

## 유연한 공압인공근육로봇의 강건제어

### Robust Control of a Flexible Manipulator with Artificial Pneumatic Muscle Actuators

박노철\*, \*박 형욱\*, 양 현석\*\*, 박 영필\*\*, 정 승호\*\*\*

\*연세대학교 기계공학과 대학원, \*\*연세대학교 기계공학과, \*\*\* 한국원자력연구소

(Tel:+82-2-361-2814;Fax:+82-2-364-6769;E-mail:park2814@bubble.yonsei.ac.kr)

**Abstract** : In this work, position and vibration control of a two-link manipulator with one flexible link, with an unknown but bounded payload mass and two pair of artificial muscle-type pneumatic actuators, are investigated. A flexible link robot has advantages over a rigid link robot in the sense that it is much safer when it comes into contact with its environment, including humans. Furthermore, for the sake of safety, it would be more desirable if an actuator could deliver required force while maintaining proper compliance. An artificial muscle-type pneumatic actuator is adequate for such cases. In this study, a controller based on singular perturbation method, adaptive and sliding mode control, and  $\mu$ -synthesis is developed. The effectiveness of the proposed control scheme is confirmed through simulations and experiments.

**Key Words**: Flexible link, artificial muscle-type actuator, singular perturbation, adaptive control, sliding mode control, robust control

### 1. 서론

로봇은 산업 현장에서는 이미 중요한 생산 작업 요소이고, 규모는 작지만 원자력 발전소나 제철소등의 특수한 분야에서도 보수, 유지 작업등에 다양하게 사용되고 있으며 그 응용 범위는 계속 넓어져가고 있는 추세이다. 많은 연구자들이 기존 작업 내용을 고도화시키고, 의료용 로봇 등에 이르기까지 로봇의 이용 범위를 확대시키려는 노력을 활발히 진행하고 있다. 이를 위하여 연성이 크면서 중량에 비해 큰 구동력을 발휘할 수 있는 구동기에 대한 연구가 필요하다. 공기의 압축성에 기인한 높은 compliance를 장점으로 이용하도록 하여 safety와 유연성을 확보할 수 있게 한 공압인공근육(pneumatic artificial muscle)은 이러한 목적에 부합되는 구동기라고 판단된다. 이러한 구동기를 이용한 조작기의 제어에 대해  $H_\infty$  제어이론, computed torque control, fuzzy logic control, sliding mode control, neural network, adaptive control,  $\mu$  synthesis 등을 이용한 연구가 있었다 [1,2,3,4,5]. 특히 2 자유도 이상의 조작기에 대해서는 대부분의 경우 특이성동법을 적용하고 있으나[6], 모델링 오차 및 부하질량의 변화, 그리고 고차 모우드에 의한 스펙오버(spillover)영향에 대한 강인성에 대한 고려가 충분하지 못한 실정이다.

본 논문에서는 이러한 구조를 가진 로봇에 대해 특이성동법을 도입하여, 전체 로봇의 모델을 로봇의 강체운동을 기술하는 느린 부분계와 링크의 유연성 및 서보밸브의 동적 특성에 기인한 운동을 기술하는 빠른 부분계로 분리하고, 각 부분계에 대해 다음과 같은 제어기 설계기법을 제안하였다.

### 2. 계의 모델링

유연한 링크의 변위  $w_i(x_i^h, t)$ 는 모우드합방법을 적용하여 다음과 같이 유한한  $N_i$ 개의 모우드 성분의 합으로 나타낸다.

$$w_i(x_i^h, t) = \sum_{k=1}^{N_i} \phi_{ik}(x_i^h) q_{ik}(t) \quad (1)$$

여기서  $\phi_{ik}(x_i^h)$ 는 유연한 링크  $i$ 의  $k$ 번째 모우드에 대한 형상함수,  $q_{ik}(t)$ 는 일반화된 좌표를 각각 나타낸다. 유연한 로봇의 운동방정식

은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$H \ddot{\mathbf{z}} + C \dot{\mathbf{z}} + K_o \mathbf{z} + F_{vo} \dot{\mathbf{z}} + F_{do} \text{sgn}(\dot{\mathbf{z}}) = \boldsymbol{\tau}_o \quad (2)$$

여기서  $\mathbf{z} = [\boldsymbol{\theta}^T \mathbf{q}^T]^T$ ,  $\boldsymbol{\tau}_o = [\boldsymbol{\tau}^T \mathbf{Q}^T]^T$ ,

$$\boldsymbol{\tau} = [\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n]^T, K_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}, F_{vo} = \begin{bmatrix} F_v & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F_{do} = \begin{bmatrix} F_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$F_v = \text{diag}(F_{v1} F_{v2} \dots F_{vn}), F_d = \text{diag}(F_{d1} F_{d2} \dots F_{dn})$$

이고,  $H$ 는 양의 반한정 관성행렬을 나타낸다. 또한  $\tau_i$ 는 각각의 관절에 작용하는 토크이고,  $K$ 는 링크의 유연성에 관련된 탄성계수행렬이며,  $F_{vi}$ 는 각 관절의 점성 감쇠계수를,  $F_{di}$ 는 마찰계수를 의미한다. 또한  $C$ 는 Coriolis 와 원심력항을 나타내는 행렬로  $\dot{H} - 2C$ 가 의대칭이 되도록 선정한다. 구동기에  $P_{oi} + \Delta P_i$ 와  $P_{oi} - \Delta P_i$ 의 압력을 인가하면 다음과 같은 토크  $\boldsymbol{\tau}$ 가 발생하게 된다[7].

$$\boldsymbol{\tau} = -G_a \boldsymbol{\theta} + K_P \mathbf{p} \quad (3)$$

여기서  $G_a$ 는 구동기의 회전 강성 계수로,  $K_P$ 는 구동기 토크 상수로 각각 정의되며,  $P_{oi}$ , 폴리반경, 구동기상수를 이용 구할수 있다. 서보밸브의 출력압력의 변화량  $\mathbf{p}$ 와 기준지령전압으로부터의 전압 변화량  $\boldsymbol{u}$ 는 다음과 같은 관계를 갖는다고 모델링 한다. 또한 서보밸브의 출력단과 구동기 사이에는 압력손실이 없다고 가정한다.

$$T_v \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{p} = K_V \boldsymbol{u} \quad (4)$$

여기서  $T_v$ 는 서보밸브의 시정수,  $K_V$ 는 전압-압력 계인을 나타낸다. 식(2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{y}} = R_1 \ddot{\mathbf{y}} + R_2 \dot{\mathbf{q}} - R_3 G_a \boldsymbol{\theta} - R_4 K \mathbf{q} - R_3 F_v \dot{\boldsymbol{\theta}} - R_3 F_d \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\theta}}) + R_3 K_P \mathbf{p} \quad (5)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = F_1 \dot{\boldsymbol{\theta}} + F_2 \dot{\mathbf{q}} - M_{21} G_a \boldsymbol{\theta} - M_{22} K \mathbf{q} - M_{21} F_v \dot{\boldsymbol{\theta}} - M_{21} F_d \text{sgn}(\dot{\boldsymbol{\theta}}) + M_{21} K_P \mathbf{p} \quad (6)$$

여기서  $\mathbf{y}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{q})$ 는 로봇끝단의 위치벡터이고

$$R_1 = [\dot{J}_\theta - J_\theta C_{rr} - J_q C_{rj}] J_\theta^{-1}$$

$$R_2 = [-\dot{J}_\theta + J_\theta C_{rr} + J_q C_{rj}] J_\theta^{-1} J_q + \dot{J}_q - J_\theta C_{rj} - J_q C_{jj}$$

$$R_3 = J_\theta M_{11} + J_q M_{21}, \quad R_4 = J_\theta M_{12} + J_q M_{22}.$$

$$F_1 = -C_{fr}J_\theta^{-1}, \quad F_2 = C_{rr}J_\theta^{-1}J_a - C_{ff}$$

$$J_\theta = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{\theta}}, \quad J_a = \frac{\partial \underline{y}}{\partial \underline{a}}, \quad M = H^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} C_{rr} & C_{rf} \\ C_{fr} & C_{ff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \text{이다.}$$

본 연구에서는 특이점분법을 도입하여, 전체 계를 로봇의 강제운동에 관계된 느린 부분계와, 링크의 유연성에 관련된 빠른 부분계로 분리하여 기술한다. 우선 특이점분변수를  $\varepsilon = \sqrt{1/k}$  과 같이 정의한다. 여기서  $k$ 는 강성행렬  $K$ 의 공통인자이다. 또한 링크의 유연성에 관련된 새로운 변수벡터  $\zeta$ 를 다음과 같이 도입한다.

$$\zeta = Kq = k\hat{K}q \quad (7)$$

특이점분법을 식(5),(6)에 적용하면 식(8),(9),(10)과 같이 느린서보계와 빠른서보계의 식을 얻는다.

$$\bar{H}_{11}\bar{J}_\theta^{-1}\bar{\underline{y}} + (-\bar{H}_{11}\bar{J}_\theta^{-1}\bar{J}_\theta\bar{J}_\theta^{-1} + \bar{C}_{11}\bar{J}_\theta^{-1})\bar{\underline{y}} + G_a\bar{\underline{d}} + F_c\bar{\underline{\theta}} + F_d\text{sgn}(\bar{\underline{\theta}}) = K_P\bar{\underline{d}} \quad (8)$$

$$\frac{d\underline{\eta}}{d\tau} = \underline{g}(\underline{x}_s, \underline{y}, \underline{d}_f) = \begin{bmatrix} \underline{y}_2 \\ -\hat{K}\bar{M}_{22}\underline{y}_1 + \hat{K}\bar{M}_{21}K_P\underline{d}_f \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\underline{y} = [\underline{y}_1^T \quad \underline{y}_2^T]^T = [(\underline{\zeta} - \bar{\underline{\zeta}})^T \quad \underline{\zeta} \underline{\zeta}^T]^T \quad (10)$$

여기서  $\tau$ 는 빠른 부분계를 기술하기 위한 새로운 시간변수로, 본래의 시간변수  $t$ 와 다음과 같은 관계를 갖는다.

$$\varepsilon \frac{d\underline{\eta}}{dt} = \frac{d\underline{\eta}}{d\tau} \quad (11)$$

또한  $\underline{d}_f$ 는  $\underline{d}$ 에서 빠른계를 나타내며  $\bar{\underline{\zeta}}$ 는  $\underline{\zeta}$ 의 quasi steady state이다.

### 3. 느린 부분계에 대한 제어기 설계

구동기의 토오크상수를 나타내는 대각행렬  $K_P$ 는 다음과 같이 파라미터 불확실성  $\alpha > 0$ 와 대각 스케일행렬  $K_{PS}$ 를 도입하여 다음과 같이 나타낸다.

$$K_P = \frac{1}{\alpha} K_{PS} \quad (12)$$

식 (8)의 양변의 앞쪽에  $\bar{J}_\theta^{-T}$ 를 곱하고, 위 식을 대입하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\bar{H}_v\bar{\underline{y}} + \bar{C}_v\bar{\underline{y}} + \bar{G}_v + \bar{F}_v = \bar{I} \quad (13)$$

$$\text{여기서 } \bar{H}_v = \alpha \bar{J}_\theta^{-T} \bar{H}_{11} \bar{J}_\theta^{-1}, \quad \bar{G}_v = \alpha \bar{J}_\theta^{-T} G_a \bar{\underline{d}},$$

$$\bar{F}_v = \alpha \bar{J}_\theta^{-T} \{F_c \bar{\underline{\theta}} + F_d \text{sgn}(\bar{\underline{\theta}})\}, \quad \bar{I} = \bar{J}_\theta^{-T} \bar{\underline{y}}$$

$$\bar{C}_v = \alpha \bar{J}_\theta^{-T} [\bar{C}_{11} - \bar{H}_{11} \bar{J}_\theta^{-1} \bar{J}_\theta] \bar{J}_\theta^{-1}, \quad \bar{\underline{y}} = K_{PS} \bar{\underline{d}}$$

이다. 또한  $\bar{H}_v$ 는 양의 한정대칭행렬이고  $\bar{H}_v - 2\bar{C}_v$ 가 비대칭행렬이 됨을 위의 관계로부터 유도할 수 있다.

본연구에서는 제어압력을 얻기 위해 서보밸브에 대해 슬라이딩모드 제어 알고리즘을 적용하였다. 공칭계로는 서보밸브의 동적 특성을 무시한 계를 설정하였으나, 이때 무시한 동적 특성에 대해서도 계의 안정성이 강인하게 유지될 수 있도록  $H_\infty$  제어기법을 도입하여 sliding surface를 구성하였다[8].

서보밸브의 출력압력과 제어입력과의 관계를 나타내는 식 (4)의 양변에  $K_{PS}$ 를 곱하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$T_v\bar{\underline{y}} + \bar{\underline{y}} = K_G\bar{\underline{u}}, \quad K_G = K_{PS}K_V \quad (14)$$

동적 특성을 무시하여 다음의 식과 같이 표현된 계를 공칭플랜트로 하여 압력제어기를 구성한다.

$$\bar{\underline{y}} = K_G\bar{\underline{u}} \quad (15)$$

$\underline{x}_r$ 를 실제압력  $\underline{y}$ 와 위치제어추종을 위한 제어압력  $\bar{\underline{y}}_d$ 와의 차이의 적분으로 정의한다.

$$\underline{x}_r = \int_0^t [\bar{\underline{y}}(\gamma) - \bar{\underline{y}}_d(\gamma)] d\gamma \quad (16)$$

무시된 동적 특성에 대한 영향을 감소시키기 위해 슬라이딩 표면을 다음과 같이 동적 구조를 갖도록 설정한다.

$$\sigma_i = \underline{x}_{ri} + K_{ri}(s) \underline{x}_{ri} \quad (17)$$

$$K_{ri}(s) = D_{ri} + H_{ri}(sI - F_{ri})^{-1} G_{ri} \quad (18)$$

여기서  $K_{ri}(s)$ 는  $H_\infty$  제어기법[8]을 이용하여 설계함으로써, 압력 제어기가 슬라이딩 표면에 있을 때, 무시한 동적 특성의 영향에도 계의 안정성이 강인하게 유지되도록 한다. Fig. 1에 제어기 설계에 관련된 일반화된 계를 도시하였다.

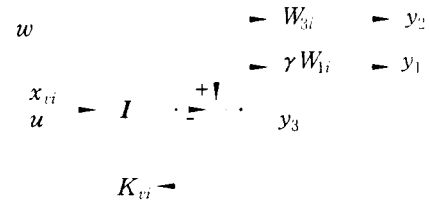


Fig. 1 Generalized plant for design  $K_{ri}(s)$

제어기  $K_{ri}(s)$ 는 패루프 전달함수  $G_{ri}(s)$ 를 안정화하면서 다음과 같은 조건을 만족시키도록 합성(synthesis)한다.

$$\|G_{ri}\|_\infty < 1 \quad (19)$$

가중치함수  $W_{3i}(s)$ 를 선정하기 위해 다음과 같은 곱셈형 모델링 예러와 감도함수에 대한 가중함수  $W_{vi}(s)$ ,  $W_{ri}(s)$ 는 다음과 같이 선정하였다.

$$W_{3i}(s) = \frac{s/70 + 1}{s/1000 + 1}, \quad W_{ri}(s) = \frac{1.5}{s/70 + 1} \quad (20)$$

대각의 양수게인행렬  $K_G$ 를 도입하여 슬라이딩표면을 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{\sigma} = K_G[\underline{x}_r + K_{ri}(s) \underline{x}_r] = K_G[H_v \underline{h} + (I + D_{ri}) \underline{x}_r] \quad (21)$$

여기서  $H_v, D_{ri}$ 는  $H_{ri}, D_{ri}$ 를 각각의 요소로 갖는 대각행렬이고,  $\underline{h}_i$ 는 식 (18)의 상태공간구현에 대한 상태변수벡터이다.  $K_{ri}(s)$ 는 strictly proper한 전달함수로 가정한다.

게인행렬  $K_G$ 를 이에 대한 파라미터오차  $\Delta K$ 를 고려하여 공칭행렬  $\hat{K}_G$ 를 이용 다음과 같이 나타낸다.

$$K_G = \hat{K}_G + \Delta K \quad (22)$$

끝단위치에 대한 목표제어를  $\underline{y}_d$ 로 하고, 이에 대한 제적추종오차  $\underline{e}$  및 확장된 추종오차  $\underline{s}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{e} = \bar{\underline{y}} - \underline{y}_d, \quad \underline{s} = \bar{\underline{y}} - \bar{\underline{y}}_r \quad (23)$$

여기서  $\bar{\underline{y}}_r = \underline{y}_d - K_{D1}\underline{e} - K_{D2} \int_0^t \underline{e}(\gamma) d\gamma$  이고,  $K_{D1},$

$K_{D2}$ 는 제적추종제어에 대한 양의 상수게인행렬이다. 식 (13)의 각각의 행렬들은 다음과 같이 상수의 파라미터벡터  $\underline{a}$ 의 선형 조합식으로 표시할 수 있다. 여기서 상수의 파라미터벡터  $\underline{a}$ 는 미지의 파라미터로 구성되며, 이 행렬의 값들은 적절한 적응알고리즘에 의해 추정된다. 또한 행렬  $Y$ 는 알고있는 파라미터와 측정값으로 구성된다.

$$\bar{H}_v\bar{\underline{y}}_r + \bar{C}_v\bar{\underline{y}}_r + \bar{G}_v + \bar{F}_v = Y\underline{a} \quad (24)$$

$$\hat{H}_v\bar{\underline{y}}_r + \hat{C}_v\bar{\underline{y}}_r + \hat{G}_v + \hat{F}_v = Y\hat{\underline{a}} \quad (25)$$

$$\tilde{H}_v\bar{\underline{y}}_r + \tilde{C}_v\bar{\underline{y}}_r + \tilde{G}_v + \tilde{F}_v = Y\tilde{\underline{a}} \quad (26)$$

여기서 첨자  $\wedge$ 를 가진 행렬은 해당 행렬의 추정치를 나타내고,  $\sim$ 는 추정치와 실제 값과의 오차를 의미한다.

느린 부분계 전체에 대한 안정성을 보장하면서, 슬라이딩 표면에 도달하고, 그 상태를 유지하기 위한 제어법칙을 구하기 위해 다음 식과 같은 양의 한정함수  $V$ 를 도입한다.

$$V = \frac{1}{2} [\underline{s}^T \overline{H}_v \underline{s} + \hat{\underline{a}}^T \Gamma^{-1} \hat{\underline{a}} + \underline{\sigma}^T \underline{\sigma}] \quad (27)$$

느린 부분계에 대한 로봇끝단의 위치계추종제어를 위한 sliding mode 제어법칙과 적용법칙을 다음과 같이 설정한다[11].

$$\overline{\dot{I}}_d = Y \hat{\underline{a}} - K_s \underline{s} \quad (28)$$

$$\hat{\underline{a}} = -\Gamma Y^T \underline{s} \quad (29)$$

$$\overline{\underline{u}} = \hat{K}_C^{-1} [-f_v - k_\sigma \text{sgn}(\underline{\beta})] \quad (30)$$

$$f_v = -\overline{\underline{v}}_d + H_v F_v \underline{h} + H_v G_v \underline{x}_v \quad (31)$$

$$\underline{\beta} = \overline{J}_\theta^{-1} \underline{s} + K_\sigma \underline{\sigma} \quad (32)$$

여기서  $K_s$ 와  $\Gamma$ 는 상수계인행렬이고  $F_v, G_v$ 는  $F_{vi}, G_{vi}$ 를 요소로 하는 대각행렬이다. 양의 상수  $k_\sigma$ 를 식(33)과 같이 결정하면

$\dot{V}$ 의 상한을 식 (36)과 같이 나타낼 수 있다

$$k_\sigma = \frac{\gamma_2 + x}{1 - \gamma_1}, \quad x > 0 \quad (33)$$

$$\|\Delta K \hat{K}_v^{-1}\| \leq \gamma_1 < 1 \quad (34)$$

$$\|\Delta K \hat{K}_v^{-1} f_v\| \leq \gamma_2 \quad (35)$$

$$\dot{V} \leq -x \|\underline{s}\| - \lambda_{\min}(K_s) \|\underline{s}\| \{ \|\underline{s}\| - \|\overline{J}_\theta^{-T} H_v \underline{h}\| / \lambda_{\min}(K_s) \} \quad (36)$$

$\underline{s}$ 가 다음 조건을 만족하면 적용법칙의 수행을 중지한다.

$$\|\underline{s}\| \leq \lambda_{\max}(\overline{J}_\theta^{-T} H_v \underline{h}) / \lambda_{\min}(K_s) \quad (37)$$

위 식에서 정의되는 범위 밖에서는 식 (36)의  $\dot{V}$ 는 음의 반한정이므로 양의 한정인  $V$ 는 상한을 갖게 된다. 따라서  $\underline{s}$ 의 크기가 제한되어 추종오차의 크기도 제한됨을 알 수 있다.

#### 4 빠른 부분계에 대한 제어기 설계

압력을 포함한 빠른 부분계에 대한 상태변수를 식 (38)과 같이 도입하면, 빠른 부분계의 상태방정식을 식 (39)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{\xi}_o = \{ \underline{v}_1^T, \underline{v}_2^T, \underline{v}_f^T \}^T \quad (38)$$

$$\frac{d\underline{\xi}_o}{dt} = A_{FO} \underline{\xi}_o + B_{FO} \underline{u}_f \quad (39)$$

$$\text{여기서 } A_{FO} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ -\hat{K} \hat{M}_{22} & 0 & \hat{K} \hat{M}_{21} K_P \\ 0 & 0 & A_V \end{bmatrix}, B_{FO} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B_V \end{bmatrix},$$

$A_V = -\varepsilon T_v^{-1}, B_V = \varepsilon T_v^{-1} K_V$ 이고  $\underline{u}_f$ 는 빠른 부분계의 제어입력이다. 빠른 부분계의 출력  $\underline{y}_o$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{y}_o = \underline{\varepsilon}_s - E K^{-1} \underline{\xi}_o = E K^{-1} \underline{v}_1 \quad (40)$$

여기서  $\underline{\varepsilon}_s$ 는 스트레인출력, 행렬  $E$ 는 스트레인출력에 대한 계인행렬이다. 상태변수 중 압력에 대한 변수의 크기가 다른 것에 비해 크기가 현저하게 크고, 또한 출력의 크기가 매우 작으므로 다음과 같이 상태변수 및 출력, 입력에 대해 스케일링을 행한다.

$$S_\xi = \begin{bmatrix} I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{75} I \end{bmatrix}, S_y = 3000I, S_u = 0.5I \quad (41)$$

따라서 스케일링된 상태방정식은 다음과 같다.

$$\frac{d\underline{\xi}}{dt} = A_F \underline{\xi} + B_F \underline{u}_f \quad (42)$$

$$\underline{y} = C_F \underline{\xi} \quad (43)$$

시스템행렬  $A_F$ 에 대한 파라미터의 불확실성은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$A_F = F_u(Q_F, \Delta_F), \quad Q_F = \begin{bmatrix} 0 & W_2 \\ W_1 & \overline{A}_F \end{bmatrix} \quad (44)$$

여기서  $\overline{A}_F$ 는 공칭시스템이며 대각행렬  $\Delta_F$ 은 다음과 같다

$$\Delta_F = \text{diag} \{ \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_8 \}, |\delta_i| < 1, (i = 1, \dots, 8) \quad (45)$$

행렬  $W_1, W_2$ 는 다음과 같다.

$$W_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, W_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ w_{\delta 1} & w_{\delta 2} & 0 & w_{\delta 5} & w_{\delta 6} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{\delta 3} & w_{\delta 4} & 0 & 0 & w_{\delta 7} & w_{\delta 8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (46)$$

여기서 양의 상수  $w_{\delta i}, (i = 1, \dots, 8)$ 는 불확실성에 대한 크기의 범위를 나타낸다.  $\Delta_F$ 을 제외한 계  $G_F$ 를 상태방정식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\frac{d\underline{\xi}}{dt} = \overline{A}_F \underline{\xi} + W_1 \underline{w}_1 + B_F \underline{u}_f \quad (47)$$

$$\underline{z}_1 = W_2 \underline{\xi}, \quad \underline{y} = C_F \underline{\xi} \quad (48)$$

제어기는 구조화된 파라미터 불확실성  $\Delta_F$  및 모델링되지 않은 고차모우드의 영향 및 서보밸브 및 구동기의 모델링오차등에도 강인안정성을 유지하면서 빠른 부분계가 지수적으로 안정하도록  $\mu$ 함성법을 이용한 robust pole assignment method를 사용하여 구성한다. 실험대상인 2자유도 로봇의 빠른 부분계에 대한 강인제어기 합성에 관련된 일반화 플랜트  $P_F(s)$ 의 구성은 Fig. 2와 같다.

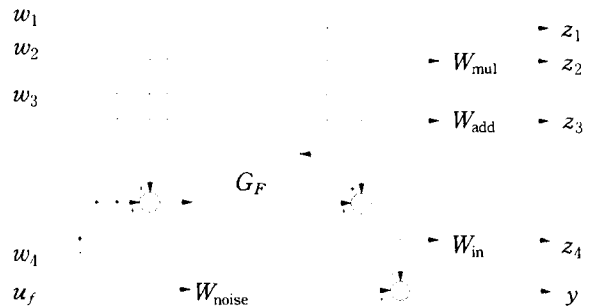


Fig. 2 Generalized plant for  $\mu$ -synthesis control design

그림에서  $W_{add}$ 는 모델링과정에서 고려하지 않은 고차모우드로 인한 스킵오버 현상을 감소시키기 위해 사용하는 덧셈형 모델링오차에 대한 가중치함수이다. 이를 위해 Fig. 3과 같이 모델에 반영된 모우드에 해당하는 주파수 영역에서는 그 크기를 작게 하고, 주파수가 증가함에 따라 급격히 그 크기를 증가시킨 형태의 전달함수를  $W_{add}$ 로 선정한다. 입력 단에서의 곱셈형 불확실성 가중치함수  $W_{mul}$ 은 서보밸브 및 구동기의 모델링오차에 대응하기 위해 사용한다. 제어입력에 대한 가중치 함수  $W_{in}$ 은 제어입력의 크기와 변화율을 제한하기 위해 사용한다. 특히 서보밸브를 포함하는 구동기계는 상대적으로 느린 동적 특성을 가지고 있으므로, 제어기 설계과정에서  $W_{in}$ 을 적절히 선정하여 제어기 출력의 변화율을 제한할 필요가 있다. 센서출력의 노이즈에 대한 가중치함수인  $W_{noise}$ 는 A/D 변환기입력단에서의 노이즈 레벨과 A/D 변환오차 그리고 출력에 대한 가중치를 고려하여 0.1로 선정하였다. 각각의 가중치함수들은 다음과 같다.

$$W_{add}(s) = \frac{0.02(s/3+1)^3}{(s/20+1)^3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (49)$$

$$W_{mul}(s) = \frac{0.01(s/3+1)}{(s/20+1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (50)$$

$$W_{in}(s) = \frac{3(s/2+1)}{(s/20+1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (51)$$

$$W_{noise}(s) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

불확실성의 블록 구조는 다음과 같이 설정하였다.

$$\mathcal{A} = \{ \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_8, \mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3) | \delta_i \in \mathbb{C}, \mathcal{A}_i \in \mathbb{C}^{2 \times 2} \} \quad (53)$$

여기서  $\delta_i$ 는 상태방정식의 계수행렬  $A_F$ 의 파라미터 불확실성에 관계된 것들이고,  $\mathcal{A}_1$ 는 곱셈형 모델링오차에,  $\mathcal{A}_2$ 는 덧셈형 모델링오차에 각각 관련된 것이다. 또한  $\mathcal{A}_3$ 는 제어입력 및 측정잡음에 관련된 불확실성 블록이다.

페루프계의 극의 실수부가 양수  $\alpha_p = 0.03$ 에 대해  $-\alpha_p$ 보다 작아 지도록 위의 일반화 플랜트에 식 (54)의 변환[10]을 적용하여 얻은 전달함수  $\tilde{P}_F(s)$ 에 대해 강인제어기  $\tilde{K}_F(s)$ 를 설계한다.

$$s = \frac{s+p_1}{\frac{s}{p_2}+1}, \quad p_1 = -\alpha_p, \quad p_2 = \infty \quad (54)$$

강인안정성에 대한 구조화된 특이치의 조건을 만족하는 제어기는 D-K 반복과정[11]을 통해서 합성한다. Fig. 4에 각 D-K 세 번째 반복 과정 후의 페루프계의 구조화된 특이치 선도를 도시하였다. 그림에서와 같이 강인안정성 조건을 만족하는 제어기를 합성할 수 있었다.

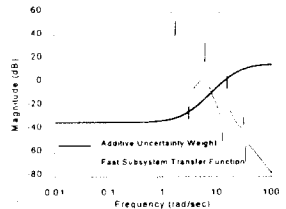


Fig. 3 Transfer function and additive uncertainty weight

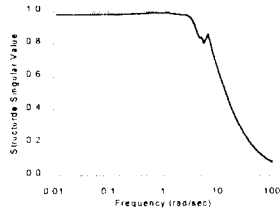


Fig. 4  $\mu$  plot of D-K iteration procedure

## 5 실험결과 및 고찰

다음 식과 같이 초기위치에서 목표위치로 유연한 궤적을 가진 목표 궤적을 설정하고, 로봇의 끝단이 이를 추종하는 실험을 행하였다.

$$x_{di}(t) = \begin{cases} x_{oi} + x_{fi} \left[ 10 \left( \frac{t}{t_{fi}} \right)^3 - 15 \left( \frac{t}{t_{fi}} \right)^4 + 6 \left( \frac{t}{t_{fi}} \right)^5 \right], & 0 \leq t < t_{fi} \\ x_{di} = x_{fi}, & t \geq t_{fi} \end{cases} \quad (55)$$

여기서  $x_{di} = x_{fi} - x_{oi}$ , ( $i=1,2$ ) 이고,  $x_{oi}$ ,  $x_{fi}$ 는 초기의 로봇 끝단위치와 최종목표위치를 각각 나타내며,  $i, j$ 는  $x, y$  좌표를 나타낸다. 실험은  $t_{f1} = t_{f2} = 2$  sec,  $x_{d1} = 0.1$  m,  $x_{d2} = 0.2$  m로 하였고, 로봇끝단의 부하질량은 0.25kg으로 하여 Fig.5와 Fig.6과 같은 실험결과를 얻었다.

## 6. 결론

유연한 링크를 가진 수평이동 공압인공근육구동로봇에 대해 특이점 동법을 도입하여 전체 로봇의 모델을 로봇의 강체 운동을 기술하는 느린 부분계와 링크의 유연성 및 서보밸브의 동적 특성에 기인한 운동을 기술하는 빠른 부분계로 분리하고, 각 부분계에 대해 적절한 제어기설계방안을 제안하였다. 제안된 제어기를 두 번째 링크가 유연한 2 자유도 로봇에 대해 구현하고, 로봇의 끝단이 목표위치궤적을 따라 이동하

는 실험을 행함으로써 제어기의 효과를 검증하였다.

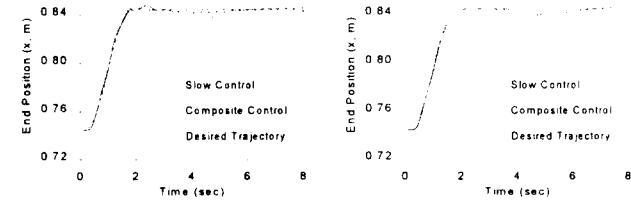
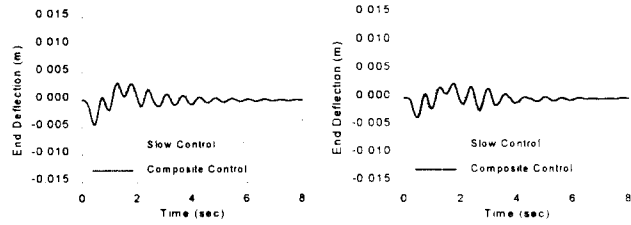


Fig. 5 Simulation Results

Fig. 6 Experimental Results

## References

- [1] K. Osuka, T. Kimura, and T. Ono, "H<sub>∞</sub> Control of Rubbertuator," in Proc. Conf. of Robotics-Mechatronics, pp. 167-170, 1990.
- [2] S. Jin, K. Watanabe, and M. Nakamura, "Trajectory Tracking Controls for a Two-Link Manipulator with Artificial Rubber Muscles," JSME J.(C), vol. 59, no. 565, pp. 2745-2752.
- [3] T. Hesserloth, K. Sarkar, P. Patrick van der Smagt, and K. Schulten, "Neural Network Control of a Pneumatic Robot Arm," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol. 24, no. 1, pp. 28-38.
- [4] H. W. Park, N. C. Park, H. S. Yang, and Y. P. Park, "Adaptive Control for Trajectory Tracking of a Manipulator with Pneumatic Artificial Muscle Actuators," J. Korean Society of Precision Eng., vol. 14, no. 5, pp. 100-107.
- [5] N. C. Park, H. S. Yang, and Y. P. Park, "Control of a Flexible Manipulator with Artificial Muscle-type Pneumatic Actuators Using  $\mu$ -synthesis," J. of Vibration and Control, accepted for publication.
- [6] B. Siciliano and W. J. Book, "A Singular Perturbation Approach to Control of Lightweight Flexible Manipulators," Int. J. of Robotics Research, vol. 7, no. 4, pp. 79-90.
- [7] Bridgestone Corp., The Rubbertuator Product Literature, Tokyo, Japan, 1987.
- [8] Nonami, K., Nishimura, H., and Tian, H., 1996, "H<sub>∞</sub>/ $\mu$  Control-Based Frequency-Shaped Sliding Mode Control for Flexible Structures," JSME International Journal(C), 39(3), 493-501.
- [9] J.J.E. Slotine and W. Li, Applied Nonlinear Control, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- [10] Chiang, R. Y. and Safonov, M. G., 1988, Robust Control Toolbox, The Math Works Inc.
- [11] Balas, G. J., Doyle, J. C., Glover, K., Packard, A., and Smith, R., 1991,  $\mu$  Analysis and Synthesis Toolbox, MUSYN and The Math Works.