acute Myocardial Infarction," *American Journal of Cardiology*, No. 60, pp.1239 ~ 1245, 1987
- [5] H. Degn, A. V. Holden and L. F. Olsendes., *Chaos in Biological Systems*, Poenum Press, N. Y., 1987
- [6] W. J. Freeman, "Simulation of Chaotic EEG Patterns with a Dynamic Model of the Olfactory System," *Biol. Cybern* 56, pp.139 ~ 150, 1987
- [7] F. Takens, *Dynamical Systems of Turbulence*, Springer, Berlin, 1981
- [8] J. Theiler "Spurious Dimension from Correlation Algorithms Applied to Limited Time-Series Data," *Phys. Rev. A*, Vol. 34, pp.2427 ~ , 1986
- [9] P. Grassberger and I. Procaccia, "Measuring the Strangeness of Strange Attractor," *Physica D*, pp.189 ~ 208, 1993
- [10] J. P. Farmer and J. J. Sidorowich, "Predicting Chaotic Time Series," *Phys. Rev Lett.*, Vol. 59, pp.845 ~ , 1987
- [11] S. Sato, M. Sano and Y. Sawada, "Practical Method of Measuring the Generalized Dimension and the Largest Lyapunov Exponent in High Dimensional Chaotic Systems," *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 77, 1987
- [12] N. B. Tuffillaro, T. Abbott and J. Reilly, *Nonlinear Dynamics and Chaos*, Addison Wesley, Inc., 1992