

스트랩다운 관성항법시스템의 가속도 변환 알고리즘

An Acceleration Transformation Algorithm for Strapdown Inertial Navigation System

° 김 광 진*, 김 정 환**, 백 양 식***

* 국방과학연구소(Tel: +82-42-821-4421; Fax: +82-42-821-2224; E-mail: secret@sunam.kreonet.re.kr)

** 국방과학연구소(Tel: +82-42-821-4422; Fax: +82-42-821-2224; E-mail: jeonghkim@sunam.kreonet.re.kr)

*** 국방과학연구소(Tel: +82-42-821-4425; Fax: +82-42-821-2224; E-mail: bys104@sunam.kreonet.re.kr)

Abstract In this paper, an acceleration transformation algorithm which compensates the sculling error is proposed for strapdown inertial navigation system. The algorithm utilize the cross-product of the accelerometer outputs and gyro outputs to keep the accuracy of the vehicle velocity under high frequency dynamic motion. From the error analysis of the algorithm, it is shown that the magnitude of estimation error is reduced by four orders.

Keywords SDINS, Sculling Motion, Accelerometer, gyro, Acceleration Transformation

1. 서론

스트랩다운 관성항법시스템(Strapdown Inertial Navigation System - SDINS)의 항법 컴퓨터는 자세계산 알고리즘, 초기 정렬 알고리즘, 속도 및 위치계산 알고리즘 등의 많은 항법 알고리즘을 이용한 수치적인 계산에 의하여 항체의 자세, 속도 및 위치를 구한다. 항법 알고리즘은 항체가 운동중 겪게 되는 여러 가지 운동에 의하여 많은 오차가 유발되므로 이러한 운동을 기본 운동으로 모델링하여 오차 해석을 수행한다. 대표적인 기본 운동으로 자세 오차를 유발하는 원추 운동(coning motion)과 속도 및 위치 오차를 유발하는 스컬링 운동(sculling motion)이 있다[1].

원추 운동이란 위상차가 있는 두개의 정현파 운동이 항체의 수직된 두 축에 인가되는 것으로 항체의 자세에 가장 큰 비교환 오차(noncommutativity error)를 유발하는 것으로 알려져 있다[2]. 특히 관성항법시스템은 그 오차 시스템 자체가 불안정하므로 자세 계산에서 발생한 오차는 계속 누적되어 속도 및 위치 정보에 많은 오차를 유발한다. 이와 같은 이유에 의하여 SDINS에서 기준좌표계와 동체좌표계 사이의 좌표변환행렬을 구하기 위하여 사용되어지는 자세계산 알고리즘은 원추 운동에서 자세 오차를 최소화 하도록 구성되어진다[2]-[6]. Miller에 의하여 3개의 자이로 샘플을 이용하여 원추 운동에 의한 오차를 보상하는 방법이 제시되어진 후[3], 4개의 자이로 샘플을 이용하거나[4], 이전 샘플(previous sample)을 이용하여 자세계산을 최적화하는 방법이 제시되었다[2]. 최근에는 일반적인 환경(benign environment)에서 여러 가지 알고리즘이 해석되어졌으며[5], 또한 자세계산 알고리즘을 일반화하는 연구가 수행되어졌다[6]. 자세계산 알고리즘을 이용하여 구성된 좌표변환행렬은 동체좌표계에서 측정된 가속도계 출력을 항법좌표계의 가속도 성분으로 변환하는데 사용되어지며, 이로부터 항체의 속도와 위치를 얻게 된다. 일반적으로 자세계산 알고리즘과 속도 및 위치계산 알고리즘은 효율적인 계산을 위하여 자세계산과 가속도 변환은 빠른 속도로 수행하며 항법좌표계에서의 속도와 위치는 상대적으로 느린 속도로 수행하도록 구성된다[7].

좌표변환행렬을 구성하기 위하여 지금까지 개발된 자세계산 알고리즘은 항법컴퓨터의 계산주기 동안에 샘플링되는 자이로 샘플수를 증가시켜 비교환 오차를 보상하는 알고리즘이다. 그러나 항법 알고리즘의 효율적인 구성을 위하여 자세계산 주기동안에 취할 수 있는 자이로의 샘플수는 한정되어 있으며, 또한 자세계산 오차에 의하여 유발된 속도 및 위치 오차도 보상할 수 있는 알고리즘이 요구된다. 본 논문에서는 자세 오차에 의하여 좌표변환행렬에서 발생한 오차를 보상하기 위하여 속도 및 위치계산 알고리즘에서 오차 보상을 수행하는 알고리즘을 제시한다. 이를 위하여 먼저 좌표변환행렬에 의한 속도 및 위치 오차에 대하여 살펴보고, 항체에 속도 및 위치 오차를

유발하는 스컬링 운동을 수식적으로 해석하고 스컬링 오차의 해석적인 식을 유도한다. 그리고 스컬링 오차를 보상하기 위하여 가속도계 측정치와 자이로 측정치를 이용한 새로운 알고리즘과 알고리즘의 오차식을 유도한다. 이를 통하여 제시된 알고리즘은 좌표변환행렬에 의한 속도 및 위치 오차를 효율적으로 보상함을 알 수 있을 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 2 장에서는 좌표변환행렬에 의한 가속도계 출력의 변환 오차에 대하여 살펴보고, 3 장에서는 스컬링 운동과 스컬링 운동에 의한 속도 오차식을 유도한다. 그리고 4 장에서는 스컬링 운동의 오차를 보상하기 위한 속도 및 위치계산 알고리즘을 제시하고, 알고리즘의 오차식을 수식적으로 유도한다. 마지막으로 5 장에서 결론을 맺는다.

2. 가속도 변환 오차

가속도계와 자이로가 항체에 직접 부착되어 있는 SDINS에서 항법좌표계로 표현된 가속도 성분 \underline{a}'' 은 관성공간에 대하여 동체좌표계에서 측정된 가속도계 출력 \underline{a}' 와 좌표변환행렬 C_c'' 에 의하여 다음과 같이 표현되어진다.

$$\underline{a}'' = C_c'' \underline{a}' \quad (1)$$

항체의 속도는 위의 식(1)을 적분함으로써 계산되어지며 항법컴퓨터의 속도 계산 주기인 t_m 에서 t_{m+1} 사이에 발생한 가속도 출력의 증분값은 다음과 같다.

$$\underline{u}'' = \int_{t_m}^{t_{m+1}} C_c'' \underline{a}' dt \quad (2)$$

여기서 \underline{u}'' 는 항법컴퓨터의 m 번째 계산 주기에서 $m+1$ 번째 사이의 속도를 의미하며, 센서 샘플링 구간과 가속도 변환 주기와의 관계는 그림 1과 같다. 그림 1에서 센서 샘플링 구간에서 샘플링된 자이로 출력을 이용하여 자세계산시 발생하는 비교환 오차를 보정한 후 가속도 변환 구간에서 좌표변환행렬을 계산하고 \underline{u}'' 을 계산한다. 일반적으로 항체의 속도는 식(2)에 코리올리 항과 중력가속도에 의한 영향을 보정한 후 계산된다.

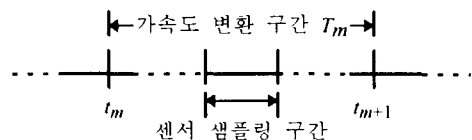


그림 1. 가속도 변환 주기도

Fig. 1. Time diagram for acceleration transformation

식(2)의 좌표변환행렬은 일반적으로 항법컴퓨터의 계산 구간인 t_m 과 t_{m+1} 사이에서 연속된 함수이므로 아래의 등가식으로 나타낼 수 있다[1].

$$C_m^* = C(m)A(t) \quad (3)$$

여기서 $C(m)$ = 항법컴퓨터의 갱신 시간(update time) t_m 에서의 C 의 값

$A(t)$ = 항법컴퓨터의 갱신 시간 t_m 부터 t 사이의 좌표 변환을 나타내는 방향코사인 행렬

식(3)에서 $A(t)$ 는 항법컴퓨터의 가속도 변환 구간에서 발생한 항체의 회전에 의한 영향을 포함하고 있다. 이것을 수식적으로 보여주기 위하여 먼저 위의 식(3)을 식(2)에 대입하면 다음과 같다.

$$\underline{u}^* = \int_{t_m}^{t_{m+1}} C_m^* \underline{a} dt = C(m) \int_{t_m}^{t_{m+1}} A(t) \underline{a} dt \quad (4)$$

또한 가속도 변환 구간에서 방향코사인 행렬 $A(t)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$A(t) = I + (\underline{\beta}(t) \times) \quad (5)$$

여기서 $\underline{\beta}(t) = \int_{t_m}^t \underline{\omega} dt$.

식(5)에서 $\underline{\beta}(t)$ 는 가속도 변환 구간에서의 항체의 회전을 나타내는 식으로써 이를 식(4)에 대입하여 다음과 같이 전개한다.

$$\begin{aligned} \underline{u}^* &= C(m) \int_{t_m}^{t_{m+1}} (I + \underline{\beta}(t) \times) \underline{a} dt \\ &= C(m) \left[\int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{a} dt + \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{\beta}(t) \times \underline{a} dt \right] \end{aligned} \quad (6)$$

위 식을 교환 성분(commutativity term)과 비교환 성분으로 나타내기 위하여 첫번째 적분항을 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{u} \equiv \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{a} dt \quad (7)$$

식(7)을 이용하여 식(6)을 다음의 식으로 정리한다.

$$\underline{u}^* = C(m) \left[\underline{u} + \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{\beta}(t) \times \underline{a} dt \right] \quad (8)$$

식(8)에서 대괄호 안의 첫번째 항인 \underline{u} 는 가속도계의 적분에 의하여 정확하게 계산되는 교환 성분으로 오차가 포함되어 있지 않다. 그러나 마지막 항은 가속도계 출력과 자이로 출력의 곱에 의하여 구성된 적분항으로써 항체의 회전이나 가속도계의 오차에 의하여 발생된 비교환 오차 성분이다.

비교환 성분이 포함된 식(8)의 적분항에서 항체의 회전이나 가속도계의 오차에 의한 영향을 보다 자세하게 살펴보기 위하여 구분 구적분을 이용하여 다음과 같이 전개한다.

$$\underline{u}^* = C(m) \left[\underline{u} + \frac{1}{2} \underline{\beta} \times \underline{u} + \frac{1}{2} \int_{t_m}^{t_{m+1}} (\underline{\beta}(t) \times \underline{a} + \underline{u}(t) \times \underline{\omega}) dt \right] \quad (9)$$

여기서 $\underline{\beta}(t) = \int_{t_m}^t \underline{\omega} dt$, $\underline{u}(t) = \int_{t_m}^t \underline{a} dt$.

$$\underline{\beta} = \underline{\beta}(t = t_{m+1}), \quad \underline{u} = \underline{u}(t = t_{m+1}).$$

식(8)에서 비교환 오차 성분을 나타내고 있는 우변의 적분항은 식(9)에서 자이로와 가속도계의 출력에 의하여 정확하게 보상되는 우변의 두번째항과 항상 오차를 포함하는 마지막항으로 나눌 수 있다. 즉, 식(9)의 우변의 두번째항은 자이로와 가속도계의 곱에 의하여 간단하게 보상될 수 있으나 마지막항을 보상하기 위해서는 이 값을 보상하기 위한 알고리즘이 필요하게 된다. 일반적으로 식(8)과 식(9)에서 나타내어진 비교환 오차 성분에 의한 항을 스컬링 효과라고 한다[1].

식(8)과 식(9)에서 나타낸 가속도 변환에 의한 속도 성분은 항체의 자세나 속도가 급격하게 변화하는 동적 환경에서도 항

법컴퓨터에 의하여 정확하게 계산이 이루어져야 한다. 항체의 급격한 변화가 식(8)과 식(9)의 가속도 변환식에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 다음장에서 스컬링 운동에 의한 오차를 유도한다.

3. 스컬링 운동

스컬링 운동이란 항체의 한축에 정현파 가속도와 수직된 다른 한축에 정현파 각속도가 입력되는 운동으로 이를 수식적으로 나타내기 위하여, 먼저 동체좌표계의 x 축에 진폭이 θ , 인 정현파 운동이 발생하는 경우 각속도의 적분식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\underline{\omega}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \underline{\omega} dt = (\theta, \sin(2\pi ft) \quad 0 \quad 0)^T \quad (10)$$

또한 동체좌표계의 y 축의 속도의 진폭을 D , 그리고 식(10)의 각운동에 대한 가속도 운동의 위상각(phase angle)을 ϕ 라 정의하면, 주파수 f 를 가지는 스컬링 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\underline{a} = (0 \quad D, \sin(2\pi ft + \phi) \quad 0)^T \quad (11)$$

$$\underline{\omega} = (2\pi ft \theta, \cos(2\pi ft) \quad 0 \quad 0)^T \quad (12)$$

이때 $\underline{\beta}(t)$ 와 $\underline{u}(t)$ 는 정의에 의하여 다음과 같이 계산된다.

$$\underline{\beta}(t) = \int_{t_m}^t \underline{\omega} dt = \theta, [\sin(2\pi ft) - \sin(2\pi ft_m)] \mathbf{i} \quad (13)$$

$$\underline{u}(t) = \int_{t_m}^t \underline{a} dt = \frac{D}{2\pi f} [\cos(2\pi ft_m + \phi) - \cos(2\pi ft + \phi)] \mathbf{j} \quad (14)$$

위의 식(11)과 식(12)에 의하여 정의된 스컬링 운동에 의한 가속도 변환 오차를 살펴보기 위하여 식(8)과 식(9)의 적분항을 다음과 같이 정의한다.

$$\underline{S}_1 \equiv \int_{t_m}^{t_{m+1}} (\underline{\beta}(t) \times \underline{a}) dt \quad (15)$$

$$\underline{S}_2 \equiv \frac{1}{2} \int_{t_m}^{t_{m+1}} (\underline{\beta}(t) \times \underline{a} + \underline{u}(t) \times \underline{\omega}) dt \quad (16)$$

위의 정의를 이용하여 앞의 식(8)과 식(9)는 아래와 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\underline{u}^* = C(m) [\underline{u} + \underline{S}_1] \quad (17)$$

$$\underline{u}^* = C(m) \left[\underline{u} + \frac{1}{2} \underline{\beta} \times \underline{u} + \underline{S}_2 \right] \quad (18)$$

스컬링 운동에 의한 비교환 오차의 크기를 살펴보기 위하여 먼저 식(15)에 앞의 식(11)과 식(13)을 대입한 후 삼각함수의 관계와 Taylor 급수 전개를 이용하여 다음과 같이 전개한다.

$$\begin{aligned} \underline{S}_1 &= \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{\beta}(t) \times \underline{a} dt \\ &= \int_{t_m}^{t_{m+1}} \theta, [\sin(2\pi ft) - \sin(2\pi ft_m)] \mathbf{i} \times D, \sin(2\pi ft + \phi) \mathbf{j} dt \\ &= \theta, D, \int_{t_m}^{t_{m+1}} [\sin(2\pi ft) \sin(2\pi ft + \phi) - \sin(2\pi ft_m) \sin(2\pi ft + \phi)] \mathbf{k} dt \\ &= \theta, D, \left[\frac{1}{4\pi f} (\sin \phi - \sin \phi \cos(2\pi f T_m) + \sin(4\pi f t_m + 2\pi f T_m + \phi) \right. \\ &\quad \left. \cdot (1 - \cos(2\pi f T_m)) \right] \mathbf{k} + \frac{1}{2} \theta, D, T_m \cos \phi \left(1 - \frac{\sin(2\pi f T_m)}{2\pi f T_m} \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (19)$$

여기서 $T_m = t_{m+1} - t_m$.

식(17)과 식(18)의 관계에서 식(19)는 자이로와 가속도계의 곱에 의하여 정확히 계산되는 성분과 항상 오차를 포함하는 \underline{S}_2 성분으로 구성되어 있음을 알 수 있다. 그러므로 식(19)를

간단한 계산에 의하여 보상 가능한 항과 항상 오차를 포함하는 항으로 나누기 위하여 식(16)에서 정의된 \underline{S}_2 에 식(11) ~ 식(14)를 대입하여 전개한다.

$$\begin{aligned}\underline{S}_2 &= \frac{1}{2} \int_{t_m}^{t_{m+1}} \left(\underline{\beta}(t) \times \underline{a} + \underline{u}(t) \times \underline{\omega} \right) \underline{k} dt \\ &= \frac{1}{2} \theta_i D_i T_m \cos \phi \left(1 - \frac{\sin(2\pi f T_m)}{2\pi f T_m} \right) \underline{k} \quad (20)\end{aligned}$$

식(20)을 앞의 식(19)와 비교하면 식(19)의 마지막항과 동일함을 알 수 있다. 또한 식(18)에서 가속도계와 자이로 출력의 곱에 의하여 구성되는 $\frac{1}{2}(\underline{\beta} \times \underline{u})$ 항을 계산하기 위하여 앞의 식(13)과 식(14)에서 $t = t_m$ 일 때의 값을 $\underline{\beta}_m$ 와 \underline{u}_m 로 정의하면 다음과 같으며,

$$\begin{aligned}\underline{\beta}_m &= \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{\omega} dt = \theta_i \left[\sin(2\pi f t_m + 2\pi f T_m) - \sin(2\pi f t_m) \right] \underline{i} \\ \underline{u}_m &= \int_{t_m}^{t_{m+1}} \underline{a} dt = \frac{D_i}{2\pi f} \left[\cos(2\pi f t_m + \phi) - \cos(2\pi f t_m + 2\pi f T_m + \phi) \right] \underline{j}\end{aligned}$$

이를 이용하여 $(\underline{\beta} \times \underline{u})$ 성분을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}(\underline{\beta} \times \underline{u}) &= \frac{1}{2} \theta_i \left[\sin(2\pi f t_m + 2\pi f T_m) - \sin(2\pi f t_m) \right] \underline{i} \\ &\quad \times \frac{D_i}{2\pi f} \left[\cos(2\pi f t_m + \phi) - \cos(2\pi f t_m + 2\pi f T_m + \phi) \right] \underline{j} \\ &= \theta_i D_i \left[\frac{1}{4\pi f} (\sin \phi - \sin \phi \cos(2\pi f T_m)) \right. \\ &\quad \left. + \sin(4\pi f t_m + 2\pi f T_m + \phi) (1 - \cos(2\pi f T_m)) \right] \underline{k} \quad (21)\end{aligned}$$

위의 식(21)은 식(19)에서 \underline{S}_2 부분을 제외한 나머지 수식과 동일함을 알 수 있다. 또한 식(21)은 자이로와 가속도계 출력의 곱에 의하여 정확하게 보상되는 항이므로 스컬링 오차 보상 알고리즘이란 식(20)에서 주어진 오차를 보상하는 것을 의미한다. 스컬링 운동이 일어나는 경우 자이로와 가속도계의 입력 성분 $\underline{\omega}$ 와 \underline{a} 가 앞의 식(11)과 식(12)에서 정의된 것처럼 서로 다른 수직된 두축의 정현파 운동 성분을 가지게 된다. 그러나 식(20)의 \underline{S}_2 의 오차 크기는 x 축의 각속도 운동과 y 축의 각속도 운동의 위상차인 ϕ 의 코사인 값에 비례하는 상수임을 알 수 있다. 따라서 스컬링 운동 식(11)과 식(12)에서 두 축의 입력된 정현파의 위상차가 $\phi = \frac{\pi}{2}$ 일 때는 \underline{S}_2 는 0이 되며 $\phi = 0$ 의 조건에서 \underline{S}_2 는 최대의 오차를 가지게 됨을 알 수 있다. 지금까지의 관계를 정리하면 다음과 같다.

$$\underline{S}_2 = \frac{1}{2} \underline{\beta} \times \underline{u} + \underline{S}_1 \quad (22)$$

식(22)에서 \underline{S}_1 는 항법컴퓨터의 계산 주기에서 측정된 각속도 성분과 선형 가속도 성분의 곱에 의하여 구성된 보상항에 \underline{S}_2 가 더하여져 있음을 알 수 있다.

4. 스컬링 오차 보상 알고리즘

스컬링 알고리즘을 이용하여 보상하여야 하는 오차 보상식은 정현파 운동의 위상차가 $\frac{\phi}{2}$ 일 때 이므로 앞의 식(20)에서 오차 보상식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\underline{S}_2 = \frac{\theta_i D_i}{2} \left(T_m - \frac{\sin 2\pi f T_m}{2\pi f} \right) \underline{k} \quad (23)$$

위의 오차 보상식에서 스컬링 오차 보상은 알고리즘의 시작 시간에 관계없이 가속도 변환 구간 T_m 과 스컬링 운동 주파수 f 에 의하여 영향을 받는 \underline{k} 방향의 성분임을 알 수 있다. 그러나 스컬링 운동 주파수를 정확히 알 수 없으므로 식(23)을 근사화하는 알고리즘이 요구된다.

식(23)의 근사식을 만들기 위하여 스컬링 운동이 발생하는 경우의 k 번째의 자이로 출력과 가속도계 출력을 $\Delta\theta_k$ 와 ΔV_k 로 정의하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}\Delta\theta_k &= \omega(t_k, t_{k-1}) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \omega dt = \int_{t_{k-1}}^{t_k} 2\pi f \theta_i \cos(2\pi f t) \underline{i} dt \\ &= \theta_i \left[\sin(\Omega t_{k-1} + \lambda) - \sin(\Omega t_{k-1}) \right] \underline{i} \quad (24)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta V_k &= a(t_k, t_{k-1}) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} a dt = \int_{t_{k-1}}^{t_k} D_i \sin(2\pi f t) \underline{j} dt \\ &= -\frac{D_i}{2\pi f} \left[\cos(\Omega t_{k-1} + \lambda) - \cos(\Omega t_{k-1}) \right] \underline{j} \quad (25)\end{aligned}$$

여기서, $\Omega = 2\pi f$, $\lambda = \Omega \Delta T$.

자이로 출력인 식(24)는 \underline{i} 방향의 벡터 성분이며 가속도계 출력은 \underline{j} 방향의 벡터 성분을 가지므로 두 식의 외적(cross product)은 스컬링 오차 보상식과 동일한 \underline{k} 방향을 가지게 됨을 알 수 있다. 따라서 식(24)와 식(25)에서 $\Delta\theta_k$ 와 ΔV_k 의 외적을 계산하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\Delta\theta(i) \times \Delta V(j) &= \theta_i \left[\sin(\Omega t_{k-1} + \lambda) - \sin(\Omega t_{k-1}) \right] \underline{i} \\ &\quad \times \frac{D_i}{\Omega} \left[\cos(\Omega t_{k-1}) - \cos(\Omega t_{k-1} + \lambda) \right] \underline{j} \\ &= \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[\sin(\Omega t_{k-1} + \lambda) \cos(\Omega t_{k-1}) - \sin(\Omega t_{k-1}) \cos(\Omega t_{k-1} + \lambda) \right. \\ &\quad \left. - \sin(\Omega t_{k-1}) \cos(\Omega t_{k-1}) + \sin(\Omega t_{k-1}) \cos(\Omega t_{k-1} + \lambda) \right] \underline{k} \\ &= \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left(\sin(i+j+1)\lambda - \sin(i-j)\lambda \right) (1 - \cos) \underline{k} \quad (26)\end{aligned}$$

식(26)에서 i 번째 자이로 출력과 j 번째 가속도계 출력의 곱은 스컬링 오차 보상식(23)과 동일한 \underline{k} 방향임을 알 수 있다. 이것은 식(26)을 사용하여 스컬링 오차 보상식(23)의 근사식을 만들 수 있다는 것을 의미하며, 식(26)을 이용하여 근사화된 스컬링 오차 보상식 $\hat{\underline{S}}_2$ 을 다음과 같이 정의한다.

$$\hat{\underline{S}}_2 = k_1 \Delta\theta(1) \times \Delta V(2) + k_2 \Delta\theta(2) \times \Delta V(1) \quad (27)$$

여기서 $\Delta\theta(1)$ 과 $\Delta\theta(2)$ 는 가속도 변환 구간인 T_m 동안에 샘플링 되는 자이로의 출력값으로써 변환 구간 T_m 동안에 2번의 샘플링이 이루어 지는 것을 의미한다. 동일하게 $\Delta V(1)$ 과 $\Delta V(2)$ 도 변환 구간 T_m 동안에 샘플링 되는 가속도계 출력을 의미하며 식(27)에서 제시된 알고리즘은 2-샘플 알고리즘을 구성한다.

식(27)에서 정의된 스컬링 보상 알고리즘 $\hat{\underline{S}}_2$ 을 계산하기 위하여 식(26)을 이용하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\hat{\underline{S}}_2 &= k_1 \Delta\theta(1) \times \Delta V(2) + k_2 \Delta\theta(2) \times \Delta V(1) \\ &= k_1 \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[(\sin(4\lambda) - \sin(-\lambda))(1 - \cos\lambda) \right] \underline{k} \\ &\quad + k_2 \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[(\sin(4\lambda) - \sin\lambda)(1 - \cos\lambda) \right] \underline{k} \\ &= \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[(k_1 + k_2) \sin 4\lambda + (k_1 - k_2) \sin \lambda \right. \\ &\quad \left. - (k_1 + k_2) \sin 4\lambda \cos \lambda - (k_1 - k_2) \sin \lambda \cos \lambda \right] \underline{k} \quad (28)\end{aligned}$$

4. 결론

본 논문에서는 동체좌표계에서 측정된 가속도 출력의 변주시 발생하는 오차를 보상하기 위한 스컬링 오차 보상 알고리즘을 제시하고 해석하였다. 스컬링 오차 보상 알고리즘은 항법컴퓨터의 가속도 변환 구간에서 가속도 출력과 차이로 출력의 곱을 이용하여 스컬링 운동에 의한 비교환 오차 성분을 보상한다. 제시된 알고리즘은 가속도 변환 구간에서 항체의 회전에 의하여 발생한 자세 오차에 의한 속도 오차와, 가속도계 출력 오차에 의한 속도 오차를 효율적으로 보상할 수 있을 것이다. 또한 보다 향상된 속도 및 위치 정보를 얻고자 하는 경우에도 항법 알고리즘에 프로그래밍 되어 용이하게 사용될 수 있을 것이다.

참고문헌

- [1] P. G. Savage, "Strapdown System Algorithms," Advisory Group for Aeronautical Research and Development, AGARD-LS-133, 1984.
- [2] Y. F. Jiang and Y. P. Lin, "Improved Strapdown Coning Algorithms," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, Vol. 28, No. 2, pp. 484-490, 1992.
- [3] R. B. Miller, "A New Strapdown Attitude Algorithm," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 6, No. 4, pp. 287-291, 1983.
- [4] J. G. Lee, et al., "Extension of Strapdown Attitude Algorithm," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 6, No. 4, pp. 287-291.
- [5] M. B. Ignagni, "Efficient Class of Optimal Coning Compensation Algorithms," *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 19, No. 2, pp. 424-429.
- [6] 박찬국, 김광진, 이장규, "최적 스트랩다운 원추 보상 알고리즘," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제 2 권 제 3 호, pp. 242-247, 1996.
- [7] R. B. Miller, "Strapdown Inertial Navigation Systems: An Algorithm for Attitude and Navigation Frame," AR-002-265, System Report 23, 1978.

식(28)의 스컬링 오차 보상 알고리즘 \hat{S}_2 은 정확한 스컬링 오차 보상 식(23)에서 제시한 S_2 와 가장 근사한 값을 가지도록 알고리즘의 상수항 k_1 과 k_2 를 결정한다. 이를 위하여 먼저 식(23)을 Ω 와 λ 의 변수로 가지도록 다음과 같이 변환한다.

$$\begin{aligned} \hat{S}_2 &= \frac{\theta_i D_i}{2} \left(T_m - \frac{\sin(2\pi T_m)}{2\pi f} \right) \\ &= \frac{\theta_i D_i}{2} \left(2\Delta T - \frac{\sin(\Omega \cdot 2\Delta T)}{\Omega} \right) = \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left(\lambda - \frac{\sin(2\lambda)}{2} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

다음으로 정확한 스컬링 오차 보상식인 식(29)와 근사화된 보상 알고리즘인 식(28)을 수치해석 프로그램인 Mathematica를 이용하여 Taylor 급수 전개한다. 근사화된 스컬링 보상식인 식(28)을 λ 의 7차 항까지 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{S}_2 &= \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[\left(\frac{5}{2} k_1 + \frac{3}{2} k_2 \right) \lambda^3 + \left(-\frac{45}{8} k_1 - \frac{43}{8} k_2 \right) \lambda^5 \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{227}{48} k_1 + \frac{1129}{240} k_2 \right) \lambda^7 + \dots \right] \mathbf{k} \end{aligned} \quad (30)$$

또한 식(29)를 Taylor 급수 전개하면 다음과 같다.

$$\hat{S}_2 = \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left[\frac{2}{3} \lambda^3 - \frac{2}{15} \lambda^5 + \frac{4}{315} \lambda^7 - \dots \right] \mathbf{k} \quad (31)$$

식(30)과 식(31)의 λ^3 항과 λ^5 항의 계수를 비교하면 다음과 같이 스컬링 보상 알고리즘의 계수 k_1 , k_2 를 구할 수 있다.

$$k_1 = \frac{203}{300}, \quad k_2 = -\frac{41}{60} \quad (32)$$

식(32)의 계수를 이용하여 식(27)의 스컬링 오차 보상 알고리즘을 다음과 같이 구성한다.

$$\hat{S}_2 = \frac{203}{300} \Delta\theta(1) \times \Delta V(2) - \frac{41}{60} \Delta\theta(2) \times \Delta V(1) \quad (33)$$

위의 스컬링 보상 알고리즘을 이용하여 스트랩다운 관성항법시스템의 가속도 변환 알고리즘은 다음과 같이 구성된다.

$$\mathbf{u}'' = C(m) \left[\mathbf{u} + \frac{1}{2} \underline{\beta} \times \mathbf{u} + \frac{203}{300} \Delta\theta(1) \times \Delta V(2) - \frac{41}{60} \Delta\theta(2) \times \Delta V(1) \right] \quad (34)$$

식(33)에서 구성된 스컬링 보상 알고리즘의 오차는 λ 의 7차항에서 무한대까지 발생하며 이때 λ^7 이 가장 지배적인 오차(dominant error)이므로 식(32)를 식(30)에 대입한 후 식(31)과의 차를 계산하여 알고리즘 오차를 유도한다.

$$\begin{aligned} e_{s2} &= \hat{S}_2 - \hat{S}_2 = \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left(\frac{4}{315} \lambda^7 \right) - \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \left(\frac{227}{48} k_1 + \frac{1129}{240} k_2 \right) \lambda^7 \mathbf{k} \\ &= \frac{19}{700} \cdot \frac{\theta_i D_i}{\Omega} \cdot \lambda^7 \mathbf{k} \end{aligned} \quad (35)$$

식(31)과 식(35)로부터 스컬링 오차 보상을 하지 않을 경우에는 λ^7 에서 오차가 발생하나 스컬링 보상 알고리즘을 사용하는 경우에는 λ^9 에서 오차가 발생됨을 알 수 있다.