

확장 칼만 필터를 이용한 항공기 파라미터 추정 Aircraft Parameter Estimation Using the Extended Kalman Filter

송용규*, 황명신*, 박옥제**

*한국항공대학교 항공기계공학과(Tel:+82-2-300-0115; Fax:+82-2-3158-2191; E-mail:yksong@hanul.hangkong.ac.kr)

**한라중공업(주) 우주항공연구소(Tel:+82-346-577-6691(458); Fax:+82-346-577-6690; E-mail:wjpark@hallas.co.kr)

Abstract To obtain aircraft dynamic parameters, various estimation methods such as Maximum Likelihood, Linear Regression are applied. In this paper we adopt the extended Kalman filter(EKF) to estimate the stability and control derivatives in aircraft dynamic models from flight test data. The extended Kalman filter is applied to nonlinear augmented system assuming that unknown parameters are additional states. In this work, the results of the extended Kalman filter are compared with the results of the wind tunnel test using ChangGong-91 aircraft flight test data.

Keywords Parameter Estimation, Stability Derivatives, Flight Test, Extended Kalman Filter

1. 서론

항공기의 조종/안정 미계수 추정방법에는 선형적인 방법과 비선형적인 방법이 있는데, 전자계산기의 발달과 더불어 후자의 더 많은 연구가 수행되어 왔다. 본 연구는 비선형적 기법인 확장 칼만필터(Extended Kalman Filter)를 이용하여 미계수를 추정하고 풍동치와 비교하여 본다.

2. 항공기 운동방정식

항공기 수학적 모델링의 기본가정을 이용하여, 선형화된 세로 운동방정식을 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{u} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \Delta \dot{q} \\ \Delta \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_\alpha & 0 & -g \\ Z_u & Z_\alpha & 1 & 0 \\ M_u + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{u_0} Z_u & M_\alpha + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{u_0} Z_\alpha & M_q + M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta \alpha \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta_e} & X_{\delta_a} \\ Z_{\delta_e} & Z_{\delta_a} \\ \frac{u_0}{M_{\delta_e}} + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{u_0} Z_{\delta_e} & \frac{u_0}{M_{\delta_a}} + \frac{M_{\dot{\alpha}}}{u_0} Z_{\delta_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_e \\ \Delta \delta_a \end{bmatrix} \quad (1)$$

3. 조종/안정 미계수 추정

지난 수십년간 항공기의 항공역학적 미계수들을 평가할 수 있는 계측 계통과 자료처리기술 개발에 상당한 진보가 있었다. 그로 인해 시간과 비용면에서 많은 절약할 수 있었다. 파라

미터/상태변수 추정에 적용되는 기술은 표 1 과 같다.

표 1 추정 기법
Table 1 Estimation Techniques

	선형시스템	비선형시스템
파라미터	<input type="checkbox"/> Least-Squares <input type="checkbox"/> Best Linear Unbiased Estimation (BLUE) <input type="checkbox"/> Maximum-Likelihood <input type="checkbox"/> Mean-Squared <input type="checkbox"/> Maximum a Posteriori <input type="checkbox"/> Weighted Least Squares	<input type="checkbox"/> Iterated Least Squares for Deterministic Parameters
상태변수	<input type="checkbox"/> Mean-Squared Prediction <input type="checkbox"/> Mean-Squared Filtering (Kalman Filter/Kalman-Bucy Filter) <input type="checkbox"/> Mean-Squared Smoothing	<input type="checkbox"/> Extended Kalman Filter
복합		<input type="checkbox"/> Extended Kalman Filter <input type="checkbox"/> Maximum-Likelihood

확장칼만필터

확장칼만필터는 파라미터 추정 문제에 간접적으로 접근하는 방식으로 추가된 상태변수와 같은 미지의 파라미터를 인위적으로 한정하여 상태추정문제로 변형된다.

이러한 방법은 Calspan 에 의해 도입되었는데 일반적으로 잘 알려지지 않은 공분산 행렬의 측정 및 공정잡음의 통계치에 강하게 의존한다. 불안정한 시스템에도 적합하며, 최근에 많이 연

구되는 분야로 다음과 같은 특징을 가지고 있다.

- 1) EKF 는 One-pass 알고리즘으로, 순환 알고리즘보다 빠르다.
- 2) 비선형 시스템의 파라미터 추정에 있어 선형인 경우와 비교해 복잡성이 증가되지 않는다.
- 3) 상태변화 자체를 추정함으로써 EKF 는 시불변(Time-Invariant)으로 제한되지 않는다.
- 4) 반복 알고리즘으로, EKF 는 측정된 정밀도로 관측 진행이 가능하다.
- 5) 그러나, EKF 는 추정치와 그 공분산의 초기치의 설정이 필요하다.
- 6) 또한, EKF 는 측정잡음 Q 와 과정잡음 R 을 알고 있어야 한다.

확장칼만필터는 반복적인 알고리즘을 가지며, 모델링된 식으로 측정치와 입력 u 를 사용하고, 과정잡음과 측정잡음이 포함되며, 상태와 상태추정의 오차 공분산 추정에 사용된다.

System Model

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), \zeta, t) + w(t) \quad (2)$$

Measurement Model

$$z(t_k) = h(x(t_k), u(t_k), \zeta, t_k) + v(t_k) \quad (3)$$

여기서, $w(t) \sim N(0, Q(t))$, $v(t) \sim N(0, R(t))$ 로 가우시안이고, 평균은 0 이고, 공분산은 Q 와 R 의 백색잡음이다. 또, 서로 상관되어있지 않다(Uncorrelated). 초기상태 $\hat{x}(0)$ 는 평균이 x_0 와 공분산 P_0 의 가우시안 랜덤 벡터이다. 초기치는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(0) &= x_0 = E\langle x(t_0) \rangle \\ P(0) &= P_0 = E\langle [x(t_0) - \hat{x}_0][x(t_0) - \hat{x}_0]^T \rangle \end{aligned} \quad (4)$$

알고리즘

확장칼만필터 알고리즘은 다음과 같다.

State Estimate Propagation

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t), \zeta, t) \quad (t_{k-1} \leq t < t_k) \quad (5)$$

Error Covariance Propagation

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= F(\hat{x}(t), u(t), \zeta, t)P(t) \\ &+ P(t)F^T(\hat{x}(t), u(t), \zeta, t) + Q(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Kalman Gain

$$K_k = P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) \times \{H_k^T(\hat{x}_k(-))P_k(-)H_k^T(\hat{x}_k(-)) + R_k\}^{-1} \quad (7)$$

Predicted Output

$$\hat{y}_k(-) = h_k(\hat{x}_k(-), u_k, \zeta, t) \quad (8)$$

State Estimate Update

$$\hat{x}_k(+) = \hat{x}_k(-) + K_k[z_k - \hat{y}_k] \quad (9)$$

Error Covariance Update

$$P_k(+) = [I + K_k H_k(\hat{x}_k(-))] P_k(-) [I + K_k H_k(\hat{x}_k(-))]^T + K_k R_k K_k^T \quad (10)$$

또한,

$$F_k(\hat{x}_k(-), u(t), t) = \left. \frac{\partial f(x(t), u(t), \zeta, t)}{\partial x(t)} \right|_{\hat{x}_k(-), u(t), \zeta, t} \quad (11)$$

$$H_k(\hat{x}_k(-), u_k, t_k) = \left. \frac{\partial h_k(x(t_k), u_k, \zeta, t_k)}{\partial x_k} \right|_{\hat{x}_k(-), u_k, \zeta, t_k} \quad (12)$$

로 정의된다.

파라미터추정작업은 비행시험중에 얻어진 연속적인 자료를 일정한 시간간격(0.02 초)을 두고 샘플링한 것이므로 이산-연속 확장칼만필터(Continuous-Discrete EKF)를 적용하였으며, 시간간격이 충분히 작다고 가정하고, Euler 적분을 수행하였다. 보다 정확한 파라미터 추정을 위하여 각 계수에 가중치를 곱한 알고리즘을 적용하였다.

4. 확장칼만필터의 적용 결과 및 고찰

확장칼만필터의 특징처럼 측정잡음 Q 와 과정잡음 R 의 세심한 선정이 있어야 한다. 초기치가 적절히 선정되지 않으면, 필터는 발산하게 되어 파라미터를 추정할 수 없게 된다. 입력된 초기치는 다음과 같다.

비행조건 1 (Stick-Free)

$$Q = \text{diag} (5e+3 \ 1 \ 1e-5 \ 10 \ 70 \ 1e-3 \ 1 \ 100 \ 9 \ 1 \ 1 \ 1.5e-1 \ 1e-4 \ 1) \times 1e-9 \quad (13)$$

$$R = \text{diag} (1 \ 1e-4 \ 1e-4 \ 1e-5) \times 1e-6 \quad (14)$$

$$x_0 = [0.4314 \ 0.0110 \ 0.0012 \ -0.0459 \ -0.0305 \ 4.0096 \ 0 \ -0.0018 \ -1.4988 \ -17.7925 \ 0.0020 \ -72341 \ -3.5520 \ -11.8202]^T \quad (15)$$

$$P_0 = \text{diag} (1e-5 \ 1e-5 \ 1e-5 \ 1e-5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1) \times 1e-7 \quad (16)$$

비행조건 2 (Stick-fixed)

$$Q = \text{diag} (5e+3 \ 1 \ 1e-5 \ 1 \ 1 \ 1e-3 \ 1 \ 1 \ 8e+4 \ 1 \ 1e-2 \ 1e-5 \ 1e-5 \ 1) \times 1e-9 \quad (17)$$

$$R = \text{diag} (1 \text{e-}2 \text{e-}1 \text{e-}2) \times 1\text{e-}6 \quad (18)$$

$$x_0 = \begin{bmatrix} 0.5103 & 0.0008 & -0.0174 & -0.0001 & -0.0305 \\ 4.0096 & 0 & -0.0018 & -1.4988 & -17.7925 \\ 0.0020 & -7.2341 & -3.5220 & -11.8208 \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$$P_0 = \text{diag} (1\text{e-}6 \text{e-}6 \text{e-}6 \text{e-}6 \\ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1) \times 1\text{e-}6 \quad (20)$$

계수추정에 사용된 자료는 창공-91 항공기로 세로운동중 단 주기 조종간 자유(Stick Free)와 조종간 고정(Stick-Fixed)인

경우를 이용하였다. 추정결과는 표 2에 정리하였으며, 여기서 비행데이터중 피치각 θ 는 피치각속도 q 를 적분하여 사용하였다. 추정결과 확장칼만필터를 적용한 경우와 최대공산법을 사용한 경우가 거의 일치함을 보였으나, 조종계수는 상당히 차이가 있었다. 이는 초기값 설정의 잘못으로 인해 계수 추정이 제대로 이루어지지 못 함을 보여준다.

확장칼만필터 적용에 있어 앞서 언급한 것처럼 초기치에 상당히 민감하였으며, 파라미터 추정에 있어 상당한 경험과 주의가 필요하다.

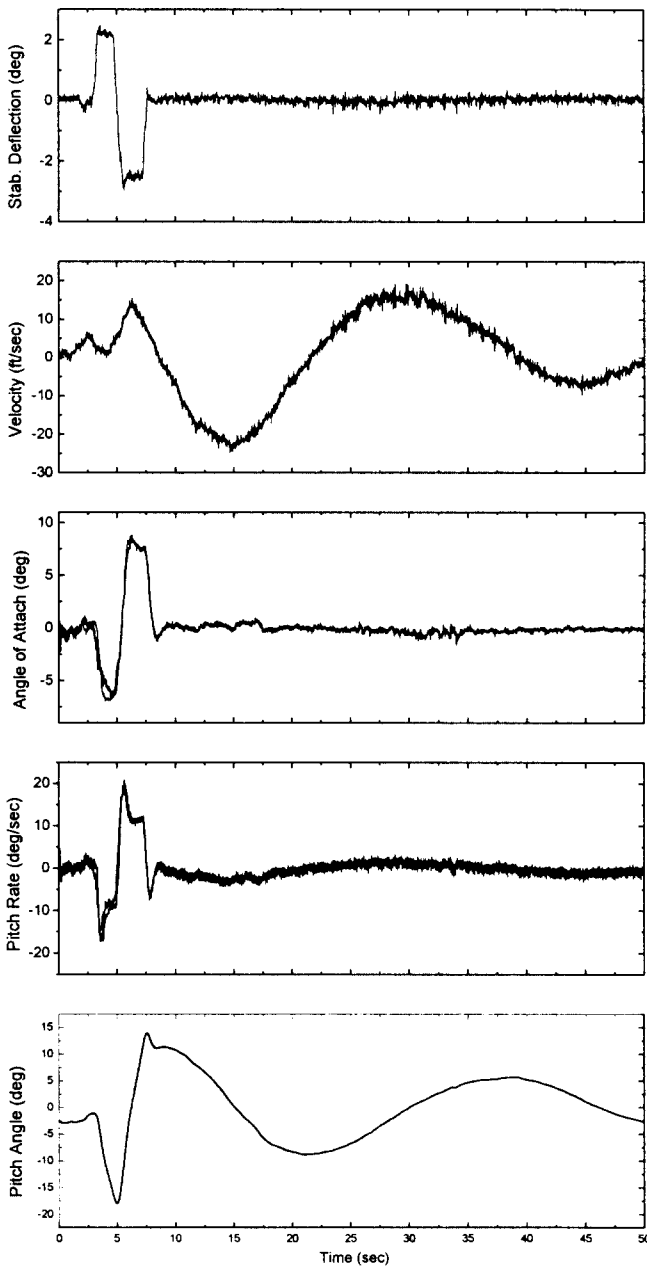


그림 1 중운동 측정값 및 계산값(Stick-Free)
Figure 1 Measurement and Estimation Value of Longitudinal Motion (Stick-Free)

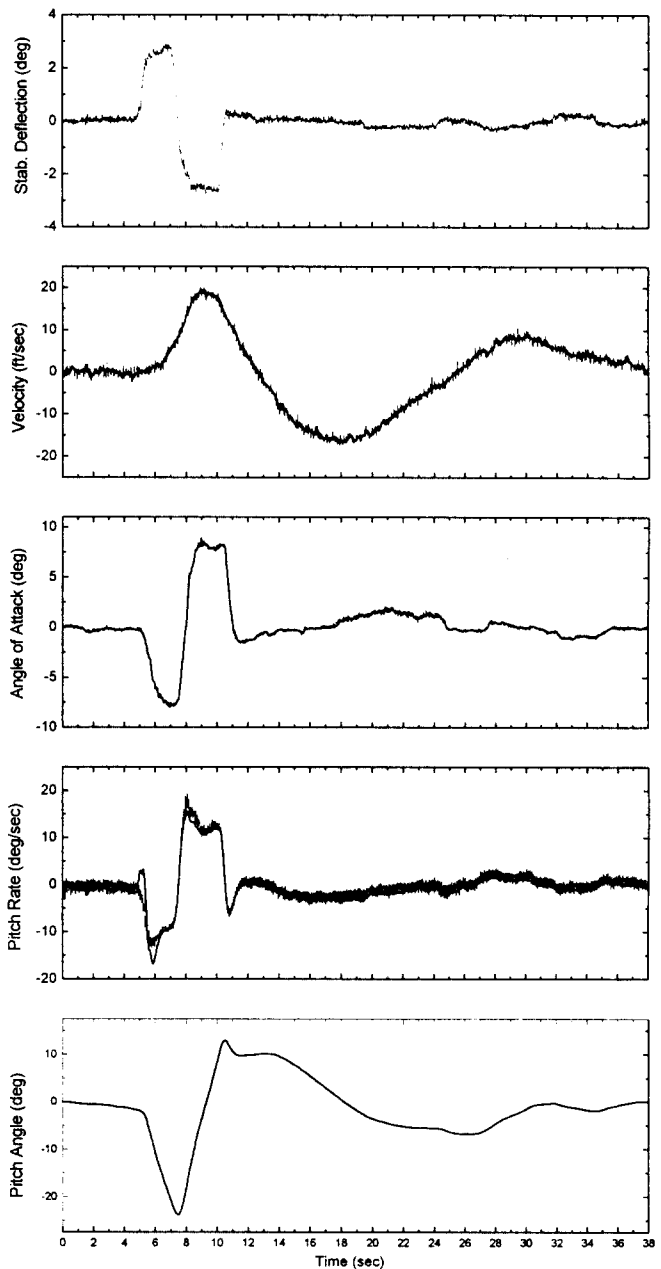


그림 2 중운동 측정값 및 계산값(Stick-Fixed)
Figure 2 Measurement and Estimation Value of Longitudinal Motion (Stick-Fixed)

표 2 세로운동 무,유차원 계수 및 안정성
Table 2 Non-Dimensional and Dimensional Coefficient and Stability of Longitudinal Motion

비행 조건 (Stick-Free) $u_0 = 150.0 \text{ ft/sec}$ $M = 0.1355$ $h = 3,164.6 \text{ ft}$		비행 조건 (Stick-Fixed) $u_0 = 150.0 \text{ ft/sec}$ $M = 0.1355$ $h = 3,164.6 \text{ ft}$		비 고
$A = \begin{bmatrix} -0.0346 & 16.1436 & 0 & -32.174 \\ -0.0019 & -0.9987 & 1 & 0 \\ -0.0048 & -7.1093 & -5.2397 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.0000 \\ 0.0013 \\ 0 \end{bmatrix}$		$A = \begin{bmatrix} -0.0356 & 16.2074 & 0 & -32.174 \\ -0.0025 & -1.5542 & 1 & 0 \\ -0.0077 & -6.2754 & -4.4111 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.0001 \\ -0.0143 \\ 0 \end{bmatrix}$		풍동실험결과 $C_{L_\alpha} = 4.9045$ $C_{m_\alpha} = -0.5329$ $C_{m_{\dot{\alpha}}} = -1.3178$
$X_u = -0.0346 \text{ sec}^{-1}$ $X_\alpha = 16.1436 \text{ ft/sec}^2$ $X_w = 0.1076 \text{ sec}^{-1}$ $Z_u = -0.2876 \text{ sec}^{-1}$ $Z_u^* = -0.0019 \text{ ft}^{-1}$ $Z_\alpha = -0.9987 \text{ sec}^{-1}$ $Z_w = -0.9987 \text{ sec}^{-1}$ $\tilde{M}_u = 0.0048 \text{ ft/sec}$ $\tilde{M}_\alpha = -7.1093 \text{ ft}^2/\text{sec}^2$ $\tilde{M}_w = -0.0474 \text{ ft/sec}$ $\tilde{M}_q = -5.2397 \text{ sec}^{-1}$ $X_{\delta_s} = 0 \text{ ft/rad}\cdot\text{sec}$ $Z_{\delta_s} = 47,510 \text{ ft/rad}\cdot\text{sec}$ $Z_{\delta_s}^* = 2.1116 \text{ rad}^{-1}$ $\tilde{M}_{\delta_s} = -47.3434 \text{ ft}^2/\text{rad}\cdot\text{sec}$	$C_{X_u} = 0.1035$ $C_{X_\alpha} = -48.3153$ $C_{X_w} = -0.3221$ $C_{Z_u} = 0.0057$ $C_{Z_\alpha} = 0.8608$ $C_{Z_w} = 2.9889$ $C_{Z_u^*} = 2.9889$ $C_{\tilde{M}_u} = 0.0553$ $C_{\tilde{M}_\alpha} = -82.3808$ $C_{\tilde{M}_w} = -0.5492$ $C_{\tilde{M}_q} = -60.7163$ $C_{X_{\delta_s}} = 0$ $C_{Z_{\delta_s}} = -947.9420$ $C_{Z_{\delta_s}^*} = -0.0421$ $C_{\tilde{M}_{\delta_s}} = -3.6573$	$X_u = -0.0356 \text{ sec}^{-1}$ $X_\alpha = 16.2074 \text{ ft/sec}^2$ $X_w = 0.1080 \text{ sec}^{-1}$ $Z_u = -0.3758 \text{ sec}^{-1}$ $Z_u^* = -0.0025 \text{ ft}^{-1}$ $Z_\alpha = -1.5542 \text{ sec}^{-1}$ $Z_w = -1.5542 \text{ sec}^{-1}$ $\tilde{M}_u = 0.0077 \text{ ft/sec}$ $\tilde{M}_\alpha = -6.2754 \text{ ft}^2/\text{sec}^2$ $\tilde{M}_w = -0.0418 \text{ ft/sec}$ $\tilde{M}_q = -4.4111 \text{ sec}^{-1}$ $X_{\delta_s} = 0 \text{ ft/rad}\cdot\text{sec}$ $Z_{\delta_s} = 46,990 \text{ ft/rad}\cdot\text{sec}$ $Z_{\delta_s}^* = 2.0885 \text{ rad}^{-1}$ $\tilde{M}_{\delta_s} = -38.3338 \text{ ft}^2/\text{rad}\cdot\text{sec}$	$C_{X_u} = 0.1065$ $C_{X_\alpha} = -48.5061$ $C_{X_w} = -0.3234$ $C_{Z_u} = 0.0075$ $C_{Z_\alpha} = 1.1248$ $C_{Z_w} = 4.6516$ $C_{Z_u^*} = 4.6516$ $C_{\tilde{M}_u} = 0.0889$ $C_{\tilde{M}_\alpha} = -72.7174$ $C_{\tilde{M}_w} = -0.4848$ $C_{\tilde{M}_q} = -51.1139$ $C_{X_{\delta_s}} = 0$ $C_{Z_{\delta_s}} = -937.5674$ $C_{Z_{\delta_s}^*} = -0.0417$ $C_{\tilde{M}_{\delta_s}} = -2.9613$	$C_{X_\alpha} = C_{D_\alpha} + 2C_{D_0}$ $X_\alpha = -\frac{C_{X_\alpha}QS}{mu_0}$ $C_{X_w} = C_{D_w} - C_{L_0}$ $Z_u^* = -\frac{C_{Z_u^*}QS}{mu_0}$ $C_{Z_w} = C_{L_w} + 2C_{L_0}$ $Z_\alpha = -\frac{C_{Z_\alpha}QS}{mu_0}$ $C_{Z_u} = C_{L_u} + C_{D_0}$ $Z_{\delta_s}^* = -\frac{C_{Z_{\delta_s}^*}QS}{mu_0}$
고유값 $\lambda_{1,2} = -0.0148 \pm 0.2184i$ $\lambda_{3,4} = -3.1217 \pm 1.6159i$		고유값 $\lambda_{1,2} = -0.0139 \pm 0.2597i$ $\lambda_{3,4} = -2.9866 \pm 2.0570i$		고유값 $\lambda_{1,2} = -0.0115 \pm 0.2033i$ $\lambda_{3,4} = -2.6768 \pm 2.6511i$
Phugoid $\zeta = 0.0677$ $\omega = 0.2189$ $T_{1/2} = 46.5540 \text{ sec}$ Period = 28.7735 sec	Short Period $\zeta = 0.8881$ $\omega = 3.5151$ $T_{1/2} = 0.2210 \text{ sec}$ Period = 3.8884 sec	Phugoid $\zeta = 0.0534$ $\omega = 0.2601$ $T_{1/2} = 49.7170 \text{ sec}$ Period = 24.1946 sec	Short Period $\zeta = 0.8236$ $\omega = 3.6264$ $T_{1/2} = 0.2310 \text{ sec}$ Period = 3.0546 sec	Phugoid $\zeta = 0.0920$ $\omega = 0.1620$ $T_{1/2} = 46.47 \text{ sec}$ Short Period $\zeta = 0.6720$ $\omega = 4.6950$ $T_{1/2} = 0.2040 \text{ sec}$

참고문헌

- [1] Robert C. Nelson, "Flight Stability And Automatic Control", McGraw-Hill, Singapore, pp. 83-151, 1989.
- [2] Arthur Gelb, "Applied Optimal Estimation", MIT Press, pp. 180-189, 1974.
- [3] Jerry M. Mendel, "Lessons in Digital Estimation Theory", Prentice-Hall, U.S.A., pp. 1-6, 248-257, 1987.
- [4] Juan B. Garcia-Velo, "Parameter Estimation of an Unstable Aircraft Using an Extended Kalman Filter", MS, Univ. of Cincinnati, pp. 31-42, 62-123, 1991.
- [5] 송용규, 황명신, "비행시험을 통한 항공-91의 동안정 해석 및 미계수 추출", 한국자동제어학술회의논문집, pp. 1013-1018, 1994.
- [6] 오현식, "비행시험을 통한 항공기의 동안정 미계수 추정에 관한 연구", 석사학위논문, pp. 31-36, 1996.
- [7] 위관식, 탁민제, "최대공산법을 이용한 공력계수 식별", 한국항공우주학회지, 제 20 권, 제 4 호, pp. 19-106, 1992.
- [8] 강영신, 김유단, 이상기, "최대공산 추정법을 이용한 항공기의 새로운 제어기 설계", 한국항공우주학회지, 제 22 권, 제 4 호, pp. 46-64, 1994.