

유연한 Arm의 1축 회전 기동을 위한 강인성 제어기 설계

Robust Controller Design for the Rotational Maneuver of a Flexible Arm

°방효충*, 박영웅*, 한정엽*, 남문경*, 황보한†

*한국항공우주연구소 무궁화위성그룹(Tel : 042-860-2145, Fax : 042-860-2007, E-mail : hcbang@satt.kari.re.kr)

† 한국통신위성사업본부(Tel : 02-458-6000, Fax : 02-458-6430)

Abstract A new feedback control law design technique using on-off thrusters for the rotational maneuver of a flexible arm is discussed in this study. A two state on-off thruster actuator is taken as a primary actuation device for this study. The on-off thruster operation is emulated in conjunction with the conventional minimum-time tracking control law. The actuator input region is divided into two separate parts; one is constant input and the other is time varying region. The new control law has potential application for the relatively low frequency structure such as large flexible space structure being currently used in various space technology areas.

Keyword Feedback control law, flexible structure, on-off thrusters, minimum-time maneuver

1. 서론

유연한(flexible) arm의 응용 분야가 여러 분야에서 확장되고 있으며 이와 관련된 많은 제어 이론이 제시되어왔다[1-4]. 특히 인공위성의 태양 전지판, 안테나 및 기타 우주 비행체의 회전 기동에 유연 효과를 고려할 필요성이 증대되면서 활발한 연구가 진행되어왔다. 유연한 arm을 강체에 부착시켜 회전 기동을 수행할 때 적용되는 대표적인 제어이론의 하나로서 arm을 최단 시간 안에 기동시키기 위한 제어 법칙을 들 수 있다[2,3,5,6]. 최단 시간 기동의 가장 중요한 요소는 회전기동으로 인하여 유연한 구조물의 진동을 유발하는 것을 최소화하는 것이다. 이러한 점에 착안하여 최단 시간 기동을 변형한 준 최단시간(Near-minimum time) 기동이 참고문헌 [6]에 보고 된 적이 있다. 또한 우주 비행체의 경우에 일반적으로 이용되는 on-off 형태의 추력기를 이용한 제어기 설계 방법이 꾸준히 논의 되어왔다[1-3,5].

제어기 구성에 필요한 측정 변수는 arm의 회전각과 각속도이고 구동기는 arm의 끝단에 부착된 모터 혹은 중앙 동체에 장착된 구동기를 들 수 있다. 또한 인공위성 등의 경우에는 반작용 휠(reaction wheel)이나 추력기 등이 구동기로서 쓰일 수 있다. 최단 시간 제어 법칙은 단순화된 1 자유도 강체 모델의 경우 bang-bang의 형태로서 기동시간 중앙에 단 한번의 스위칭(switching)이 필요하다[7]. 동일한 제어 법칙을 유연한 arm에 적용할 경우 스위칭 횟수가 증가되고 arm의 유연성에 따라서 반응이 달라진다[5].

본 연구에서는 유연한 arm의 회전 기동을 위해 on-off 추력기를 이용한 피드백 제어기 설계를 주목적으로 한다. 추력기를 이용한 제어기는 추력기의 불연속성 특성을 고려하고 종래에 개발된 참고문헌 [6]의 준 최단시간(Near-minimum time) 제어기를 기본 원리로 한다. 불연속적인 제어 입력을 PWM(Pulse Width Modulator)을 이용해 근사화하는 방법을 선택하였다. 또한 PWM의 입력으로서 기준 입력과 실제 반응(실제 운동상태)과의 오차함수를 근거로 하였다. 또한 본래의 하이브리드(편미분 방정식과 상미분 방정식) 형태의 운동 방정식을 근사화하지 않는 제어기를 설계해 비교적 강인성(robustness)이 보장된 제어기

를 설계한다고 말할 수 있다.

본 연구의 결과는 대형의 우주 구조물과 같이 낮은 고유진동수 경우에 유용하게 적용될 수 있다. 이것은 낮은 고유진동수 구조물의 경우 추력기와 같은 불연속적인 제어 입력이 가해질 경우 추력의 크기가 뒷받침되지 못할 때 강제운동과 유연 운동간의 상호작용에 의해 제어의 어려움이 따르기 때문이다.

2. 유연체 동역학 및 제어기 설계 목적

먼저 [그림 1]에 1축 회전운동을 하는 유연한 구조체의 전형적인 형상이 주어졌다.

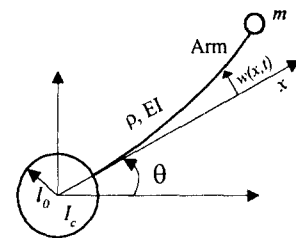


그림 1 1축 회전운동을 하는 유연 구조체 설명도

Fig.1 Single axis rotational motion of a flexible structure

중앙의 강체 부분과 이와 연결된 유연한 arm으로 이루어져 있으며 회전 기동시 arm의 진동이 중앙 강체의 운동을 유발시킨다. 따라서 원하는 지향(pointing) 기동을 위해서 전체 구조물의 회전 운동 및 이로 인해 발생하는 진동을 억제하여야 한다. 여기서 이용되는 구동기(actuator)는 중앙 동체에만 부착되어 있으며 일정한 크기의 제어토크 입력을 발생하는 on-off 추력기로 가정한다[5].

이때 전체 시스템의 운동은 arm의 운동 변수인 $w(x,t)$ 와 중앙동체의 운동변수인 θ 로 구성되며 다음과 같이 선형화된 하이브리드 형태의 방정식으로 나타낼 수 있다[6].

$$I_c \ddot{\theta} + \int_0^l \rho x (\dot{w} + x \ddot{\theta}) dx + m l (\dot{\theta} + \ddot{w}) = u \quad (1)$$

$$\rho (\ddot{w} + x \ddot{\theta}) + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0$$

여기서 I_c 는 중앙 강체의 관성모우멘트, ρ 는 Arm의 선밀도, EI 는 arm의 강성(rigidity), m 은 끝단 질량, l 은 변형되지 않은 상태에서 중심으로부터 arm의 끝단까지의 거리, 그리고 u 는 중앙 강체에 가해지는 on-off 제어기에 의한 제어토크 입력을 나타낸다.

이러한 운동방정식이 주어지는 경우 대개의 경우 제어기 설계를 위해 유한 차수의 수학적 모델링을 수행하게 된다. 본 논문에서는 참고문헌[5,6]에서 제시된 출력 피드백(output feedback) 제어기 설계 원리를 도입하기로 한다. 이 경우 Lyapunov의 안정성 원리를 곧바로 식 (1)과 운동에너지 및 포텐셜 에너지에 적용할 수 있다[6]. 따라서 본 연구에서는 유한 차수의 모델로 이산화(discretization)를 수행하지 않기로 한다.

제어기 설계의 목적은 rest-to-rest 기동, 즉 처음 정지한 상태에서부터 일정한 각도로 회전한 다음 다시 정지하는 기동을 위한 제어 입력(u)을 개발하는 것이다.

3. 제어기 설계

먼저 앞에서 언급하였듯이 본 연구에 사용되는 추력기는 on-off 형태로 가정한다. 따라서 on-off 형태의 제어 입력의 성격을 고려한 제어기를 설계하여야한다.

3.1 최단 시간 제어기

1축 유연성 arm에 대한 최단 시간 제어기의 가장 기본적인 형태로서 먼저 단 한번의 스위칭(transition)이 있는 bang-bang 형태의 제어기가 있다. 이러한 제어기를 식 (1)로 주어진 시스템에 적용하고 그 결과를 분석하기 위해 먼저 식 (1)을 순수 강체 모델로 근사화시키도록 한다. 즉

$$I_{tot} \ddot{\theta} = u \quad (2)$$

여기서 I_{tot} 는 중앙 강체와 변형되지 않은 arm의 관성모우멘트의 합을 나타낸다. 즉

$$I_{tot} = I_c + \int_0^l \rho x^2 dx + ml^2 \quad (3)$$

참고 문헌 [5]에서 식 (1)로 근사화된 시스템의 관성 모멘트를 이용하여 최단시간 피드백 제어기를 설계하여 적용하였다. 이러한 피드백 제어기는 순수강체 모델을 근거로 설계된 제어기를 근거로 하면 다음과 같은 형태를 지닌다[7].

$$u(t) = -N \text{sign} \left[\theta - \theta_f + \frac{I_{tot}}{2N} \dot{\theta} |\dot{\theta}| \right] \quad (4)$$

여기서 N 은 추력기 입력의 크기로서 $2(N-m)$ 로 가정한다. 이러한 피드백 형태의 제어기는 open-loop 형태에 비해 비교적 만족할 만한 성능을 발휘하는 것으로 참고문헌 [5]에서 입증된 적이 있다.

한가지 주목할만한 사실은 식 (4)로 나타내어진 제어 법칙을 본래의 시스템에 적용하였을 때 제어성능을 결정하는 중요한 요소는 바로 arm의 유연성 정도이다. 즉, 식 (2)로 주어진 근사식의 정확도는 바로 arm이 얼마나 유연하냐에 따라 달려있다. 만일 arm의 첫 번째 모드가 높은 주파수를 갖는 경우 낮은 주파수의 경우에 비해 근사의 정확도가 높다고 할 수 있다. 본 연구에 이용된 arm의 물성치에 의한 첫 번째, 두 번째 유연 모드의

주파수가 각각 0.67Hz, 3.79Hz로서 특히 첫 번째 모드 주파수가 낮아서 식 (4)로 주어진 최단 시간 제어법칙의 성능이 기대한 것과 다를 수 있다. 이러한 사실을 시뮬레이션을 통해 입증하기 위한 결과가 [그림 2]에 제시되어있다.

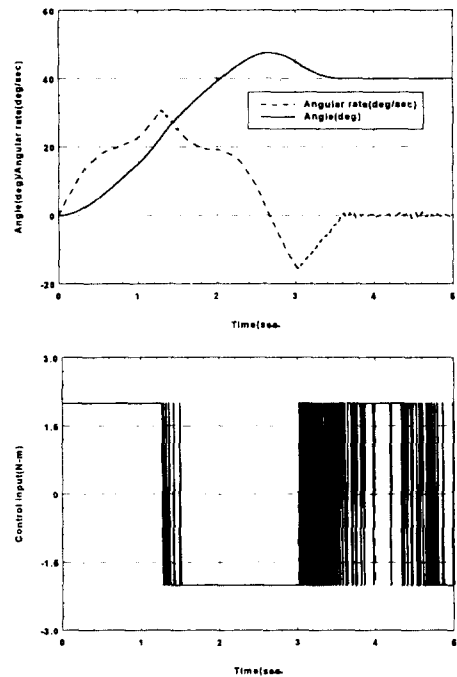


그림 2 최단 시간 제어기를 적용한 시뮬레이션 결과
Fig. 2 Simulation result with minimum-time control law

위 결과에서 볼 수 있듯이 강체 모델로 근사화한 경우에 제어기의 성능이 실제 모델에 적용될 경우 기대한 만큼 이르지 못하는 것을 알 수 있다.

3.2 추적 제어기(tracking control law)의 응용

앞에서 논의된 강체 근사모델을 이용한 최단시간 제어기의 성능이 유연성이 심한 arm의 기동제어기로서 원하는 성능을 발휘하지 못하는 것을 알 수 있었다. 이러한 점에 착안하여 성능 개선을 하기 위한 목적으로 참고문헌[6]에서 연구된 Lyapunov의 안정 이론에 바탕을 추적 제어기를 응용하기로 한다. 추적제어기는 원하는 기준 입력을 시간에 따라 변하는 형태로 미리 생성시키고 이러한 입력을 실제 시스템이 연속적으로 추종하도록 하는 것이 기본 원리로서 다음의 형태를 갖는다.

$$u = u_{ref} - [g_1(\theta - \theta_{ref}) + g_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{ref})] \quad (5)$$

여기서 u_{ref} 는 기준 제어 입력, θ_{ref} 는 기준 각변위, 그리고 $\dot{\theta}_{ref}$ 는 기준 각속도 변위로서 [그림 3]에 주어져 있다.

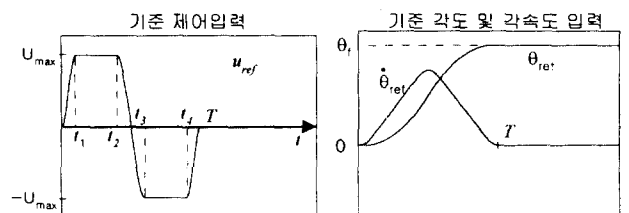


그림 3 기준 제어입력, 각도 및 각속도 궤적
Fig. 3 Reference input, angle, and angular rate history

위 그림에서 보여진 기준 제어입력(u_{ref})은 수학적으로 참고문헌[6]에서와 같이 다음의 형태로 표현될 수 있다.

$$u_{ref}(t) = \pm U_{max} f(t, \Delta t) \quad (6)$$

여기서 U_{max} 는 최대 제어 입력크기를 나타내고 $f(t, \Delta t)$ 는 준최단시간(Near-minimum time) 기동을 나타내는 입력 형상을 표시한다. $f(t, \Delta t)$ 는 특히 $0 \leq t \leq t_1$, $t_2 \leq t \leq t_3$ 및 $t_4 \leq t \leq T$ 구간에서 연속적으로 변하는 시간의 함수로서 본래 최단 시간 제어 법칙에 의한 불연속적인 스위칭(switching)을 피함으로써 유연 구조체의 진동을 최대한 억제하기 위한 목적으로 이용된다. 수학적으로 $f(t, \Delta t)$ 는 다음과 같이 표시된다[6].

$$f = \begin{cases} (t/\Delta t)^2(3-2t/\Delta t), & 0 \leq t \leq t_1 \\ 1, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 1-2((t-t_2)/2\Delta t)^2(3-2(t-t_2)/2\Delta t), & t_2 \leq t \leq t_3 \\ -1, & t_3 \leq t \leq t_4 \\ -1+((t-t_4)/\Delta t)^2(3-2(t-t_4)/\Delta t), & t_4 \leq t \leq T \end{cases} \quad (7)$$

위 식에서 $\Delta t = t_1 = \alpha T$, $t_2 = T/2 - \alpha T$, $t_3 = T/2 + \alpha T$, 그리고 $t_4 = T - \alpha T$ 로 표시되며 [그림 3]과 일치한다. 한편 α 는 불연속적인 입력의 특성을 조절해주는 매개변수로서 $0 < \alpha < 1/4$ 의 범위에서 임의의 값을 선택할 수 있다.

이러한 기준 입력을 이용한 Lyapunov 제어기에 대한 상세한 연구가 참고문헌 [6]에 상세히 보고되어 있다. 이때 사용된 구동기는 연속적인 출력을 발생할 수 있는 반작용 휠 이다. 본 연구에서는 구동기의 입력이 불연속적인 특성의 on-off 방식이므로 이러한 특성과 식(5)의 제어 법칙에 착안하여 다음과 같은 스위칭 형태의 제어 법칙을 제안해보기로 한다.

$$u = N \text{sign}[u_{ref} - g_1(\theta - \theta_{ref}) - g_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{ref})] \quad (8)$$

여기서 $\text{sign}(x)$ 는 $x > 0$ 인 경우 +1 그리고 $x < 0$ 의 경우 -1의 값을 갖는 함수이다. 식 (8)로 주어진 제어 법칙은 식 (4)로 주어진 제어기와 근본적으로 다른 특성을 갖게되는데 이것은 식 (8)의 제어가 본래 연속적인 준-최단시간 제어 입력에 바탕을 두었다는 점이다. 한 예로서 $g_1 > 0, g_2 > 0$ 을 선택하여 식 (8)을 이용한 시뮬레이션 결과가 [그림 4]에 주어졌다.

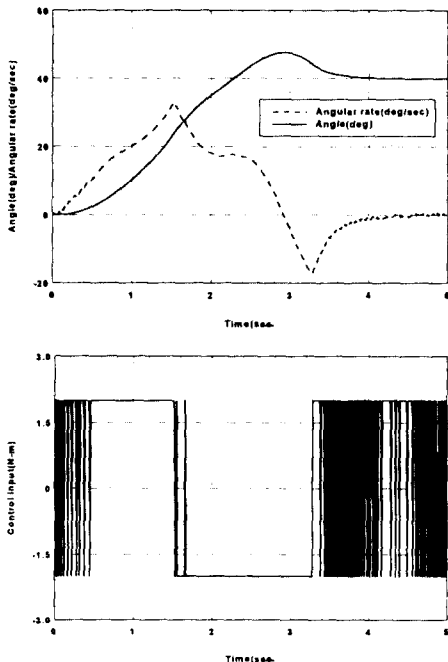


그림 4 준-최단시간 함수를 이용한 on-off 제어기 시뮬레이션
Fig. 4 Simulation by on-off control law using near-minimum time control trajectory

[그림 4]의 결과와 [그림 3]의 결과를 비교해보면 가장 큰 특징은 [그림 4]의 경우 제어기의 부호가 기동시간 초기에 자주 바뀐다는 점이다. 결과적으로 기동시간의 증가를 가져온다. 한가지 장점은 식 (8)에서 볼 수 있는 바와 같이 피드백 제어기 형태이므로 제어기 파라미터(g_1, g_2)를 임의로 선택할 수 있다는 점이다. 특히 스위칭 함수의 초기값이 0이기 때문에 비교적 큰 g_1, g_2 값을 선택할 수 있다. [그림 4]의 overshoot의 크기가 [그림 3]의 경우와 비슷한 것을 볼 수 있는데 이것은 역시 주어진 (g_1, g_2)에 의한 것이므로 여러 번의 시행착오에 의해 개선될 수 있는 가능성이 많다.

3.3 시간 변화함수의 모듈레이션(modulation)

지금까지 논의되어온 제어기 설계의 가장 큰 핵심은 제어 입력이 불연속 하다는 것이다. 이러한 특성이 낮은 주파수의 구조물에 적용되었을 때 지나친 overshoot를 야기시켜 기동시간을 증가시킬 수 있는 결과를 가져오게 되는 것이다. 이러한 경우 제어 입력의 불연속적인 특성을 최소화하는 것이 바람직한 것이다. 즉 평균적인 제어 입력의 크기를 연속적으로 변환시켜 결과적으로 연속적인 제어입력의 특성을 갖도록 하는 것이다.

불연속적인 제어 입력을 연속적으로 변환시키는 로직의 한가지로 PWM(Pulse Width Modulator)을 들 수 있다. PWM의 원리는 [그림 5]에서 보여주듯이 일정한 샘플링 간격(T_s)을 두고 샘플링 순간에 입력 신호의 크기에 비례하는 출력을 펄스 지속 시간형태(δ)로 발생하는 것이다.

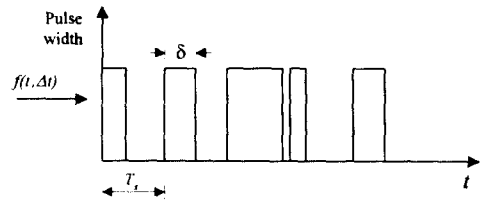


그림 5 PWM(Pulse Width Modulator)의 동작 원리
Fig. 5 Operational principle of Pulse Width Modulator

PWM을 이용하여 불연속적인 제어 입력을 연속적인 형태로 근접한 형태로 변환하며 이때 기준이 되는 제어 법칙을 식 (5)에 주어진 준-최단시간 추적 제어기에 바탕을 둔다. 이때 기동시간을 최소화하기 위해 기준 입력의 크기가 시간에 따라서 변하는 $0 \leq t \leq t_1$, $t_2 \leq t \leq t_3$ 및 $t_4 \leq t \leq T$ 구간에서 PWM 방식을 적용하고 나머지 구간에서는 연속적인 제어 입력을 가하도록 한다. 이것은 [그림 3]에서 보여지는 overshoot의 영향이 기동시간 전반부에 제어입력이 연속적으로 일정한 방향으로 가해지기 때문에 구조물의 관성 효과를 효과적으로 제어하지 못하는 점에 착안한 것이다. 이렇게 제안된 전체 시스템의 구성 블록선도가 [그림 6]에 주어져 있다.

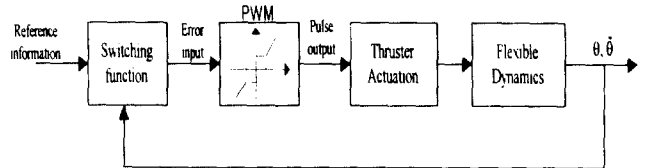


그림 6 PWM을 포함한 전체 시스템 구성도
Fig. 6 Overall system block diagram including PWM

한편 [그림 6]에 제시된 스위칭 함수(switching function)는 식 (5)에 제시된 형태와 같은 형태를 사용한다. 즉

$$\text{switchin function} \equiv u_{ref} - [g_1(\theta - \theta_{ref}) + g_2(\dot{\theta} - \dot{\theta}_{ref})] \quad (9)$$

PWM을 포함한 각 구간별 제어기를 수학적으로 표현하면 식 (7)로부터 아래의 식과 같이 표현된다.

$$\text{Pulse Width} = \begin{cases} \delta_{\max} s.f., & 0 \leq t \leq t_1 \\ \delta_{\max}(\text{continuos}), & t_1 \leq t \leq t_2 \\ \delta_{\max} s.f., & t_2 \leq t \leq t_3 \\ -\delta_{\max}(\text{continuos}), & t_3 \leq t \leq t_4 \\ \delta_{\max} s.f., & t_4 \leq t \leq T \end{cases} \quad (10)$$

위 식에서 δ_{\max} 는 PWM의 최대 펄스출력을 나타내고 $s.f.$ 는 식 (9)에서 주어진 스위칭 함수를 나타낸다.

제안된 제어기의 성능을 파악하기 위해 시물레이션을 두 가지 경우에 대해 수행하기로 한다. 첫 번째 경우는 피드백을 하지 않은 상태($g_1=0, g_2=0$)에서 기준 제어입력을 PWM을 적용한 경우이고, 두 번째 경우는 기준 제어입력 및 피드백($g_1 \neq 0, g_2 \neq 0$)을 적용한 경우이다. 두 가지 경우에 대한 결과가 [그림 7]에 주어졌다.

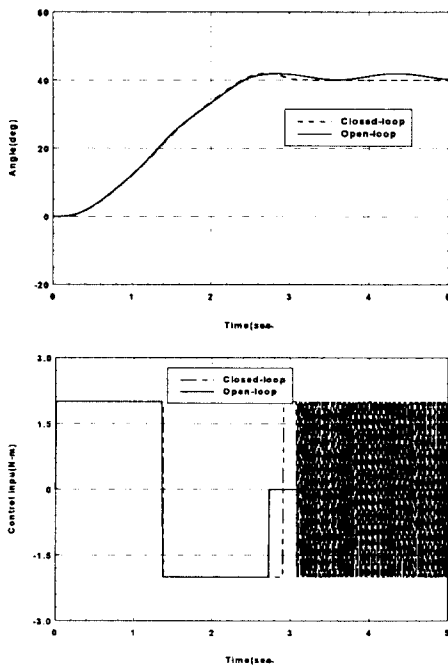


그림 7 PWM 방식을 이용한 준-최소시간 기동 결과
Fig. 7 Near-minimum-time maneuver result with PWM

위 결과 그림에서 볼 수 있듯이 PWM을 이용하여 제어 입력을 모듈레이션한 경우 overshoot의 크기가 앞절의 경우에 비해 상당히 적게 나타난다. 특히 $g_1=g_2=0$ 의 경우는 순수한 PWM을 적용한 것으로서 이 경우에도 상당히 적은 overshoot가 초래되는 것을 알 수 있다. 한편 피드백 방식을 이용하면 기동시간($0 < t < T$) 동안의 반응에는 큰 차이가 없음을 알 수 있다. 물론 피드백 제어 법칙이 기동시간 이후($t > T$)에 신속히 오차를 제거한다.

4. 결론

준-최단시간(Near-minimum time) 제어 법칙과 PWM(Pulse

Width Modulator)을 결합한 경우 낮은 주파수의 유연 구조물의 회전 기동에 유용한 결과를 가져올 수 있다. 특히 PWM 기법을 일정한 크기를 갖는 제어 입력에 적용하여 그 출력이 스위칭 함수(switching function)에 비례하는 크기의 펄스 형태의 입력을 발생할 수 있었고 결과적으로 overshoot를 상당히 감소시킬 수 있었다. 또한 제어기 설계한 유한 차수의 운동방정식을 이용하지 않아 제어기의 강인성(robustness)이 보장된다고 말할 수 있다.

한편 최적 펄스 입력의 크기를 결정하는데 피드백 제어기의 파라미터 영향에 대한 상세한 해석이 뒷받침되어야 한다. 또한 본 비교적 높은 주파수의 구조물(>3 Hz)에 적용하여 나타나는 결과를 비교 분석할 필요가 있을 것이다.

본 논문에서 보고된 해석적 결과 이외에 실험을 통하여 실제 적용하고 검증하므로써 본 연구의 결과를 실제 문제에 적용할 수 있을 것으로 보여진다.

후기

본 논문은 한국통신이 지원하는 '97년도 연구과제 '정지궤도 통신위성 핵심 서브시스템 및 운용시스템 개발'의 연구결과 일부이며 본 연구의 지원에 심심한 감사를 드립니다.

참고문헌

- [1] Vander Velde, W.E., and He, J., "Design of Space Structure Control Systems Using On-Off Thrusters", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 6, No. 1, 1983, pp. 53-60.
- [2] Singh, G., Kabamba, P.T., and McClamroch, N.H., "Planar Time Optimal, Rest-to-Rest Slewing Maneuvers of Flexible Spacecraft", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 12, No. 1, 1989, pp. 71-81.
- [3] Liu, Q., and Wie, B., "Robust Time-Optimal Control of Uncertain Flexible Spacecraft", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 3, 1992, pp. 597-604.
- [4] Hablani, H.B., "Zero-Residual-Energy, Single-Axis Slew of Flexible Spacecraft Using Thrusters: Dynamics Approach", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 15, No. 1, 1992, pp. 104-113.
- [5] Agrawal, B.N., and Bang, H., "Robust Closed-loop Control Design for Spacecraft Maneuver Using On-Off Thrusters", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 18, No. 6, 1996, 1336-1349.
- [6] Junkins, J.L., Rahman, Z., Bang, H., and Hecht, N., "Near-Minimum-Time Control of Distributed Parameter Systems: Analytical and Experimental Results", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 2, 1991, pp. 406-415.
- [7] Athans, M., and Falb, P. L., *Optimal Control - An Introduction to the Theory and Its Applications*, McGraw-Hill, 1966.