

감항성을 고려한 항공기 제어법칙의 파라미터 최적화

The Parameter Optimization of Aircraft's Control Law from The Viewpoint of Some Airworthiness Requirements

°유 창선*, Anatol A. Tunik*, 이 호 근**, 김 종 철*

*한국항공우주연구원 (Tel : +82-42-860-2344; Fax : +82-42-860-2009, E-mail : csyoo@viva.kari.re.kr)

**국방과학연구소 (Tel : +82-42-861-2328; Fax : +82-42-821-2223)

Abstracts Restriction of vertical and lateral accelerations is one of the very important requirements which has to be satisfied in the practice of automatically controlled flights of the civil aviation passenger planes. This goal could be achieved on the basis of the optimization procedure using specially constructed quadratic performance index. In the report the application of this procedure to the parameteric optimization of the control laws with known structure for autopilot of medium-size aircraft in the level flight mode is demonstrated. Performance index is calculated on the basis of the controllability gramian. Results of simulation of control processes in the lateral and longitudinal channels are represented.

Keywords Acceleration, Parameter, Optimization, Controllability, Gramian

1. 서 론

항공기의 제어법칙 합성문제에 대한 해법은 LQR이론, H_2 최적화, 강건제어이론, H^∞ 최적화등을 기본으로 한 현대제어이론을 통하여 얻을수 있다. 실제적인 문제에서는 주어진 제어구조에 대한 제어법칙의 파라미터 최적화 방법의 적용이 요구되고 있다. 파라미터 최적화의 필요성은 첫째로 실제적인 관점에서 현존하는 제어법칙은 각각의 비행모드에서 장시간의 비행이나 비행시험에서 얻어지는 실제적인 많은 경험을 기초로 하여 만들어지며 비행안전성에 책임이 있는 비행제어시스템 설계자는 특히 주어진 항공기에 장기간 실제적으로 적용되어 안정성이 인정된 제어법칙을 적용하게 된다[2]. 지금까지 이렇게 알려진 제어법칙으로 미항공국 규정(FAR), 유럽항공규정(JAR), 국제민간항공기구(ICAO) 권고에 따르는 요구조건들에 부합되는 성능지수(Performance Index)를 기초로 이들의 파라미터를 최적화하는 방법이 사용되고 있다. 둘째로 이론적인 관점에서 현존하는 제어법칙은 페루프 시스템에서 정상상태의 에러를 개선하기 위하여 적분항을 흔히 사용한다[2]. 이것은 항공기의 충돌방지를 위하여 항공기간 일정한 수평과 수직거리를 정확히 유지토록하는 ICAO의 요구조건으로 인하여 항공기 운동에서 정상상태 에러를 개선하는 것이 중요하기 때문이다. 반면에 항공기의 제어법칙에 있어서 적분항을 포함하는 것은 비행운동 특성방정식이 0의 극점을 갖게되고 페루프 운동방정식에서 0의 다극점을 만들게 되어 결국 관련된 행렬에 특이점이 발생하여 현대적인 제어기합성 알고리즘의 적용을 어렵게한다. 한편으로 현존하는 H_2 , H^∞ 의 방법의 적용은 상태변수 벡터의 모든 변수의 측정을 요구하여 현존하는 항공기 시스템에 적용을 어렵게 한다.

본 논문에서는 상기의 고찰로서 현대제어이론에 기초한 현존하는 제어법칙에 파라미터 최적화 기법을 적용하기 위하여 이에

대한 수식전개 및 해법을 알아보고 설계단계인 항공기 모델의 제어시스템에 적용을 하였다.

2. 파라미터 최적화를 위한 수식전개

2.1 상태방정식

파라미터 최적화 수식은 주어진 비행제어시스템의 파라미터 최적화를 위한 성능지수 선택과 해를 구하기 위한 적절한 방법 선택으로 이루어진다. 이러한 선택을 하기전 앞서 언급되었듯이 항공기의 감항성과 안전성에 따른 운용한계가 고려되어야 하며 비행영역, 기동, 돌풍에 대하여 FAR 25와 같은 항공규정에 부합하는지 판단하는 것이 필요하다. 규정에는 항공기의 세로운동과 가로운동에서 각각속도 및 선가속도에 대한 제한조건과 조종면의 변위에 대한 제한조건들을 명시하고 있다. 파라미터 최적화에서 이러한 조건들을 모두 만족시키기 위하여 선형운동 방정식으로부터 제어가능성 관련식에 기초한 성능지수를 사용한다[5][6].

항공기의 가로운동을 선형운동 방정식은 상태변수 x , 제어변수 u , 교란변수 w , 출력값 y 일 때 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Fu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (1)$$

성능지수 J 는 다음과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} [x'Qx + u'Ru] dt \quad (2)$$

제어변수는 출력값 되먹임에 의해 결정된다.

$$u = Ky \quad (3)$$

2.2 제어목적함수

제어목적으로서 비행운동에 작용하는 가속도를 최소화하기 위하여 다음과 같이 세로방향 및 가로방향운동의 선형가속도에 관

계되는 공기역학적 비력(specific force) f_w, f_i 를 각각 정의한다 [4].

$$\begin{aligned} f_w &= a_w w + b_{\delta_e} \delta_e \\ f_y &= a_\beta \beta + b_{\delta_r} \delta_r \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $a_w, b_{\delta_e}, a_\beta, b_{\delta_r}$ 은 행렬 A, B의 파라미터, a 는 받음각, β 는 옆미끄러짐각, δ_e, δ_r 는 각각 승강키와 방향키의 변위이다.

식(4)의 제곱으로 이루어진 성능지수에서 비력은 세로 및 가로방향 선형가속도에 대한 요구조건을 반영하게되며 변수의 내곱과 외곱의 결과에 따른 계수값을 갖는 변량행렬 Q, R, N 으로 이루어진 변량행렬 Q_1 을 정의하면 성능지수 식(2)는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$J = \int_0^\infty [zQ_1z'] dt \quad (5)$$

여기서 $Q_1 = \begin{bmatrix} Q & N \\ N' & R \end{bmatrix}$, $z' = [x, u]$ 이다.

식(5)에서 변량행렬의 각요소를 선택할 때 다음과 같은 행렬 관계식이 항상 양의 조건을 만족하여야 한다.

$$Q_e = Q - NR^{-1}N' > 0 \quad (6)$$

상기의 식에서 얻어진 변량계수의 초기값들은 목표로 하는 항공기의 천이운동을 얻기 위한 최적화과정에서 수정될 수 있다.

2.3 파라미터 최적화를 위한 계산방법

성능지수의 계산은 행렬 A_c, B_c, C_c, D_c 로 이루어진 페루프 시스템의 제어가능성 관련식(Controllability Gramian)의 F 에 의해 이루어지며 제어가능성 관련식은 다음과 같다[6].

$$P = \int_0^\infty e^{A_c t} B_c B_c' e^{A_c' t} dt \quad (7)$$

관계식(7)에 대한 해는 아래와 같이 Liapunov방정식의 해를 구하는 것과 동일하다[5][6].

$$A_c P + P A_c' + B_c B_c' = 0 \quad (8)$$

페루프 시스템은 제어변수 u 와 상태변수 x 로 표현되므로 성능지수는 다음과 같이 제어가능성 관련식의 해 F 로 나타낼 수 있다[6].

$$J = \text{trace}(C_c P C_c') \quad (9)$$

여기서 행렬 C_c 는 페루프 시스템의 관측행렬로서 페루프 시스템의 차수를 p 라 할 때 $(n+m) \times p$ 의 차수를 가지며 여기에서 성능지수 J 를 얻기 위하여 행렬 C_c 에 변량행렬 $\sqrt{Q_1}$ 를 곱한 C_i 를 사용하여 다음과 같이 성능지수 J 를 구한다.

$$J = \text{trace}(C_i P C_i') \quad (10)$$

성능지수를 계산하는데 성능지수 관련식을 이용하는 것이 주파수 응답표현을 사용하는 것에 비해 애용되고 있는 것은 식(10)에서 각 상태변수들이 페루프 성능지수에 미치는 영향을 고려할 수 있기 때문이다.

파라미터 최적화 과정은 제어기의 파라미터를 변화시키게 되며 모든 파라미터 변화는 페루프 시스템의 안정조건에 의해 정의된 영역에서 이루어져야 한다. 이러한 안정조건을 만족하기 위하여 식(10)의 성능지수 계산식에 특별히 penalty함수를 더하도록 한다.

Penalty함수는 최적화 계산루프에서 페루프 시스템의 상태행렬 A_c 의 고유치들중에서 허수축에 가장 가까운 값인 m_i 을 다음과 같이 선택한 후

$$m_i = \min(\text{abs}(\text{real}(\text{eig}(A_c)))) \quad (i = 1, 2, 3, \dots) \quad (11)$$

이를 상기의 식(10)에 더하여 다음식을 이용하여 성능지수를

구한다.

$$J = \text{trace}(C_i P C_i') + \frac{1}{(m_i - m_0)^2} \quad (12)$$

여기서 $m_i > m_0$ 이면 $m_i = 10^6$ 으로서 안정영역을 벗어나지 않도록 하며 m_0 는 비행특성 특성가운데 세로운동의 phugoid모드와 가로운동의 spiral모드와 같이 가장 느린운동에 해당되는 고유치에 비해 상대적으로 절대값이 작은 값을 갖도록 한다.

상기의 계산과정을 통해 성능지수는 제어기의 파라미터에 따라 변하게 되며 이러한 파라미터 최적화 계산을 통해 성능지수를 최소화시키는 최적의 제어기 파라미터를 찾게된다.

3. 전산모의 계산결과

상기에 언급된 수식을 사용하여 국내국책사업으로 시작된 100인승급 증형항공기 모델 K100의 고도유지와 방향유지를 위한 자동비행장치에 적용하여 외관이 있는 경우에 항공기에 요구되는 세로방향 및 가로방향 각가속도 및 선가속도 제한범위에 들어가는 최적의 제어기 파라미터를 구하였다.

3.1 항공기의 제원

전산모의 계산을 위하여 사용된 K100 모델은 2대의 터보팬 엔진을 사용하는 100인승 항공기로 정상수평비행을 위한 비행 초기값 및 항공기제원은 표1과 같다.

표 1 K100 항공기모델 제원

Table 1 Dimension of K100 Aircraft Model

항 목	제 원	항 목	제 원
비행고도 h (m)	10,668	I_{xx} (kgm/sec)	935,471
날개시위 c (m)	4.93	I_{yy} (kgm/sec)	1,426,048
비행속도 M (m/sec)	265.5	I_{zz} (kgm/sec)	2,187,334
무게 W (Kg)	45,342	I_{xz} (kgm/sec)	84,352

3.2 세로비행운동의 경우

세로방향운동에 대한 상태변수는 전방향속도 u , 비행고도 h , 수직방향속도 w , 피치각 θ , 피치각속도 q 이며 제어변수는 트로틀 변위 δ_r , 승강키 변위 δ_e , 교람변수 δ_w 로서 항공기 비행운동 모델은 다음과 같다.

$$x = [u, h, w, \theta, q], \quad u = [\delta_r, \delta_e], \quad w = [\delta_w]$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.0075 & 0 & -0.0140 & -19.9973 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0 & 0 \\ 0.0411 & 0 & -0.8972 & 780.5200 & 17.1610 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1.0 \\ 0.0004 & 0 & 0.0339 & -29.4974 & -2.7104 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 2.6430 & -0.7520 \\ 0 & 0 \\ 0.1870 & 0.9336 \\ 0 & 0 \\ 0.0002 & -0.1872 \end{bmatrix} \quad F = \begin{bmatrix} 0.0075 \\ 0 \\ -0.0411 \\ 0 \\ -0.0004 \end{bmatrix} \quad (13)$$

고도유지를 위한 비행제어시스템의 구성은 그림 1과 같다.

제어기 파라미터 행렬 K 는 다음과 같다.

$$K = K_1 \cdot K_2 \quad (14)$$

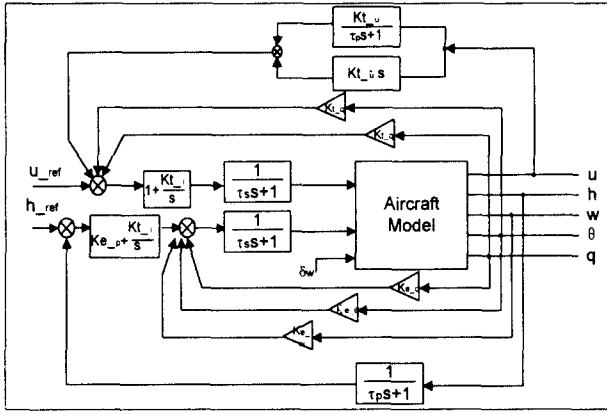


그림 1 세로비행운동에서 고도유지 자동장치의 구성
Fig 1 Altitude-hold autopilot system in a longitudinal motion

여기서

$$K_1 = \begin{bmatrix} \left(\frac{Kt_u}{T_s+1} + Kt_{u,s}\right) & 0 & 0 & Kt_\theta & Kt_q \\ 0 & \left(\frac{Ke_p + Ke_i/s}{T_s+1}\right) & Ke_u & Ke_\theta & Ke_q \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} \left(Kt_a + \frac{Kt_i}{s}\right) \frac{1}{T_a s+1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_a s+1} \end{bmatrix}$$

엑츄에이터의 시상수 $T_a = 0.25$, 센서의 시상수 $T_s = 0.05$ 로 하고 변량계수들을 계산하기 위하여 변량행렬 Q_i 는 다음과 같다.

$$Q_i = \text{diag}[1, 1, 0.6556, 0.25, 0.25, 1, 1, 1.3682] \quad (15)$$

상기에 언급된 파라미터 최적화 과정을 통하여 수직방향의 돌통에 대하여 얻어진 최적의 제어기 파라미터 결과값은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} Kt_p & Kt_u & Kt_{u,s} & Kt_\theta & Kt_q \\ Ke_p & Ke_i & Ke_u & Ke_\theta & Ke_q \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$= \begin{bmatrix} 0.1321 & 0.1433 & -0.0773 & -0.0552 & -0.6672 \\ -2.1967 & -0.4974 & -0.0030 & -0.1764 & 1.8564 \end{bmatrix}$$

3.3 가로비행운동의 경우

가로방향운동에 대한 상태변수 옆미끄러짐각 β , 롤각속도 p , 요각속도 r , 롤각 ϕ , 요각 ψ 이며 제어변수는 에일러론 변위 δ_a , 방향키 변위 δ_r 로서 항공기 비행운동 모델은 다음과 같다.

$$x = [\beta, p, r, \phi, \psi], \quad u = [\delta_a, \delta_r], \quad w = [\delta_w]$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.1825 & 0.0348 & -1.0 & 0.037 & 0 \\ -23.0846 & -3.2668 & 1.0944 & 0 & 0 \\ 8.0228 & -0.0648 & -0.6545 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 & 0.037 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0.0006 \\ 0.0492 & 0.00543 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad F = \begin{bmatrix} 0.1825 \\ 23.0846 \\ -8.0228 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

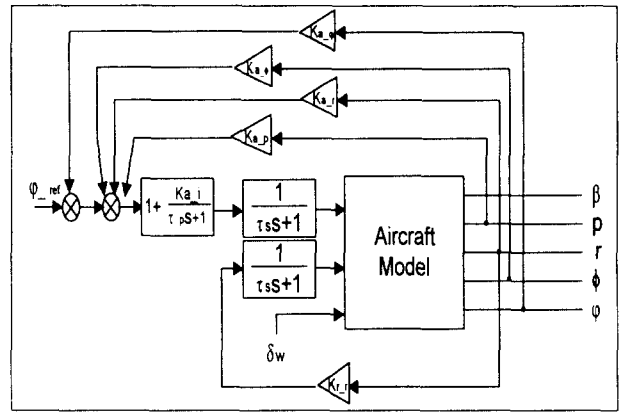


그림 2 가로비행운동에서 방향유지 자동장치의 구성
Fig 2 Direction-hold autopilot system in a lateral motion

방향유지를 위한 비행제어시스템의 구성은 그림 2와 같다. 제어기 파라미터 행렬 K 는 다음과 같다.

$$K = K_1 \cdot K_2 \quad (18)$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 0 & Ka_p & Ka_r & Ka_\phi & Ka_\psi \\ 0 & 0 & Kr_r & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{s(T_a s+1)} & 0 \\ 0 & \frac{s}{(T_s u s+1)(T_a s+1)} \end{bmatrix}$$

엑츄에이터의 시상수 $T_a = 0.25$, 센서의 시상수 $T_s = 3$ 으로 하고 변량계수들을 계산하기 위하여 변량행렬은 다음과 같다.

$$Q_i = \text{diag}[0.5, 0.25, 0.25, 1, 1.56, 1, 3] \quad (19)$$

상기에 언급된 파라미터 최적화 과정을 통하여 얻어진 측풍에 대한 최적의 제어기 파라미터 결과값은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} Ka_p & Ka_r & Ka_\phi & Ka_\psi & Kr_r & Ka_\psi \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$= [0.8710 \ 1.8856 \ 0.1240 \ 0.1802 \ -18.6778 \ 70.3991]$$

3.3 시뮬레이션 결과

상기의 계산결과가 유효한지 표2의 비행동특성을 갖는 K100 중형항공기 모델에 대하여 항공기가 비행고도 10,668m, 비행속도 265.5 m/sec으로 정상수평비행을 하고 있을때 수직방향으로 돌풍하중이 발생하는 경우에 대하여 그리고 다른 요인으로 고도와 방향각 변화가 있는 경우에 대하여 자동조종장치의 동작여부를 각각 시뮬레이션하였다.

표 2 K100 항공기모델의 순항비행시 비행동특성
Table 2 Flying Qualities to cruise flight of K100 Aircraft Model

운동특성	세로운동 모드		가로운동 모드		
	단주기	장주기	스파이럴	롤	더취롤
댐핑비 ζ_{sp}	0.353	0.042	-	-	0.12
고유진동수 ω_{nst}	3.34	-	-	-	2.09
2배진폭도달시간	-	-	116.7	-	-
시정수	-	-	-	0.35	-

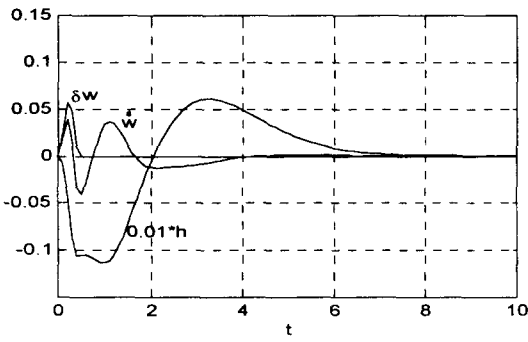


그림 3 수직돌풍에 대한 수직방향가속도의 천이반응
Fig 3 Transient response of vertical acceleration to a vertical gust

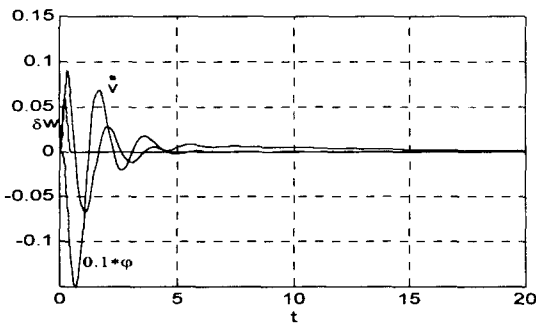


그림 4 측돌풍에 대한 측방향가속도의 천이반응
Fig 4 Transient response of lateral acceleration to a lateral gust

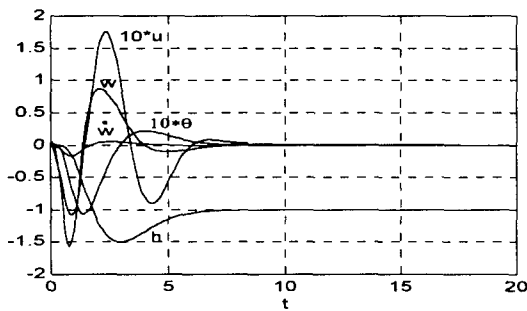


그림 5 고도 단위스텝변위에 대한 항공기의 천이반응
Fig 5 Transient response to unit step input of altitude

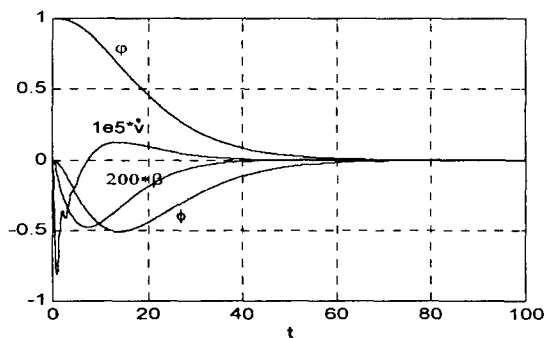


그림 6 요각 초기 단위변위에 대한 항공기의 천이반응
Fig 6 Transient response to initial unit input of yaw angle

돌풍하중은 돌풍속도 U_{dc} 가 비행고도 6,096m와 15,240m사이에서는 20.1 m/sec에서 11.6 m/sec까지 선형감소하는 삼각함수 형태로 작용한다고 보고 있다[2].

$$\delta_w = \frac{U_{dc}}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi U_o}{25c} t\right), \quad 0 \leq t \leq \frac{25c}{U_o} \quad (21)$$

여기서 c 는 날개의 평균 공력시위, U_o 는 항공기의 비행속도이다.

식(21)의 돌풍하중이 항공기의 측방향 및 수직방향으로 작용할 때 세로 및 가로비행운동에 대한 제어시스템의 동작결과를 그림3 및 그림4와 같다.

고도유지와 방향유지 자동조종장치로서 고도 h 에 대한 단위스텝입력과 요각 ψ 에 대한 초기단위변위를 주었을때 시뮬레이션 결과는 그림5 및 그림 6과 같다.

4. 결론

파라미터 최적화에 따른 시뮬레이션 결과는 항공기가 정상수평비행에서 돌풍을 받았을 때 항공기의 가속도 \dot{w} , i 와 자세변위 θ , ϕ , ψ 가 모두 FAR25에서 요구하는 안정조건을 만족함을 알 수 있었으며 이러한 파라미터 최적화는 실제 항공기 설계시 유용하게 사용될 수 있다.

실제적용분야는 항공기 설계단계에서 비행제어시스템 설계자와 항공기 운용단계에서 항공전자시스템 유지보수자에 의해 응용될 수 있다. 항공기의 비행운동 특성은 장시간의 비행에 따라 기체의 노화와 시스템의 교체에 따라 조금씩 변하게 되어 최초에 설정된 파라미터가 최적이지 아닐 수가 있으며 이에 대한 조사로서 파라미터 최적화 방법이 사용될 수 있다.

후 기

본 논문의 연구는 국방과학연구소의 장기기초연구과제 "비행운동해석 및 시뮬레이션에 관한 연구"의 결과이며, 연구지원에 감사드립니다.

참고문헌

1. D. McLean, "Automatic Flight Control Systems", Prentice Hall, pp. 593, 1990
2. Federal Aviation Regulation No.25. "Airworthiness Standards : Transport Category Airplanes.Flight Maneuver and Gust Conditions", 1-1-1994, pp. 315 - 322.
3. A.E.Bryson. "New Concepts in the Control Theory", Journal of Guidance and Control, vol.8, No.4, p.p.417-425, 1985
4. A.A.Tunik, P.D.Nikov. "Optimization of the Airborne Control Systems Adjustments on the Basis of the Information about Operational Dynamic Factors : Theory and Practice of the Navigation and Flight Control Systems Maintenance Technology", Proceedings of the Moscow Institute of Civil Aviation Engineers, pp.102-107, 1989,
5. J.Doyle, K.Glover, P.Khargonekar, B.Francis. "State-Space Solution to Standard H_2 and H^∞ Control Problems", IEEE Transactions on Automatic Control. vol.34, No.8, pp.831-847, Aug. 1989,
6. B.D.Anderson, J.B.Moore. "Optimal Control Linear Quadratic Methods", Prentice Hall International Inc. 380p. ,1989