

## 유전 알고리즘을 이용한 6 자유도 병렬형 매니플레이터의 순기구학 해석

# Forward Kinematic Analysis of a 6-DOF Parallel Manipulator Using Genetic Algorithm

°박 민 규\*, 이 민 철\*\*, 고 석 조\*\*

\*부산대학교 기계공학과 (Tel:051-510-3081; Fax: 051-512-9835; E-mail: mkpark@hyowon.cc.pusan.ac.kr)

\*\*부산대학교 지능기계공학과 (Tel:051-510-2439; Fax: 051-512-9835; E-mail: mclee@hyowon.cc.pusan.ac.kr)

**Abstracts** The 6-DOF parallel manipulator is a closed-kinematic chain robot manipulator that is capable of providing high structural rigidity and positional accuracy. Because of its advantage, the parallel manipulator have been widely used in many engineering applications such as vehicle/flight driving simulators, robot manipulators, attachment tool of machining centers, etc. However, the kinematic analysis for the implementation of a real-time controller has some problem because of the lack of an efficient algorithm for solving its highly nonlinear forward kinematic equation, which provides the translational and orientational attitudes of the moveable upper platform from the length of manipulator linkages. Generally, Newton-Raphson method has been widely used to solve the forward kinematic problem but the effectiveness of this methodology depend on how to set initial values. This paper proposes a hybrid method using genetic algorithm(GA) and Newton-Raphson method to solve forward kinematics. That is, the initial values of forward kinematics solution are determined by adopting genetic algorithm which can search globally optimal solutions. Since determining this values, the determined values are used in Newton-Raphson method for real time calculation.

**Keywords** 6-DOF Parallel Manipulator, Forward Kinematics, Newton-Raphson(NR) method, Genetic Algorithm(GA)

## 1. 서론

6자유도 병렬형 매니플레이터는 단말효과기(end-effector)인 상판과 기저계(base-frame)인 하판이 6개의 작동기에 의해 연결된 폐루프 구조를 형성하고 있는 매니플레이터이다. 이러한 구조를 가지고 있고 6자유도 운동을 구현할 수 있는 매니플레이터를 스텔트 플랫폼이라고 부른다. 스텔트 플랫폼은 직렬형 매니플레이터에 비해 구조적으로 높은 강성도와 작업 정밀도가 높은 장점이 있으나 직렬형 매니플레이터에 비해 작업영역이 작고 구조적으로 복잡하기 때문에 기구학적 해석이 용이하지 않는 단점이 있다. 스텔트 플랫폼의 기구학 문제는 역기구학과 순기구학으로 정의되는데, 역기구학 문제인 상판의 위치 및 방향이 주어졌을 때 6개의 작동기 길이를 구하는 문제는 그 해가 유일하고 또 쉽게 구할 수 있다. 하지만 6개의 작동기 길이가 주어졌을 때 상판의 위치 및 방향을 구하는 문제인 순기구학 문제는 비선형 다변수 다항식으로 나타나서 닫힌 형태의 해를 구하기가 용이하지 않다. 그래서 수치해석적인 방법에 의해 근사해를 구하는 방법<sup>[3]</sup>, 확장 칼만 필터에 의한 순기구학 추정기에 의한 방법<sup>[4]</sup>, 여분의 센서를 이용해서 순기구학을 해석하는 방법<sup>[3]</sup> 등이 제시된 바 있으나 수치해석적인 방법은 초기치에 의존하는 단점이 있고 국소치에 빠질 위험도 있다. 그래서 본 논문에서는 초기치에 의존하지 않고 여분의 센서를 장착하지 않으며 전역적으로 최적의 해를 구할 수 있는 유전 알고리즘(genetic algorithm)<sup>[1],[2]</sup>을 이용한 순기구학 해석 방법을 도출하고 실시간 순기구학 해석에 적용하기 위해 뉴턴 램슨(Newton-Raphson) 방법의 초기치를 유전 알고리즘을 이용해 설정함으로써 어떠한 경우라도 안정되게 전역적으로 최적의 해를 찾을 수 있는 방법을 제안한다.

## 2. 병렬형 매니플레이터의 운동 해석

그림 1은 병렬형 매니플레이터(parallel manipulator)의 형태를 간단하게 도식화한 것이다. 이 병렬형 매니플레이터의 구성요소는 하판(base plate), 상판(payload plate), 그리고 6개의 작동기(actuator)로 구성되어 있다. 하판은 바닥에 고정되어 있고 상판은 직선 운동만을 수행하는 6개의 작동기에 의해서 움직이게 되어 있으며 6개의 작동기와 하판의 연결부 및 상판의 연결부는 구형 관절(spherical joint)로 연결되어 6자유도 운동을 수행할 수 있다. 실제의 제작에서는 구형관절 대신에 유니버설 조인트를 많이 이용하고 있다.

### 2.1 좌표계 설정

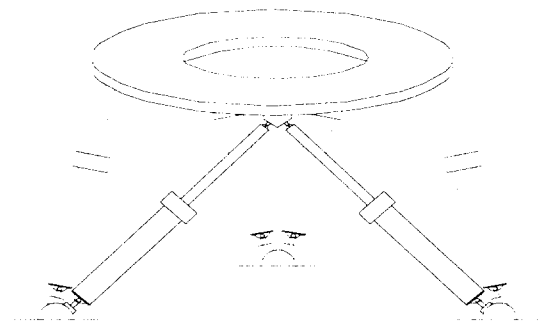


그림 1. 6자유도 병렬형 매니플레이터  
Fig. 1. 6-DOF parallel manipulator

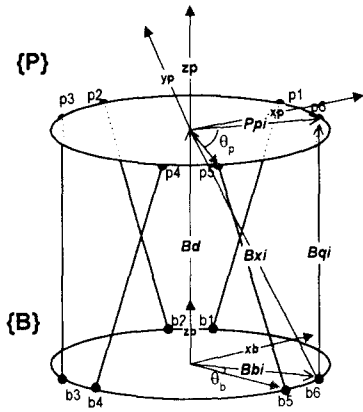


그림 2. 병렬형 매니퓰레이터의 좌표 및 좌표계  
Fig. 2. Coordinate system of parallel manipulator

하판에 대한 상판의 운동을 기술하기 위한 좌표계와 이 좌표계들 사이의 변화에 대해서 기술한다. 좌표계는 그림 2와 같이 상판과 하판에 각각 프레임 {P}, {B}를 설정한다. 프레임 {P}의 원점은 상판의 중심에 두고,  $x_p$ 축은 두 점  $p_1, p_2$ 를 연결하는 선과 수직이 되도록 설정한다.  $p_1$ 과  $p_2$  사이의 각도는  $\theta_p$ 로 나타낸다. 그리고, 상판에서 각 관절의 대칭적인 분포를 위해  $p_1$ 과  $p_3$  및  $p_3$ 와  $p_5$  사이각을  $120^\circ$ 로 하였다. 그리고 상판과 동일하게 하판의 좌표계를 설정하면 프레임 {B}의 원점은 하판의 중심에 두고,  $x_b$ 축은 두 점  $b_1$ 과  $b_6$ 을 연결하는 선과 수직이 되도록 설정한다.  $b_1$ 과  $b_2$  사이의 각도는  $\theta_b$ 로 나타낸다. 그리고, 하판에서 각 관절의 대칭적인 분포를 위해  $b_1$ 과  $b_3$  및  $b_3$ 와  $b_5$  사이각을  $120^\circ$ 로 하였다. 그리고  $P_{pi}$ 와  $x_{p_i}$ 사이의 각을  $\lambda_i$ ,  $B_{bi}$ 와  $x_{b_i}$ 사이의 각을  $\Lambda_i$ 로 설정하면  $P_{pi}$ 와  $B_{bi}$ 는 식 (1), 식 (2)와 같다.

$$P_{pi} = [r_p \cos(\lambda_i) \quad r_p \sin(\lambda_i) \quad 0]^T \quad (1)$$

$$B_{bi} = [r_b \cos(\Lambda_i) \quad r_b \sin(\Lambda_i) \quad 0]^T \quad (2)$$

여기서  $r_b$ 와  $r_p$ 는 하판과 상판의 반지름을 나타낸다.

프레임{B}에 대한 프레임{P}의 원점을 나타내는 벡터  $B_d$ 와 각 작동기 길이 벡터  $B_{qi}$ 를 나타내면 다음과 같다.

$$B_d = [x \quad y \quad z]^T \quad (3)$$

$$B_{qi} = [q_{ix} \quad q_{iy} \quad q_{iz}]^T \quad (4)$$

$$B_{qi} = B_{xi} + B_{pi} \quad (5)$$

여기서  $B_{pi}$ 는 상판의 위치를 하판에서 보았을 때의 벡터를 의미한다. 위식에서 각각의 벡터를 표현 하면 다음과 같다.

$$B_{xi} = B_d - B_{bi} = \begin{bmatrix} x - b_{ix} \\ y - b_{iy} \\ z - b_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \end{bmatrix} \quad (6)$$

상판의 위치를 하판에서 보았을 때의 벡터인  $B_{pi}$ 를 구하기 위해 브라이언트 각(Bryant angle)을 도입했다.

$$B_{pi} = {}^P_B P_{pi} \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{ix} \\ P_{iy} \\ P_{iz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11}P_{ix} + r_{12}P_{iy} \\ r_{21}P_{ix} + r_{22}P_{iy} \\ r_{31}P_{ix} + r_{32}P_{iy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{bmatrix}$$

행렬  ${}^P_B P$ 은 브라이언트 각을 이용해서 구한 프레임{P}의 프레임{B}에 대한 방향을 나타내는 변환 행렬이며 식 (8)과 같다.

$${}^P_B P = \begin{bmatrix} C_\beta C_\gamma & -S_\beta C_\beta & S_\beta \\ C_\gamma S_\beta S_\gamma + C_\alpha S_\gamma & -S_\alpha S_\beta S_\gamma + C_\alpha C_\gamma & -S_\alpha C_\beta \\ -C_\gamma C_\alpha S_\beta + S_\alpha S_\gamma & C_\alpha S_\beta S_\gamma + S_\alpha C_\gamma & C_\alpha C_\beta \end{bmatrix} \quad (8)$$

이같은 방법에 의해서 상판의 운동을 관성 좌표계에 대한 병진 운동과 브라이언트 각을 이용한 회전 운동으로 표시 가능하다.

## 2.2 역기구학 해석

역기구학 문제 해석은 부하의 위치와 방향으로부터 작동기의 길이를 결정하는 문제이다. 이는 상판이 특정한 운동을 하기 위해서 각 작동기는 어떠한 입력을 가하여야 하는가를 계산하는 경우에 사용되어진다.

그림 2에서 보면 다음과 같은 관계가 성립된다.

$$l_i = \sqrt{q_{ix}^2 + q_{iy}^2 + q_{iz}^2} \quad (9)$$

$$= \sqrt{(x_i + u_i)^2 + (y_i + v_i)^2 + (z_i + w_i)^2} \quad (10)$$

상·하판이 원형인 점과 회전 변환 행렬의 성질을 적용하면 식 (10)에서 작동기 길이  $l_i$ 를 구하는 역기구학을 다음 식의 형태로 비교적 쉽게 해석할 수 있다.

$$l_i^2 = x^2 + y^2 + z^2 + r_p^2 + r_b^2 + 2(r_{11}P_{ix} + r_{12}P_{iy})(x - b_{ix}) + 2(r_{21}P_{ix} + r_{22}P_{iy})(y - b_{iy}) + 2(r_{31}P_{ix} + r_{32}P_{iy})z - 2(xb_{ix} + yb_{iy}) \quad (11)$$

$$(i = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

## 2.3 순기구학 해석

순기구학 문제는 6개의 작동기의 길이가 주어졌을 때 병렬형 매니퓰레이터의 운동을 기술하는 문제로서, 상판의 병진운동과 회전운동을 결정하는 문제로 설명되어진다. 2.2절에서 보았듯이 역기구학 해석은 비교적 간단하고 쉬움을 알 수 있지만, 순기구학 문제는 매우 난해한 비선형 연립방정식을 풀이하는 문제이므로 해가 쉽게 구해지지 않는다. 그래서 유전 알고리즘을 이용해서 순기구학의 해를 찾아내는 방법을 제안하고, 실시간 계산 능력을 갖기 위해 유전 알고리즘과 뉴턴 램슨 방법을 병행해서 사용함으로써 전역적으로 최적의 해를 실시간에 구할 수 있는 방법을 제안한다.

### 2.3.1 뉴턴 램슨 방법의 의한 해석

뉴턴 램슨 방법을 사용하기 위해서 다음과 같은 스카라 함수를 정의한다.

$$f_i(a) = (\bar{x}_i + u_i)^2 + (\bar{y}_i + v_i)^2 + (\bar{z}_i + w_i)^2 - l_{imeca}^2 = 0 \quad (12)$$

여기서 벡터  $a$ 는 다음과 같이 정의한다.

$$a = [a_1 \ a_2 \ a_3 \ a_4 \ a_5 \ a_6]^T = [x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T \quad (13)$$

$a$ 를 구하기 위해서 다음의 알고리즘을 적용한다.

step 1 : 초기값  $a$ 를 선정한다.

step 2 : (8)을 이용하여 변환 행렬을 구한다.

step 3 : (6), (7)을 이용하여  $B_{xi}$ ,  $B_{pi}$ 를 구한다

step 4 : (12)을 사용하여  $f_i(a)$ 와  $A_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial a_j}$ 를 계산한다.

step 5 :  $B_i = -f_i(a)$ 를 계산한다. 만일  $\sum_{i=1}^6 |B_i| < \text{허용오차}$ 이면  $a$ 를 해로 선정하여 종료하고 아니면 다음 단계를 시행한다.

step 6 : 삼각 행렬 분해법(LU decomposition)을 사용하여  $\delta a_i$

에 대하여  $\sum_{i=1}^6 A_{ij} \delta a_i = B_i$ 를 푼다. 만일  $\sum_{i=1}^6 |\delta a_i| < \text{허용오차}$ 이면  $a$ 를 해로 선정하여 종료하고 아니면 다음 단계를 시행한다.

step 7 :  $a^{\text{new}} = a + \delta$ 를 선택하고 step1~7을 반복한다.

위의 뉴턴 램슨 방법으로 비교적 정확한 해를 구할 수 있다.

### 2.3.2 유전 알고리즘에 의한 해석

뉴턴 램슨 방법은 빠르게 수렴할 수 있지만 초기치에 영향을 많이 받는다. 이러한 단점을 극복하기 위해 유전 알고리즘을 사용함으로써 초기치에 무관하게 전역적으로 최적화된 해를 찾아낼 수 있는 방법을 제시한다. 유전 알고리즘의 동작원리는 그림 3과 같다.

식 (13)의 해집합을 구하기 위해서 다음과 같은 알고리즘을 적용한다.

**step 1** : 2진 스트링으로 구성된 개체들을 임의로 생성시켜 초기 세대를 만든다.

**step 2** : 현재 세대에서 각각의 스트링이 가지는 적합도에 따라 그 스트링을 복제하는 재생산 과정을 수행한다. 즉, 적합도가 높은 개체일수록 다음 세대에 더 많은 자손을 가질 확률이 높음을 의미하고 이를 구현하기 위해서 주로 biased roulette wheel selection 방법이 이용된다.

**step 3** : 새로운 개체를 생성하기 위해 유전 연산자 중 하나인 교배(crossover)과정을 수행한다. 이는 재생산과 함께 사용되어 정보를 교환하고 스트링의 좋은 부분을 결합하는 효과적인 수단 이 된다.

**step 4** : 현재 집단에 존재하지 않는 새로운 정보를 제공해 주기 위해 돌연변이(mutation) 과정을 수행한다. 이 과정은 과거에 잃어버렸던 중요한 정보를 되찾을 수도 있으며 탐색의 방향이 지역적 극값으로 향할 경우 여기서 벗어나도록 해주는 유전 연산자이다.

**step 5** : 이와 같은 유전 연산자를 통해서 새로운 자손(offspring)이 생성되고 이 개체들을 다시 실수의 값으로 변환하는 과정을 수행하고 적합도 함수에 적용해서 각각의 개체에 해당하는 적합도를 구해 낸다.

**step 6** : 최대 세대수 이상 수행하였으면 종료하고 이하이면 다시 step 2의 재생산 과정으로 돌아가서 수행한다.

이와 같은 유전 알고리즘을 이용해서 병렬형 매니플레이터의 순기구학을 해석하면 초기치에 무관하게 해를 구할 수는 있으나 실제 공간영역에서의 제어에 이용되거나 실제 실험상에서 상판의 자세를 판단하기 위해 사용될 때에는 실시간성이 부여되어야 하는데 유전 알고리즘의 경우 정확한 해를 구하기 위해서는 실시간성이 결여되는 단점이 있다. 그래서 수렴속도가 빠른 뉴턴 램프스 방법의 초기치를 해에 가까운 값으로 선정하기 위해 유전 알고리즘을 이용하는 방법을 제안한다. 즉, 유전 알고리즘을 이용해서 적합도 함수가 일정한 값 이상이 만족되면 이 근사해를 뉴턴 램프스 방법의 초기치로 선정하고 정확한 해를 찾을 수 있다.

### 3. 순기구학 시뮬레이션

2절에서 구한 역기구학 및 순기구학 해석 방법에 의해 모의 실험을 수행하였다. 상·하판의 반경은 1m로 설정했으며, 중립 위치에서의 상판과 하판사이의 거리는 1.3m로 설정하였다. 그리고, 그림 2에서  $\theta_a$ 는  $110^\circ$ ,  $\theta_b$ 는  $10^\circ$  로 설정하였다. 시뮬레이션 방법은 임의의 6자유도 운동을 역기구학 해석을 통해 작동기 길이로 변환한다. 이 작동기 길이를 순기구학 해석 알고리즘의 입력으로 해서 다시 6자유도 운동을 구한 뒤 역기구학의 입력 임의의 6자유도 운동과 비교하는 방법을 사용하였다. 6자유도 병렬형 매니플레이터의 운동 사양은 MIL-STD-1558을 참조하여 병진 운동의 최대 한계값은 0.432m, 회전 운동의 최대 한계값은  $20^\circ$  로 정하고 시뮬레이션 상의 역기구학 입력 값인 6자유도 운동은 임의로 표 1과 같이 설정하였다.

표 1의 사양을 이용해서 역기구학 해석을 수행하면 표 2와 같은 작동기 변위를 얻을 수 있다.

#### 3.1 유전 알고리즘에 의한 해석

표 2의 작동기 변위를 이용해서 유전 알고리즘에 의한 순기구학 해석을 수행하였다.

최대 세대수는 400, 한 세대에 생성시키는 최대 개체수는 200, 한 개체의 최대 스트링 수는 120이고 각 개체의 구조는 그림 4

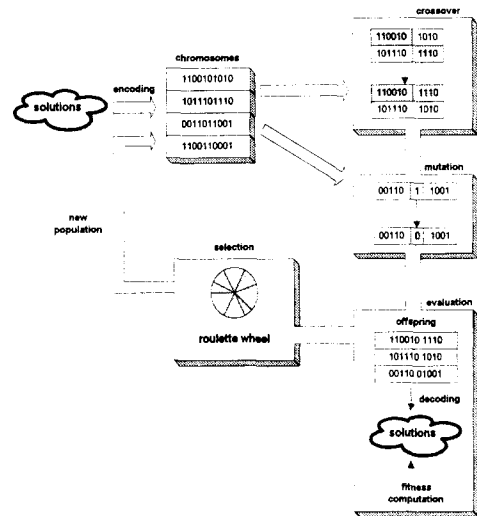


그림 3. 유전 알고리즘의 동작원리  
Fig. 3. Principle of genetic algorithm

표 1. 6 자유도 운동  
Table 1. 6-DOF motion

	x병진	y병진	z병진	x회전	y회전	z회전
운동값	0.321	0.432	1.3	5	10	0
단위	m	m	m	deg	deg	deg

표 2. 역기구학 해석에 따른 작동기 길이 [단위 mm]  
Table 2. Length of actuators from inverse kinematic analysis [Unit mm]

작동기 번호	1	2	3	4	5	6
작동기 변위	1.3781	1.5986	2.0143	1.5568	1.4587	1.7817

와 같이 설정하였으며, 교배율과 돌연변이율은 경험적으로 0.85, 0.033으로 설정하였다. 그리고 오차 함수와 적합도 함수는 식 (14)와 식 (15)로 각각 정의하고 시뮬레이션을 수행하였다.

$$error = \sum_{i=0}^n |f_i(a)| \quad (14)$$

단,  $f_i(a)$ 는 식 (12)과 동일한 식.

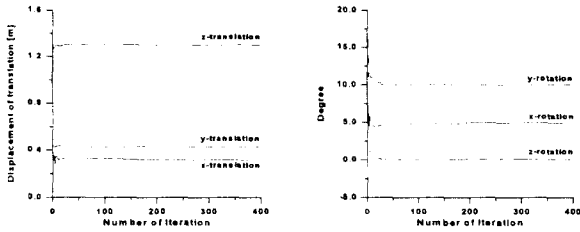
$$fitness = \frac{1}{1 + error^2} \quad (15)$$

이와 같은 조건으로 시뮬레이션을 수행한 결과 병진 운동의 경우 약 0.5mm, 회전 운동의 경우  $0.5^\circ$  의 정도를 가지며 수렴함을 알 수 있다. 6자유도 운동 해석 결과는 그림 5와 같고, 유전 알고리즘에 의해 순기구학 해석에 따른 6자유도 운동 오차는 그림 6과 같다.

이와 같은 방법으로 순기구학을 해석할 때 해석 오차를 줄이기 위해서는 실시간성이 결여되어서 실제 시스템에 적용하기에는 아직 미흡하다.

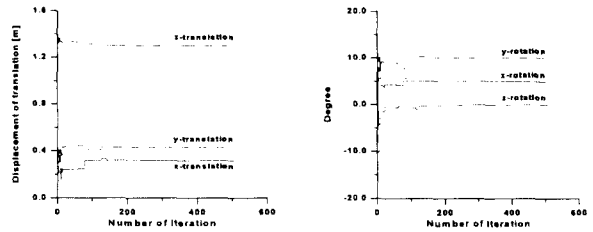
x	y	z	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
25 bit	25 bit	25 bit	15 bit	15 bit	15 bit

그림 4. 각 개체의 구조  
Fig. 4. Structure of individual



병진 운동 Translation motion  
회전 운동 Rotation motion

그림 5. 유전 알고리즘에 의한 순기구학 해석 결과  
Fig. 5. Result of forward kinematic analysis using GA Method



병진 운동 Translation motion  
회전 운동 Rotation motion

그림 7. GA+NR 방법에 의한 순기구학 해석 결과  
Fig. 7. Result of forward kinematic analysis using GA+NR Method

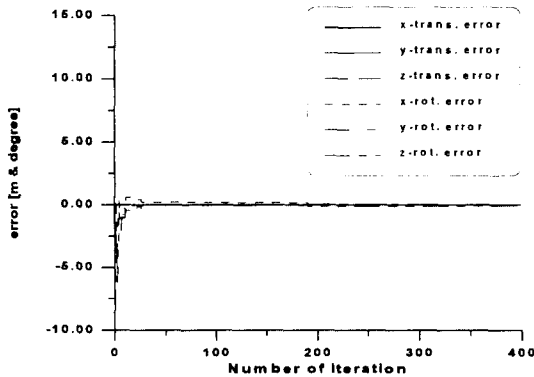


그림 6. 유전 알고리즘에 의해 순기구학 해석에 따른 6자유도 운동 오차

Fig. 6. 6-DOF motion error by forward kinematic analysis using genetic algorithm

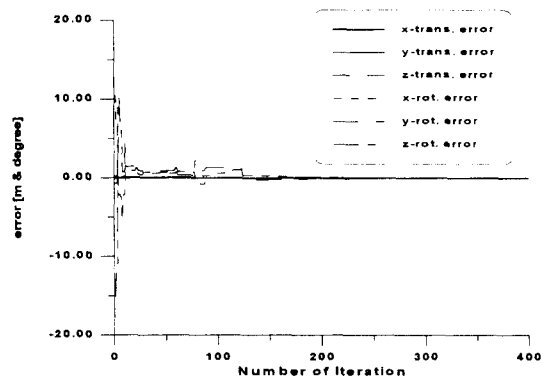


그림 8. GA+NR 방법에 의해 순기구학 해석에 따른 6자유도 운동 오차

Fig. 8. 6-DOF motion error by forward kinematic analysis using GA+NR method

### 3.2 유전 알고리즘과 뉴턴 램슨 방법을 병행한 해석

유전 알고리즘으로 해를 찾아가다가 적합도 함수가 일정한 값 이상이 되면 전역적으로 최적의 해에 수렴해 가는 것으로 생각하고 여기에서 구해진 해를 뉴턴 램슨 법의 초기치로 이용하여 이후부터는 뉴턴 램슨 법을 적용함으로써 전역적으로 최적의 해를 빠른 시간내에 수렴하는 방법을 제안한다. 시뮬레이션을 수행할 때 적합도 함수가 0.9이상이 되면 뉴턴 램슨 방법으로 전환하게 하였다.

이상의 방법으로 시뮬레이션을 수행한 결과 수렴 시간이 약 500ms 정도 소요되었으며 병진운동 시 0.01mm, 회전운동 시 0.05° 이하의 정도를 가졌다. 그림 7은 순기구학을 이용한 6자유도 운동 해석 결과이고 그림 8은 유전 알고리즘과 뉴턴 램슨 법을 병행한 방법에 의해 순기구학 해석에 따른 6자유도 운동 오차를 나타낸다.

## 4. 결론 및 향후 연구 과제

뉴턴 램슨 방법은 비교적 정확한 값을 빠른 시간에 수렴하는 장점이 있는 반면에 초기치에 영향을 많이 받는 단점이 있었고, 유전 알고리즘을 이용하는 방법은 초기치와 무관하게 전역적으로 최적의 해에 가까이 수렴하는 장점은 있지만 정도 높으려면 수렴 시간이 길어지는 단점이 있었다. 그래서 이 두 가지 방법의 장점을 결합해서 초기치에 무관하게 수렴 속도가 비교적 빠른 방법을 제안하였다. 하지만 실제 6자유도 공간상에서의 제어에 사용될 정도의 실시간성은 결여되어 있어서 실제 시스템에

안정적으로 적용되기에는 좀 더 연구가 필요하다.

## 참고문헌

- [1] DAVID E. GOLDBERG. GENETIC ALGORITHMS in Search, Optimization & Machine Learning," ADDISON-WESLEY PUBLISHING COMPANY, 1989.
- [2] Mitsuo Gen, Runwei Cheng, " GENETIC ALGORITHMS AND ENGINEERING DESIGN," A Wiley-Interscience Publication, 1997
- [3] Ka C. Cheok, James L. Overholt, and Ronald R. Beck "Exact Methods for Determining the Kinematics of a Stewart Platform Using Additional Displacement Sensors." '93 Journal of Robotic Systems, vol.10, number 5, pp. 689~707, 1993.
- [4] 강지윤, 김동환, 이교일, "6자유도 운동재현기베드의 순기구학 추정기 설계", 한국정밀공학회 96년도 춘계 학술대회논문집, pp 483~487, 1996