Proceedings of the 12th KACC, October 1997

LMI 기법을 이용한 준최적 강인 칼만 필터의 설계

Design of Suboptimal Robust Kalman Filter using LMI approach

°진승희*, 윤태성**, 박진배*

* 연세대학교 전기공학과 (Tel: +82-2-361-2773; Fax: +82-2-392-4230; E-mail: jbpark@bubble.yonsei.ac.kr)
** 창원대학교 전기공학과(Tel: +82-551-79-7513; Fax: +82-551-63-9956; E-mail: tsyoon@sarim.changwon.ac.kr)

Abstracts This paper is concerned with the design of a suboptimal robust Kalman filter using LMI approach for system models in the state space, which are subjected to parameter uncertainties in both the state and measurement matrices. Under the assumption that the augmented system composed of the uncertain system and the state estimation error dynamics should be stable, a Lyapunov inequality is obtained. And from this inequality, the filter design problem can be transformed to the generic LMI problems i.e., linear objective minimization problem and generalized eigenvalue minimization problem. When applied to uncertain linear system models, the proposed filter can provide the minimum upper bound of the estimation error variance for all admissible parameter uncertainties.

Keywords Suboptimal Robust filtering, uncertain systems, linear objective minimization, generalized eigenvalue minimization, LMI approach

1. 서론

상태 추정 문제에 대한 하나의 해법으로서 칼만 필터는 지난 40년 동안 많은 분야에 걸쳐 응용되어져 왔으며, 현재까지도 이에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다[12]. 그러나 이 기법은 프로세스 잡음과 측정 잡음이 가우시안 백색 잡음이라고 하는 통계적 특성에 대한 가정 외에도 상태 방정식과 측정 방정식에 대한 정확한 수학적 모델을 얻을 수 있다고 하는 가정을 전제로 한다. 그러나 이러한 가정은 실제 문제의 적용에 있어서 성립하지 않는 경우가 많은데[1][9][10], 이러한 경우 기존의 칼만 필터 기법은 최적의 성능을 나타내지 못한다는 사실이 알려져 있다.

따라서 본 논문에서는 시스템의 상태행렬과 측정행렬에 파라미터 불확실성이 있는 경우에 대한 상태 추정 문제를 다루기 위하여 추정 오차 분산에 대한 최소상한값을 보장하고, 허용 가능한 모든 파라미터 불확실성에 대해 강인한 상태 추정 성능을 나타내는 준최적 강인 칼만 필터를 LMI 기법을 이용하여 설계하고자 한다. 이를 위하여 불확실한 선형 시스템과 상태 추정 오차의 동특성을 결합하여 구성된 확장 시스템이 안정하다는 가정하에 하나의 Lyapunov 부등식을 유도하고, 이 부등식이 성립하기 위한 충분 조건으로서 얻어지는 두 개의 QMI(Quadratic Matrix Inequality)와 하나의 방정식을 통해 준최적 강인 칼만 필터에 포함된 행렬들을 매개변수화(parameterization)한다. 또한 간단한 변수변환과 새로운 LMI 제한조건을 만족하는 행렬을 도입하므로써 필터 설계 문제를 일반적인 LMI 문제들인 선형 목적 함수 최소화(linear objective minimization)문제와 일반 고유값 최소화(generalized eigenvalue minimization)문제로 변환하여, 이 문제들에 대한 해를 구함으로써 준최적 강인 칼만 필터를 설계한다.

2. 준최적 강인 칼만 필터 설계 문제

2.1 문제 설정

다음과 같은 선형 불확정 시스템을 고려한다.

$$(\Sigma:)\quad \dot{x}(t)=[A+\triangle A(t)]x(t)+w(t),\qquad x(t_0)=x_0 \tag{1a}$$

$$y(t)=[C+\triangle C(t)]x(t)+v(t) \tag{1b}$$

여기서 $x(t)\in \mathbf{R}^n$ 는 상태 변수, $y(t)\in \mathbf{R}^r$ 는 측정값이며, $w(t)\in \mathbf{R}^n$ 와 $v(t)\in \mathbf{R}^r$ 는 각각 공분산이 W와 V를 갖는 영평균 프로세스 잡음과 측정 잡음이고, 초기시간 $t_0=0$, x_0 는 영벡터라 가정한다. A 와 C 는 공칭(nominal) 상수 행렬이고 $\triangle A(t)$ 와 $\triangle C(t)$ 는 시변 파라미터 불확실성을 나타내는 미지(unknown) 행렬로서, 다음과 같은 정합조건(matching condition)을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \triangle A(t) \\ \triangle C(t) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix}F(t)E \tag{2}$$

$D_1\in \mathbf{R}^{n\times i}$, $D_2\in \mathbf{R}^{r\times i}$ 그리고 $E\in \mathbf{R}^{i\times n}$ 는 선택 가능한 상수 행렬이고, $F(t)\in \mathbf{R}^{i\times j}$ 는 다음의 놈(norm) 제한조건을 만족하는 미지 행렬로서 파라미터의 외란을 나타내며[14],

$$\|F(t)\|\le 1,\quad \forall t \tag{3}$$

$\|\cdot\|$ 는 행렬의 최대 특이값(singular value)을 나타낸다.

본 논문의 목적은 LMI기법을 사용하여 파라미터 불확실성에 대해 강인한 상태 추정 성능을 보이는 준최적 강인 칼만 필터를 설계하는 것이며, 다음과 같은 형태를 가정한다.

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= A_e \hat{x}(t) + K_r[y(t) - C_e \hat{x}(t)] \\ &= G_e \hat{x}(t) + K_r y(t)\end{aligned} \tag{4}$$

· *Remark*: 상태 추정기 (4)는 시스템 (1)과 상태-출력 속성 (state-to-output properties)이 같은 다음 형태의 시스템에 대한 Luenberger-observer[2]로 해석할 수 있다.

$$(\Sigma':)\quad \dot{x}(t) = A_e x(t) + \hat{w}(t) \tag{5a}$$

$$y(t) = C_e x(t) + \hat{v}(t) \tag{5b}$$

이제, 추정 오차를 $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 라 정의하고, 시스템 $(\Sigma:)$의 상태 방정식 (1a)와 오차 동특성(error dynamics)을 결합하면 다음과 같은 확장 시스템을 얻을 수 있다.

$$(\Sigma_a:)\quad \dot{x}_a(t) = A_{aug} x_a(t) + B_a n(t) \tag{6a}$$

$$e(t) = C_a(t) x_a(t) \tag{6b}$$

여기서 $x_a(t) = [x^T(t) \quad e^T(t)]^T$, $n(t)$는 단위 공분산 행렬을 가지는 영평균 잡음 신호이며, 확장 시스템의 행렬들은 다음과 같은 구조를 가진다.

$$\begin{aligned}A_{aug} &= A_a + D_a F(t) E_a \\ &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ A - G_e - K_r C & G_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_1 \\ D_1 - K_r D_2 \end{bmatrix} F(t) [\, E \quad 0 \,]\end{aligned} \tag{7a}$$

$$B_a B_a^T = \begin{bmatrix} W & W \\ W & W + K_r V K_r^T \end{bmatrix} \tag{7b}$$

$$C_a = [\, 0 \quad I \,] \tag{7c}$$

그러면, 확장 시스템에 대한 H_2 성능지수는 다음과 같이 주어진다[7-8].

$$\begin{aligned}\|\Sigma_a\|_2^2 &= \lim_{T \to \infty} E\left\{ \frac{1}{T} \int_0^T e^T(t) e(t) dt \right\} \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} trace[\sigma_a(t) \sigma_a^T(t)] dt = \|\sigma_a\|_2^2\end{aligned} \tag{8}$$

여기서 $\sigma_a(t)$는 Σ_a의 convolution kernel이며 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\sigma_a(t) = C_a \exp(A_{aug} t) B_a, \quad \forall t \ge 0 \tag{9}$$

보조정리 2.1[7]: 만일 A_{aug}가 안정하다면, 강인 칼만 필터 (4)는 H_2 성능지수에 대해 다음과 같은 상한값을 보장할 수 있다.

$$\|\Sigma_a\|_2^2 < trace(C_a L_c C_a^T) \tag{10}$$

여기서 $L_c > 0$ 는 다음의 Lyapunov 부등식을 만족하는 행렬이다.

$$A_{aug} L_c + L_c A_{aug}^T + B_a B_a^T < 0 \tag{11}$$

증명: 만일 위의 조건이 성립한다면, 다음의 Lyapunov 방정식을 만족하는 controllability Gramian $\hat{L}_c > 0$ 가 존재한다[8].

$$A_{aug} \hat{L}_c + \hat{L}_c A_{aug}^T + B_a B_a^T = 0 \tag{12}$$

위의 사실과 Lyapunov 이론에 따르면 부등식 (11)을 만족하는 행렬 L_c가 존재함을 알 수 있으며[4] 이 때, $\hat{L}_c$와 L_c의 관계는 다음과 같다.

$$0 < \hat{L}_c < L_c \tag{13}$$

식 (8)과 (9)로 부터

$$\begin{aligned}\|\Sigma_a\|_2^2 &= \int_0^{\infty} trace[\sigma_a(t) \sigma_a^T(t)] dt \\ &= \int_0^{\infty} trace(C_a \exp(A_{aug} t) B_a B_a^T \exp(A_{aug}^T t) C_a^T) dt\end{aligned}$$

이 성립하며, (12)의 해인 (A_{aug}, B_a)의 controllability Gramian $\hat{L}_c$는 다음과 같이 나타낼 수 있으므로

$$\hat{L}_c = \int_0^{\infty} \exp(A_{aug} t) B_a B_a^T \exp(A_{aug}^T t) dt$$

H_2 성능지수는

$$\|\Sigma_a\|_2^2 = trace(C_a \hat{L}_c C_a^T)$$

이며, 부등식 (13)의 관계로부터 (10)과 같은 상한값을 얻는다.□

3. LMI 문제 설정

시스템과 제어이론에서의 많은 문제들이 LMI를 포함한 컨벡스 문제로 구성 또는 재구성되어질 수 있으며, 일반적으로 이러한 문제들은 매우 효율적인 수치적 알고리듬을 통해 해를 구할 수 있다[13]. 따라서 본 절에서는 모든 허용 가능한 파라미터 불확실성에 대해 성능지수의 상한값 (10)을 보장하는 준최적 강인 칼만 필터를 설계하기 위하여 앞 절에서 얻어진 Lyapunov 부등식 (11)로 부터 LMI 문제를 구성하며, 이러한 강인 칼만 필터의 설계 문제는 일반적인(generic) LMI문제들[7] 중, 선형 목적 함수 최소화(linear objective minimization) 문제와 일반 고유값 최소화(generalized eigenvalue minimization) 문제로 귀결될 수 있음을 보인다.

정리 3.1: 선형 불확정 시스템 (1)에 대해 상태 추정 오차 분산의 상한값을 최소화시키는 준최적 강인 칼만 필터 (4)는 다음의 LMI 문제들의 해를 구함으로써 설계할 수 있다.

LMIP 1: minimize $trace(X)$ subject to

$$\begin{bmatrix} A^T X + XA + \varepsilon E^T E & X(W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T)^{1/2} \\ (W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T)^{1/2} X & -I \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

LMIP 2: minimize λ subject to $\Gamma(\lambda, Z, Q) > 0$

위의 LMIP 2에서 $\Gamma(\lambda, Z, Q) = diag(\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3)$ 이며 각각의 블록 대각 요소들은 다음과 같고,

$$\Gamma_1(\lambda, Z, Q) = \begin{bmatrix} -Z\overline{A} - \overline{A}^T Z + C_e^T \overline{V}^{-1} C_e & Z\overline{W}^{1/2} \\ \overline{W}^{1/2} Z & I \end{bmatrix} \quad (15a)$$

$$\Gamma_2(\lambda, Z, Q) = \begin{bmatrix} Q & I \\ I & Z \end{bmatrix} \quad (15b)$$

$$\Gamma_3(\lambda, Z, Q) = -trace(Q) + \lambda \quad (15c)$$

여기서,

$$\overline{A} = A_e - \varepsilon^{-1} D_1 D_2^T \overline{V}^{-1} C_e \quad (16a)$$

$$\overline{W} = W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T - \varepsilon^{-2} D_1 D_2^T \overline{V}^{-1} D_2 D_1^T \quad (16b)$$

$$\overline{V} = V + \varepsilon^{-1} D_2 D_2^T \quad (16c)$$

이며, 강인 칼만 필터 (4)의 파라미터 A_e, C_e와 필터 이득 K_r은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A_e = A + (W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T) X \quad (17a)$$

$$C_e = C + \varepsilon^{-1} D_2 D_1^T X \quad (17b)$$

$$K_r = (C_e Z^{-1} + \varepsilon^{-1} D_2 D_1^T) \overline{V}^{-1} \quad (17c)$$

식 (17a)와 (17b)에서 X는 LMIP 1의 해이고 (17c)에서 Z는 LMIP 2의 해이다.

증명: 보조정리에 있는 부등식 (11)에 식 (7a)를 대입하면 다음과 같은 부등식을 얻는다.

$$[A_a + D_a F(t) E_a] L_c + L_c [A_a + D_a F(t) E_a]^T + B_a B_a^T < 0 \quad (18)$$

위의 부등식에서 $\Omega = A_a L_c + L_c A_a^T + B_a B_a^T$라 정의하면, 임의의 $\xi \in \mathbf{R}^{2n}$, $\xi \neq 0$에 대해서 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\xi^T \Omega \xi < -2 \xi^T L_c E_a^T F^T(t) D_a^T \xi$$

즉,

$$\xi^T \Omega \xi < -2 \max \{ \xi^T L_c E_a^T F^T(t) D_a^T \xi : \ \|F(t)\| < 1 \}$$

이 성립하며, 양변을 제곱하면

$$(\xi^T \Omega \xi)^2 > 4 \max \{ (\xi^T L_c E_a^T F^T(t) D_a^T \xi)^2 : \ \|F(t)\| < 1 \} \quad (19)$$

이 된다. 여기에 [11]에서의 보조정리를 사용하면, 부등식 (19)는 다음과 같으며,

$$(\xi^T \Omega \xi)^2 - 4 \xi^T L_c E_a^T E_a L_c \xi \xi^T D_a D_a^T \xi > 0$$

이 부등식으로부터 다음의 부등식을 만족하는 임의의 상수 $\varepsilon > 0$가 존재함을 알 수 있다.

$$\varepsilon^2 L_c E_a^T E_a L_c + \varepsilon (A_a L_c + L_c A_a^T + B_a B_a^T) + D_a D_a^T < 0 \quad (20)$$

부등식 (20)의 양변에 ε^{-1}을 곱하면 부등식 (11)과 동일한 아래의 부등식을 얻는다.

$$\Psi := A_a L_c + L_c A_a^T + B_a B_a^T + \varepsilon L_c E_a^T E_a L_c + \varepsilon^{-1} D_a D_a^T < 0 \quad (21)$$

여기서 각각

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_{11} & \Psi_{21}^T \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} \end{bmatrix}, \quad L_c = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}$$

라하고 부등식 (21)에 식 (7)의 파라미터를 대입한 후 Ψ의 각 블록을 전개하면

$$\Psi_{11} = AR + RA^T + W + \varepsilon R E^T E R + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T$$

$$\Psi_{21} = (A - G_e - K_r C) R + W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T - \varepsilon^{-1} K_r D_2 D_1^T$$

$$\Psi_{22} = G_e Y + Y G_e^T + W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T - \varepsilon^{-1} D_1 D_2^T K_r^T - \varepsilon^{-1} K_r D_2 D_1^T + K_r (V + \varepsilon^{-1} D_2 D_2^T) K_r^T$$

이 되며, 부등식 (21)이 성립하기 위한 충분조건은 다음과 같다.

$$\Psi_{11} < 0, \quad \Psi_{22} < 0, \quad \Psi_{21} = 0$$

이제, $X = R^{-1}$라 정의하고 $\Psi_{21} = 0$의 양변에 후곱연산(post-multiplication)한 후 식 (4)로부터 $G_e = A_e - K_r C_e$를 대입하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$K_r \{ C_e - (C + \varepsilon^{-1} D_2 D_1^T X) \} = A_e - \{ A + (W + \varepsilon^{-1} D_1 D_1^T) X \}$$

즉, A_e와 C_e를 식 (17a)와 (17b)와 같이 정의하면 모든 강인 칼만 필터 이득 K_r에 대해서 $\Psi_{21} = 0$가 성립한다. 그리고 제한조건 (14)는 $X \Psi_{11} X < 0$에 대해 schur complement[6]를 사용하여 LMI 형태로 변환한 것이다. 또한 K_r을 (17c)와 같이 정의하면 부등식 $\Psi_{22} < 0$는 다음과 같이 전개할 수 있다.

$$\Psi_{22} = \overline{A} Y + Y \overline{A}^T - Y C_e^T \overline{V}^{-1} C_e Y + \overline{W} < 0 \quad (22)$$

여기서 $\overline{A}$, $\overline{W}$ 그리고 $\overline{V}$는 식 (16)에서 정의된 바와 같다.

본 논문에서는 식 (10)에서와 같이 상태 추정 오차의 분산 (H_2 성능지수)에 대한 상한값을 최소화하는 것이 목적인데, 이 상한값은 식 (7c)와 L_c에 대한 정의로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$trace\left([\,0 \ \ I\,] \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \right) = trace(Y)$$

즉, 추정 오차 분산 상한값의 최소화 문제는 다음과 같은 QMI 문제로 표현된다.

$$\text{minimize} \ \ trace(Y) \ \text{subject to} \ \ \Psi_{22} < 0 \quad (23)$$

그러나 (16c)에서 정의된 $\overline{V}$가 양한정(positive definite)행렬이므로 제한 조건 $\Psi_{22} < 0$는 일반적인 schur complement를 사용하여 LMI 형태로 변환될 수 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위하여 간단한 변수변환을 사용한다. 즉, $Z = Y^{-1}$라 정의하고 $\Psi_{22} < 0$의 양변에 전,후곱연산(pre-, post-multiplication)을 하면

$$Z \Psi_{22} Z = Z\overline{A} + \overline{A}^T Z - C_e^T \overline{V}^{-1} C_e + Z \overline{W} Z < 0$$

이 되며, 이로부터 (23)의 QMI 문제는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\text{minimize } trace(Z^{-1}) \text{ subject to } -\Gamma_1(\lambda, Z, Q) < 0 \quad (24)$$

이제, LMI 문제 (24)를 일반적인 LMI 문제중의 하나로 변환시키기 위하여 다음과 같은 새로운 제한조건을 만족하는 행렬 Q를 고려한다.

$$\Gamma_2(\lambda, Z, Q) > 0$$

그러면 (24)의 목적함수는 다음과 같이 쓸 수 있으며

$$trace(Z^{-1}) = \min trace(Q)$$

다음의 관계를 갖는 임의의 상수 λ에 대하여 $trace(Z^{-1})$는 전역 최소값이 됨을 알 수 있다[5].

$$\Gamma_3(\lambda, Z, Q) > 0$$

다시 말해서, 원래의 목적함수인 추정 오차 분산의 상한값 $trace(Y)$를 최소화하는 QMI 문제 (23)의 해는 정리 3.1의 LMIP 2와 같은 일반 고유값 최소화 문제의 해를 구함으로써 얻을 수 있다. 또한 부등식 $\Psi_{11} < 0$와 $\Psi_{22} < 0$가 상호결합(coupled)된 QMI라는 점에 비추어 볼 때 $trace(Y)$를 최소화하기 위해서는 먼저 $\Psi_{11} < 0$의 해 X가 최소화되어야 하므로[3], LMIP 1과 같은 선형 목적 함수 최소화 문제를 구성할 수 있다. □

4. 결론

본 논문에서는 상태행렬과 측정행렬에 파라미터 불확실성을 가진 선형 시스템에 대해 정상상태에서의 강인한 상태추정을 위한 준최적 칼만 필터를 설계하였다. 이러한 필터 설계 문제는, 선형 불확정 시스템과 오차의 동특성으로 구성된 확장 시스템이 안정하다는 가정 하에 얻어진 Lyapunov 부등식으로부터 이 부등식이 성립하기 위한 충분조건으로서 하나의 방정식과 두 개의 QMI를 유도해내고 이에 대해 간단한 변수변환과 새로운 LMI 조건을 만족하는 행렬을 도입하므로써, 일반적인 LMI 문제로 변환될 수 있음을 보였다. 제안된 필터는 모든 허용가능한 파라미터 불확실성에 대해 추정 오차 분산의 최소상한값을 보장한다. 이와 같이 시스템 제어이론의 많은 경우에 있어서 부등식은 몇 개의 Lyapunov나 대수 Riccati 부등식의 형태로 나타나는데, 그러한 문제들은 같은 수의 Lyapunov나 대수 Riccati 방정식을 푸는데 요구되는 시간에 필적할 만한 시간 안에 풀 수 있으므로[13], 계산 비용의 측면에서도 방정식의 해에 기초한 기존의 제어이론을 부등식의 해에 기초한 이론으로 확장시키는 것은 합리적이라 할 수 있다.

참고문헌

[1] Bor-Sen Chen and Tay-Yuh Dong, "Robust Stability Analysis of Kalman-Bucy Filter under Parametric and Noise Uncertainties", *Int. J. Contr,* vol. 48, no. 6, pp. 2189-2199, 1988.

[2] D.G. Luenberger, *Introduction to Dynamic Systems, Theory, Models, and Applications*, John Wiley & Sons, 1979.

[3] D.J.N. Limebeer, B.D.O. Anderson, P.P. Khargonekar and M. Green, "A Game Theoretical Approach to H_∞ Control of Time-Varying Systems", *SIAM J. Control. Optim.* 30, pp. 262-283, 1992.

[4] Dorato, Abdallah, Cerone, *Linear-Quadratic Control: An Introduction*, Prentice Hall, 1995.

[5] E. Feron, V. Balakrishnan, S. Boyd, "Numerical Methods for H_2 Related Problems", http://www-isl.stanford.edu/people/boyd.

[6] E. Kreindler and A. Jameson, "Conditions for Nonnegativeness of Partitioned Matrices", *IEEE Trans. Automat. Contr,* AC-17:147-148, 1972.

[7] Gahinet et al, *LMI Control Toolbox: For Use with MATLAB,* The MathWorks Inc.

[8] Kemin Zhou, John C. Doyle and Keith Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, 1996.

[9] Lihua Xie and Yeng Chai Soh, "Robust Kalman Filtering for Uncertain Systems", *System & Control Letters* 22, pp. 123-129, 1994.

[10] Minyue Fu, Carlos E. De Souza and Lihua Xie, "H_∞ Estimation for Uncertain Systems", *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, vol. 2, pp. 87-105, 1992.

[11] P.P. Khargonekar, I.R. Petersen, and Kemin Zhou, "Robust Stabilization of Uncertain Linear Systems: Quadratic Stability and H_∞ Control Theory", *IEEE Trans. Automat. Contr*, vol. 35, no. 3, pp. 356-361, March 1990.

[12] R.G. Brown and P.Y.C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, Third Edition, John Wiley & Sons, 1997.

[13] S. Boyd, V. Balakrishnan, E. Feron, L. ElGhaoui, "Control System Analysis and Synthesis via Linear Matrix Inequalities", *In Proc. ACC.* pp. 2147-2154, 1993.

[14] S.P. Bhattacharyya, H. Chapellat, L.H. Keel, *Robust Control: The parametric Approach*, Prentice Hall, 1995.