

결합형 유한요소-경계요소 기법을 사용한 쏘나 트랜스듀서의 분석 SONAR Transducer Analysis using a coupled FE-BE Method

°장순석

조선대학교 제어계측공학과 (Tel:+82-62-230-7107;Fax:+82-62-675-4544;E-mail:ssjarn@soback.kornet.nm.kr)

Abstracts

This paper describes how the directivity pattern of the back-scattered sound pressure is distributed when a plane acoustic wave is incident on a rigid spherical shell underwater. A coupled Finite Element-Boundary Element method is developed as a numerical technique. The result of the coupled FE-BE method is agreed with theoretical solution for algorithmic confirmation.

Keywords Coupled Finite Element-Boundary Element Method, Underwater Scattering

1. 서론

SONAR Transducer의 수중에서의 동작 상태를 3차원적으로 분석하기 위해서는 구조 해석에 사용되는 유한 요소 기법(FEM)과 방사(Radiation) 및 산란(Scattering) 문제에 대한 해결책으로 사용되는 경계 요소 기법(BEM)의 결합이 요구된다. 본 논문에서는 쉘(Shell) 형태의 수중 구조체에 평면 음향파(Plane Acoustic Wave)가 입사될 경우에 발생하는 산란파 음압(Scattered Sound Pressure)의 크기와 방향성(Directivity)이 3차원적으로 어떻게 분포되는 지 살펴보고자 한다. 이를 위한 수치 해석적 방법으로 결합형 유한요소-경계요소 (FE-BE) 기법을 개발하였다[1]. 이 같은 구형(Spherical) 모델의 수치해석적 결과를 기존의 이론적 해답과 비교하여 본 연구에서 개발한 결합형 FE-BE 기법의 타당성을 검증하였다.

FEM과는 달리 BEM은 이론적으로 두 가지의 종류의 Singularity 문제점을 가진다[2]. BEM은 기본적으로 Helmholtz 적분 방정식을 토대로 하고 있다[3-5]. Helmholtz 적분의 영역을 수중에 잠수되는 방사체 표면에 국한시키고, 그 표면을 이산화(Discretizing)하여 Quadratic Isoparametric 형태의 경계요소들로 분할시켜 Helmholtz 적분 방정식을 각각의 경계요소를 구성하는 Node들에 적용하는 것이다. 그 결과 각각의 Node에서는 그 점에서의 표면 압력(ψ)과 법선 속도($\frac{\partial a_n}{\partial t}$) 사이의 관계식이 형성된다. 방사 구조체에 유체 부하(Fluid-Loading) 효과를 가지는 수중 방사체의 경우, 이 같은 BEM의 압력-속도의 관계식과 FEM의 힘-변위 관계식을 결합시킴으로써, 수중에서의 동작 상태를 분석할 수 있다[6]. BEM의 첫 번째 종류의 Singularity는 주파수가 방사체 표면 내부 공간 크기에 상관하는 구조적 특성 주파수에 근접함에 따라 BEM의 시스템 방정식이 ill-conditioned하면서 발생한다[2]. 따라서 이러한 특성 주파수 영역에서의 수치 해석 결과는 신뢰할 수 없게 된다. 이 같은 문제로 인해 수중 구조체의 공진 주파수와 특성 주파수사이의 구별이 어려워진다. 또 다른 종류의 Singularity문제는 Helmholtz 적분 방정식을 구성하는 Green 함수에 기인하는 현상으로써, 표면 적분하는 두 개의 적분점 사이의 거리가 가까워짐에 따라 발생한다. 본 논문에서는 이러한 Singularity 문제점을 극복하고 FEM과 BEM을 결합시켜 수중에서의 구형 구조체에 대한 산란파 음압의 크기와 방향성을 구하는 응용을 시도하였다.

2. 방법

2.1 유한요소기법

압전 방정식을 3차원적 유한요소로 분할된 구조체에 적용하여 각각의 요소를 구성하는 Node들에 대한 힘-변위 관계식들을 구하고 이들을 전체로 Assemble하게 되면 다음 시스템 행렬 방정식이 만들어진다.

$$\begin{bmatrix} [F] \\ -[Q] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{uu}] & [K_{u\phi}] \\ [K_{\phi u}] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [a] \\ [\phi] \end{bmatrix} - \omega^2 [M][a] + j\omega [R][a] \quad (1)$$

[F] Applied Mechanical Force, [F_f] Fluid Interaction Force
[Q] Applied Electrical Charge, [a] Displacement
[φ] Electric Potential, [K_{uu}] Elastic Stiffness Matrix
[K_{uφ}] Piezoelectric Stiffness Matrix [K_{φu}] = [K_{uφ}]^T
[K_{φφ}] Dielectric Stiffness Matrix
[M] Mass Matrix, [R] Dissipation Matrix

각각의 요소들은 20개의 Node들로 구성되며, BEM과의 결합을 위해 Quadratic Isoparametric 요소들로서 임의의 위치에서의 변수는 이를 둘러싼 Node들의 알려진 변수들로부터 Quadratic 보간법에 의해 구해진다[7]. 각각의 Node는 a_x-a_y-a_z 3개의 변수 외에 φ까지 포함해서 4개의 변수들로 이루어진다. 계수 행렬들은 Gauss Quadrature 기법에 의해 구해진다.

2.2 경계요소기법

정상 상태에서의 유체 운동은 Helmholtz 파동 방정식 $\nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0$ 에 의해 공식화된다. k(=ω/c)는 wave number이고 c는 수중에서의 음파 속도이다. 방사체 표면을 S라 할 때, Helmholtz 파동 방정식은 다음과 같은 Helmholtz 적분 방정식으로 그 해를 구하게 된다.

$$\oint_S \left(\psi(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_q} - G_k(p, q) \frac{\partial \psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q = \beta(p) \psi(p) - \phi_{mc}(p) \quad (2)$$

여기서 Green 함수는 $G_k(p, q) = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r}$, $r = |p - q|$ 이며 q는 방사체 표면의 한 점이고 p는 표면 위뿐만 아니라 표면 내외의 한 점이다. 법선 방향은 언제나 표면 바깥을 향하고 있다. β(p)는 유체에서의 Solid 각도를 의미한다. 구조체와 유체와의 경계 면에서의 경계 조건은 $\partial \psi / \partial n = \rho_f \omega^2 a_n$ 이며 ρ_f는 물의 밀도이다. φ_{mc}(p)는 수중 외부에서 구조체에 입사되는 표면 압력이다.

식(2)를 이산화 하여 풀면 임의의 p에 대해 다음과 같다.

$$\beta(p_i) \psi(p_i) - \phi_{mc}(p_i) =$$

$$\begin{aligned} & \oint_S \left(\psi(q) \frac{\partial G_k(p_i, q)}{\partial n_q} - G_k(p_i, q) \frac{\partial \psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \quad (i=1..ng) \\ & = \sum_{m=1}^{ng} \int_{S_m} \left(\psi(q) \frac{\partial G_k(p_i, q)}{\partial n_q} - G_k(p_i, q) \frac{\partial \psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \quad q \in S_m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=1}^{ng} \int_{S_m} \left(\sum_{k=1}^{ng} N_k(\xi, \eta) \Psi_{m,k} \frac{\partial G(p_i, q)}{\partial n_q} \right. \\
&\quad \left. - G(p_i, q) \sum_{k=1}^{ng} N_k(\xi, \eta) \frac{\partial \Psi_{m,k}}{\partial n_q} \right) dS_q \\
&= \sum_{m=1}^{ng} \sum_{k=1}^{ng} \left(\int_{S_m} N_k(q) \frac{\partial G(p_i, q)}{\partial n_q} dS_q \right) \Psi_{m,k} \\
&\quad - \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{ng} \sum_{k=1}^{ng} \left(\int_{S_m} N_k(q) G(p_i, q) n_q dS_q \right) u_{m,k} \\
&= \sum_{m=1}^{ng} \sum_{k=1}^{ng} A_{m,k}^i \Psi_{m,k} - \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{ng} \sum_{k=1}^{ng} B_{m,k}^i u_{m,k} \quad (3)
\end{aligned}$$

nt는 구조체 표면의 이산화된 전체 표면 요소의 개수이고 ng는 그에 따른 표면 Node들의 전체 개수이다. 식(3)도 FEM과 마찬가지로 Gauss Quadrature 기법에 의해 계수 행렬들을 구하게 된다. 식(3)을 전체 표면 Node에 적용하게 되면,

$$([A] - \beta [I]) \{ \widehat{\Psi} \} = + \rho_f \omega^2 [B] \{ \widehat{u} \} - \{ \widehat{\phi}_{inc} \} \quad (4)$$

[A]와 [B]는 각각 $ng \times ng$ 크기의 행렬이다.

방사체 내부 구조에 따른 특성 주파수에 기인하는 Singularity 문제는 크게 두 가지 기법으로 해결된다. 하나는 Schenck[8]가 제안한 CHIEF(Combined Helmholtz Integral Equation Formulation) 기법이고 다른 하나는 Burton and Miller[9]가 제안한 HGF(Helmholtz Gradient Formulation) 기법이다. 본 연구에서는 기존의 HGF 기법을 변형시켜 응용하였다[10]. Burton and Miller[9]에 따르면 식(2)를 임의의 표면 p점의 법선에 따라 미분하게 되면,

$$\begin{aligned}
&\oint_S \left(\Psi(q) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} - \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \\
&= \beta(p) \frac{\partial \Psi(p)}{\partial n_p} - \frac{\partial \phi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad (5)
\end{aligned}$$

식(5)는 다시 다음과 같이 정리된다 [11].

$$\begin{aligned}
&\oint_S [\Psi(q) - \Psi(p)] \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \\
&\quad + k^2 \Psi(p) \oint_S (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q \\
&= \oint_S \left(\frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi(q)}{\partial n_q} \right) dS_q \\
&\quad + \beta(p) \frac{\partial \Psi(p)}{\partial n_p} - \frac{\partial \phi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad (6)
\end{aligned}$$

식(6)을 이산화 하여 정리하면,

$$\begin{aligned}
&\sum_{n=1}^{ng} \int_{S_n} \left(\sum_{j=1}^{ng} N_j^m(q) \Psi_{nj} - \sum_{j=1}^{ng} N_j^m(p) \Psi_{mj} \right) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \\
&\quad + k^2 \sum_{n=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} N_j^m(p) \Psi_{mj} \int_{S_n} (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q \\
&= \sum_{n=1}^{ng} \int_{S_n} \sum_{j=1}^{ng} N_j^m(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} \frac{\partial \Psi_{nj}}{\partial n_q} dS_q \\
&\quad + \beta(p) \sum_{j=1}^{ng} N_j^m(p) \frac{\partial \Psi_{mj}}{\partial n_p} - \frac{\partial \phi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad (7)
\end{aligned}$$

여기서 $q \in n^{th}$ 요소, $p \in m^{th}$ 요소

그리고 식(7)을 각각의 p와 q에 대하여 다음과 같이 구분하여 정리하면,

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{ng} G_{mj}^{(i)} \Psi_{mj} + \sum_{(n=1, n \neq m)}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} (G_{nj}^{(q)} \Psi_{nj} - G_{mj}^{(p)} \Psi_{mj}) \\
&\quad + \sum_{n=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} G_{mj}^{(i)} \Psi_{mj} \\
&= \rho_f \omega^2 \sum_{n=1}^{ng} \sum_{j=1}^{ng} \int_{S_n} N_j^m(q) \frac{\partial G_k(p, q)}{\partial n_p} n_q dS_q u_{n,j} \\
&\quad + \rho_f \omega^2 \beta(p) \sum_{j=1}^{ng} N_j^m(p) n_p u_{m,j} - \frac{\partial \phi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad (8)
\end{aligned}$$

여기서

$$\begin{aligned}
G_{mi}^{(i)} &= \int_{S_m} (N_j^m(q) - N_j^m(p)) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n = m \\
G_{ni}^{(q)} &= \int_{S_n} N_j^m(q) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n \neq m \\
G_{mi}^{(p)} &= \int_{S_m} N_j^m(p) \frac{\partial^2 G_k(p, q)}{\partial n_p \partial n_q} dS_q \quad n \neq m \\
G_{mi}^{(i)} &= k^2 N_j^m(p) \int_{S_m} (\vec{n}_p \cdot \vec{n}_q) G_k(p, q) dS_q
\end{aligned}$$

식(8)을 전체적으로 Assemble하면,

$$\sum_{j=1}^{ng} Co_j^m \Psi_j = \rho_f \omega^2 \sum_{j=1}^{ng} Do_j^m u_j - \frac{\partial \phi_{inc}(p)}{\partial n_p} \quad (9)$$

$p \in m^{th} \text{ element}$

$$\begin{aligned}
\text{여기서 } \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial n_p} &= \vec{n}_p \cdot \left(\frac{\partial \phi_{inc}}{\partial x} \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial y} \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial z} \right) \\
&= n_{p,x} \cdot \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial x} + n_{p,y} \cdot \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial y} + n_{p,z} \cdot \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial z}
\end{aligned}$$

식(9)를 모든 표면 경계요소를 고려하여 전체 행렬로 정리하면,

$$[C] \{ \widehat{\Psi} \} = + \rho_f \omega^2 [D] \{ \widehat{u} \} - \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial n_p} \quad (10)$$

여기서

$$\begin{aligned}
C_{i,j} &= Co_j^m \Gamma_{i1} + Co_j^m \Gamma_{i2} + Co_j^m \Gamma_{i3} + Co_j^m \Gamma_{i4} + Co_j^m \Gamma_{i5} + Co_j^m \Gamma_{i6} + Co_j^m \Gamma_{i7} + Co_j^m \Gamma_{i8} \\
D_{i,j} &= Do_j^m \Gamma_{i1} + Do_j^m \Gamma_{i2} + Do_j^m \Gamma_{i3} + Do_j^m \Gamma_{i4} + Do_j^m \Gamma_{i5} + Do_j^m \Gamma_{i6} + Do_j^m \Gamma_{i7} + Do_j^m \Gamma_{i8}
\end{aligned}$$

i는 m번째 표면요소가 가지는 8개 local node들 각각의 global node번호이다. 식(10)에서 각각의 p점을 표면 Node로 할 경우 그 p점에서 법선 방향의 미분은 정의가 되지 않아 경계 조건의 불연속성을 가져오기 때문에, p점은 각 표면요소의 중앙점 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 으로 취하였다 [10]. 따라서 [C]와 [D]는 각각 $nt \times ng$ 크기의 행렬이 된다.

식(4)와 식(10)을 각 식의 행렬의 크기를 고려하여 합하는 방식으로 특성 주파수에 기인하는 Singularity 문제를 해결하였다 [10].

$$\begin{aligned}
&([A] - \beta [I] \oplus \alpha [C]) \{ \widehat{\Psi} \} \\
&= + \rho_f \omega^2 ([B] \oplus \alpha [D]) \{ \widehat{u} \} - (\widehat{\phi}_{inc} \oplus \alpha \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial n_p}) \quad (11)
\end{aligned}$$

$\alpha = \frac{\sqrt{-1}}{k \cdot (\text{각각의 표면 노드를 둘러싼 표면 요소들의 개수})}$
식(11)을 편의상 위 첨자 \oplus 마크를 사용하여 표현하면 (그림1 참조),

$$\begin{aligned}
A^{\oplus} \{ \widehat{\Psi} \} &= + \rho_f \omega^2 B^{\oplus} \{ \widehat{u} \} - \phi_{inc}^{\oplus} \quad (12) \\
([A] - \beta [I] \oplus \alpha [C]) &= A^{\oplus} \\
([B] \oplus \alpha [D]) &= B^{\oplus} \\
(\widehat{\phi}_{inc} \oplus \alpha \frac{\partial \phi_{inc}}{\partial n_p}) &= \phi_{inc}^{\oplus}
\end{aligned}$$

표면Node 한 점을 둘러싼 주변 표면요소에 해당하는 [C],[D] 행들을 모두 그 표면Node에 해당하는 [A],[B] 행들에 더하는 것이다.

식(12)는 다시

$$\{ \widehat{\Psi} \} = + \rho_f \omega^2 (A^{\oplus})^{-1} B^{\oplus} \{ \widehat{u} \} - (A^{\oplus})^{-1} \phi_{inc}^{\oplus} \quad (13)$$

Helmholtz 적분 방정식에 내포된 Green 함수에 기인하는 Singularity 문제는 표면 적분 영역의 좌표 변환에 의해 해결될 수 있다. 먼저 사각형 Local 좌표의 경계요소를 다시 분할하여 삼각형 Local 좌표로 변환시키고 이를 다시 Polar형 Local 좌표로 변환시킨다. Local 좌표 변환에 따른 적분 계산은 Lachat

and Watson[12]에 의해 잘 묘사된다.

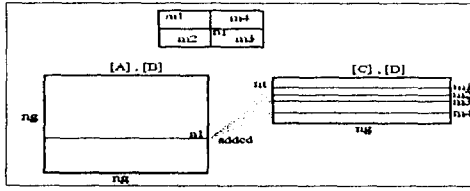


그림 1 \oplus 마크는 [C]와 [D] 행렬이 어떻게 [A]와 [B] 행렬에 더해지는지 가리킨다.

Fig.1 Symbol \oplus indicates how [C] and [D] matrices are added to [A] and [B].

2.3 결합형 유한요소-경계요소 기법

FE-BE 방정식의 결합은 구조체의 표면 압력과 그 표면을 둘러싼 유체에 의해 가해지는 Interaction 힘과의 관계로써 이루어진다. $\{F_i\} = -[L]\{\Psi\}$ (14)

식(14)의 관계식을 가지고 식(13)을 식(1)에 대입하면 결합형 FE-BE 시스템 행렬 방정식이 유도된다.

$$[F] + [L](A^\oplus)^{-1}\phi_{inc}^\oplus = [K_{uu}][a] + [\rho_f \omega^2 [L](A^\oplus)^{-1} B^\oplus][a] + [K_{u\phi}][\phi] - \omega^2 [M][a] + j\omega [R][a] \quad (15)$$

$$-[Q] = [K_{\phi u}][a] + [K_{\phi\phi}][\phi]$$

3. 결과

수중 구조체 중에서 특히 이론적으로 해답이 잘 알려진 구형 모델을 가지고 분석하였다 [13]. 알루미늄 재질의 구형으로써 Shell의 두께와 ka (a =반경)값을 달리하며 외부에서 입사되는 평면파 음압에 대해 산란파의 음장 형태를 계산하였다($\Phi_{scat} = \Phi - \Phi_{inc}$). 그림 2는 Shell 형태의 모델을 보여주며 Shell의 두께는 편의상 a 를 1m로 할 때, 1mm, 50cm, 0.999m로 각기 다르게 적용한 구형 모델이다. 구의 내부는 빈 공간으로 하였다. 그림2에서 보여주는 것처럼 Shell 형태의 구형 모델은 4개의 3차원적 유한요소들로 구성될 수 있으며 각각의 유한요소들의 바깥부분 즉 유체와 접하는 4개의 경계요소들로 구성된다. 구형 모델은 Z축을 중심으로 대칭하기 때문에 여기서는 8등분한 영역을 가지고 모델링하였으며 그에 따른 경계조건 ($Y=0$ 평면에서 $a_y=0$)을 고려하였다.

외부 평면 음파가 그림 3의 Z축 방향에서 수직으로 Shell 모델에 입사된다고 하면 그에 따른 산란파는 Z축과 -Z축 그리고 X-Y축 모든 방향으로 방사된다. 산란파의 방향에 따른 크기의 정도를 알면 그 물체의 강도의 정도를 정량적으로 분석할 수 있다. 평면파를 $\phi_{inc} = e^{+ikz} \cdot e^{-i\omega t}$ 라 할 때, 임의의 표면 요소의 중앙점 $(\xi, \eta) = (0, 0)$ 에서의 $\Phi_{inc}(P_i)$ 는 $e^{jk(x_r \cos \theta + x_s \sin \theta)}$ ($p_i=1,2,\dots,nt$)이다. 식(15)를 풀어 수중 구조체 표면 Node에서의 표면 압력과 그 Node에서 법선 방향의 변위를 알면 식(2)로부터 Far Field 음장을 알 수 있다. 여기서 p_i 가 구형 모델의 원점을 구심점으로 해서 100M 거리 떨어진 X-Z 평면 원주의 한 점이라 할 때, P_i 점에서의 산란 음압은 다음과 같다.

$$\Psi(p_i) = \sum_{m=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} A_{m,k}^i \psi_{m,k} - \rho_f \omega^2 \sum_{m=1}^{N_1} \sum_{k=1}^{N_2} B_{m,k}^i u_{m,k} \quad (16)$$

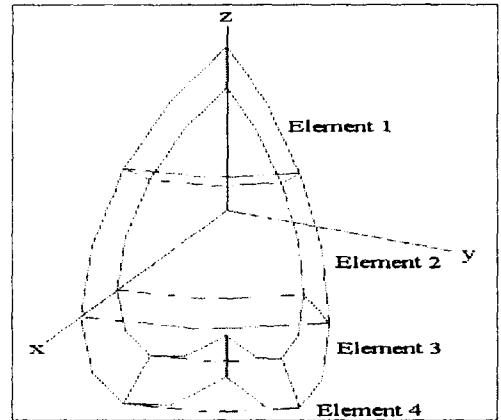


그림 2 Shell형태의 구형 모델은 4개의 FEM유한요소로 구성되며 이는 다시 4개의 BEM 경계요소로 구분될 수 있다.

Fig. 2 Spherical shell model shape may be composed of 4 finite elements and again of 4 boundary elements.

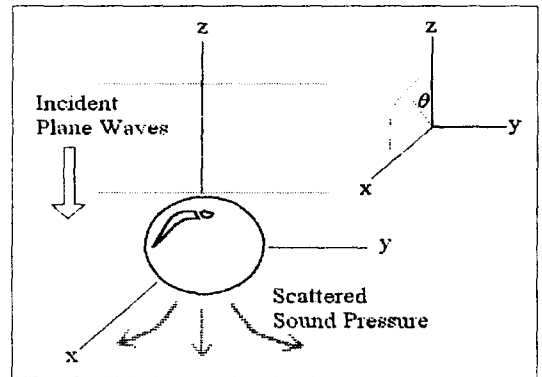


그림 3 입사되는 평면 음파는 수중 구형 구조체에 부딪히고 다시 전후 사방으로 산란된다.

Fig. 3 Plane acoustic wave is scattered to every direction after it is incident on the underwater shell structure.

표1은 알루미늄과 물의 재질 특성을 보여준다. 그리고 표2는 각기 다른 Shell 두께와 입력 주파수들을 정리하였다.

표 1. 물과 알루미늄 재질 특성

Table 1. Material properties of water and aluminium

Material	Lame' 상수		Elastic modulus E	Poisson' s ratio v	Density ρ	Sound Speed c	Damping factor δ
	λ	μ					
[Scale]	Nm ⁻²	Nm ⁻²	Nm ⁻²	-	Kgm ⁻³	m/sec	-
Water	2.19E9	0	0	0	1000	1481.2	0
Aluminium	3.98E10	2.65E10	6.9E10	0.3	2710	5042.5	3E-3

그림 4(g),4(h),4(i)에서 보여주듯이 주파수가 증가함에 따라 FE-BE 결과가 달라진다. 특히 구 모델이 rigid할수록 (Fig.4(g)-> Fig.4(h)-> Fig.4(i)) 이론적 해답보다 더 심한 차이를 보인다. 이는 Shell 모델의 유한요소의 갯수가 적기 때문이며 그림 5에서처럼 유한요소의 갯수를 4배로 증가시키면 FE-BE결과는 이론적 해답에 거의 일치해진다. 그림5를 원주 형태로 표현하면 그림6과 같다. 본 연구에서는 $ka \leq 5$ 일 경우는 32개 유한요소로 충분하지만 $5 < ka \leq 10$ 에서는 128개 유한요소가 필요하다.

표 2. Shell 모델의 각기 다른 두께와 입력 주파수
Table 2. Each different thickness and input frequency of shell model

	r=1m d=0.001m	r=1m d=0.5m	r=1m d=0.999m	주파수	요소 갯수
Analytical Solution (40 글수) (--)	그림4(a)	그림4(b)	그림4(c)	ka=1 f=235.7 Hz	-
	그림4(d)	그림4(e)	그림4(f)	ka=π f=740.6 Hz	-
	그림4(g)	그림4(h)	그림4(i)	ka=3π f=2221.8 Hz	-
FE-BE Solution (O)	그림4(a)	그림4(b)	그림4(c)	ka=1 f=235.7 Hz	32 Ele.
	그림4(d)	그림4(e)	그림4(f)	ka=π f=740.6 Hz	32 Ele.
	그림4(g)	그림4(h)	그림4(i)	ka=3π f=2221.8 Hz	32 Ele.
	-	-	그림5 그림6	ka=3π f=2221.8 Hz	128 Ele.

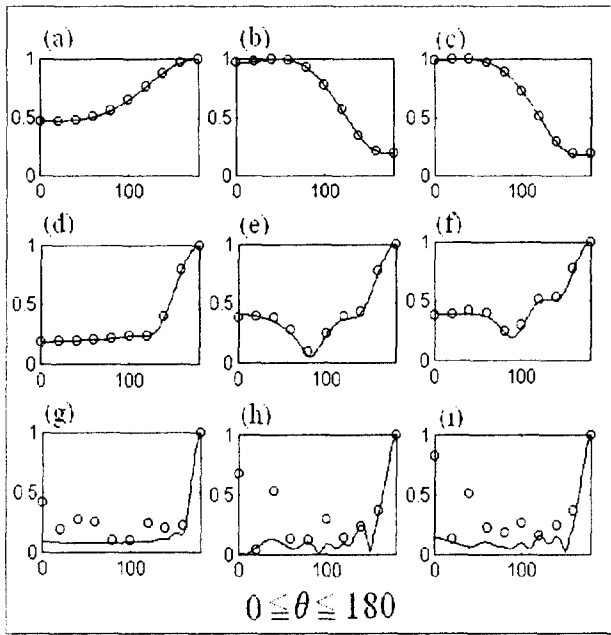


그림 4 표 2의 조건에서 얻은 FE-BE 결과들(O)을 이론적 해답(--)과 각각 비교하였다.
Fig. 4 FE-BE results(O) derived with conditions of Table 2 are compared with theoretical solutions(--).

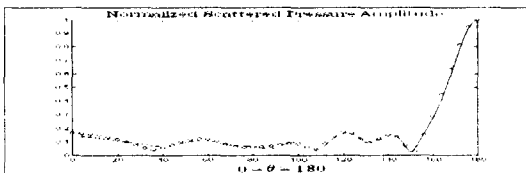


그림 5 ka가 증가함에 따라 유한요소의 갯수를 증가시켜야 이론적 해답(--)과 FE-BE 결과(O)의 방향성이 일치해 진다.
Fig. 5 As ka is increased, the number of finite elements should be more in order to have the same directivity FE-BE result(O) as the theoretical solution (--).

4. 결론

본 연구에서 개발한 결합형 FE-BE기법을 수중에 잠수된 알

루미늄 재질의 Shell 형태의 구조체에 응용한 결과, 외부로부터 입사된 평면파 압력에 대해 이론적 해답과 거의 일치하는 산란파에 의한 음장이 형성된 것을 확인하였다. 개발된 결합형 FE-BE 기법은 Hydrophone설계에 직접적으로 응용될 수 있고, SONAR에 의해 얻어지는 물체의 반사파를 가지고 물체 반사 강도를 분석하는 데도 사용될 수 있다.

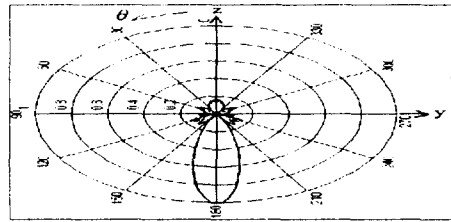


그림 6 그림 5를 원주형태로 표현하였다.
Fig. 6 Fig. 5 is redrawn in polar form.

참고 문헌

- [1] S.S.Jarng, "SONAR transducer analysis and optimization using the Finite Element Method", Ph.D. Thesis at University of Birmingham, 1991.
- [2] L.G.Copley, "Fundamental results concerning integral representations in acoustic radiation", J. Acoust. Soc. Am. vol. 44, pp. 28-32, 1968.
- [3] L.H.Chen and D.G.Schweikert, "Sound radiation from an arbitrary body", J. Acoust. Soc. Am. vol. 35, pp. 1626-1632, 1963.
- [4] G.Chertock, "Sound radiation from vibrating surfaces", J. Acoust. Soc. Am. vol. 36, pp. 1305-1313, 1964.
- [5] L.G.Copley, "Integral equation method for radiation from vibrating bodies", J. Acoust. Soc. Am. vol. 41, pp. 807-816, 1967.
- [6] I.C.Mathews, "Numerical techniques for three-dimensional steady-state fluid-structure interaction", J. Acoust. Soc. Am. vol. 79, pp. 1317-1325, 1986.
- [7] O.C. Zienkiewicz and R.L.Taylor, "The finite element method", McGraw-Hill, London, 1989.
- [8] H.A.Schenck, "Improved integral formulation for acoustic radiation problems", J. Acoust. Soc. Am. vol. 44, pp. 41-58, 1968.
- [9] A.J.Burton and G.F.Miller, "The application of integral integration methods to the numerical solutions of some exterior boundary problems", Proc. R. Soc. London, Ser. A 323, pp. 201-210, 1971.
- [10] D.T.I.Francis, "A gradient formulation of the Helmholtz integral equation for acoustic radiation and scattering", J. Acoust. Soc. Am. vol. 93(4) pt. 1, pp. 1700-1709, 1993.
- [11] W.L.Meyer, W.A.Bell, B.T.Zinn and M.P.Stallybrass, "Boundary integral solutions of three-dimensional acoustic radiation problems", J. of Sound and Vibration, vol. 59, pp. 245-262, 1978.
- [12] J.C.Lachat and J.O.Watson, "Effective numerical treatment of boundary integral equations: a formulation for three-dimensional elastostatics", Int. J. Num. Methods. Eng., vol. 10, pp. 991-1005, 1976.
- [13] E.Skudrzyk, "The foundation of acoustics", Springer-Verlag, New York, pp.408-409, 1971.