

## 로봇의 비선형 임피던스 힘제어에 대한 연구

### On Analysis of Nonlinear Impedance Force Control for Robot Manipulators

정 슬, 이지홍

충남대학교 메카트로닉스공학과

(Tel : +82-42-821-6871; Fax: +82-42-825-9225)

(E-mail:jungs@hanbat.chungnam.ac.kr,jhlee@meca.chungnam.ac.kr)

#### Abstract

The conventional impedance control has been known to have the following problems: it has lack of specifying force directly and unknown environment stiffness has to be known priori in order to specify the reference trajectory. In this paper, new impedance force control that can control a desired force directly under unknown stiffness is proposed. A new nonlinear impedance function is developed based on estimation of unknown stiffness from force and position measurements. The nonlinear characteristics of the proposed impedance function are analyzed based on unknown environment position. Simulation studies with robot manipulator are carried out to test analytical results.

**Keywords :** Impedance, Robot, Control, Nonlinear

#### 1 소개

로봇이 어떤 대상(Environment)에 힘을 가하거나 힘을 가한 상태에서 움직일 경우, 또는 물체에 접촉된 상태에서 움직일 경우에는 공간적으로 구속되기 때문에 위치제어만으로 로봇을 제어하기는 불가능하다. 예를 들어, 주물로 뜯 앤진의 베를 깎아내는 디버링 작업이던지 선박에 사용되는 프로펠러의 표면을 갈아내는 그라인딩 작업, 자동차 차체를 광택내는 폴리싱 작업 등 로봇이 대상과 접촉하는 작업에서는 위치 제어만으로 원하는 성과를 얻기 힘들다. 이런 경우에는 로봇 팔 끝의 위치뿐만 아니라 팔 끝에 작용하는 힘을 동시에 제어해야 하는데, 이러한 제어 방식을 힘제어(force control)라 한다.

힘제어는 특성상 하이브리드 힘제어(Hybrid force control)[1]와 임피던스 힘제어(Impedance force control)[2]로 크게 나뉜다. 하이브리드 힘제어 방식은 위치제어와 힘제어의 방향을 선택 행렬로 나눈 다음 따로 제어하는 방식으로 힘제어 방향에서는 직접 원하는 힘을 조절할 수 있지만, 대상과의 동적 특성을 인식하지 못하는 단점이 있다. 하이브리드 힘제어를 사용할 때 대상과의 접촉시 커다란 충돌 힘(Impact force)의 오버슈트가 생기는 것도 이러한 동적특성을 고려하지 않은 이유때문이다. 반면에 강성

제어방식(Stiffness control)[3]의 연장인 임피던스 힘제어는 로봇의 팔 끝에 작용하는 힘과 위치 또는 속도 사이의 관계, 즉 대상과 로봇 사이의 동적 관계인 임피던스를 조작하므로 팔 끝의 힘을 간접적으로 제어하는 알고리즘이다. 하지만 이러한 임피던스 힘제어 방식의 문제점은 원하는 힘을 직접 제어할 수 없고, 대상에 대한 정보, 즉 강성(Stiffness)이나 대상의 위치(Environment position) 등을 정확하게 알아야 한다. 이 논문에서는 대상의 강성을 정확하게 알 필요가 없고 원하는 힘을 직접 제어할 수 있는 새로운 비선형 임피던스 제어 법칙을 소개한다. 대상의 강성은 힘센서와 위치센서를 통해 얻은 힘과 위치의 정보로 평가된다. 평가된 강성은 기준의 임피던스 함수와 함께 새로운 비선형 임피던스 함수를 만든다. 대상의 부정확한 위치에 따라 힘의 오차가 달라지는 비선형의 문제점들을 수학적으로 분석하고 그 결과를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 증명하고자 한다.

#### 2 임피던스 힘제어의 문제점

이상적인 임피던스 힘제어 방정식은 그림1에 나단난 것처럼 다음과 같다. 편의상 힘이 한 방향에 수직으로 적용되는 제어 방정식을 고려한다.

$$f_e = m\ddot{e} + b\dot{e} + ke \quad (1)$$

여기서  $f_e$ 는 대상에 적용하는 힘이고,  $m, b, k$ 는 양수로 된 임피던스 이득이며  $e = x_r - x$ 는 위치오차를 나타내는데  $x$ 는 현재 팔 끝의 위치를 나타내고,  $x_r$ 은 기준 위치를 나타낸다. 원하는 힘을 조절하기 위해서는 기준 위치  $x_r$ 을 미리 알아서 지정해야 한다. 일반적으로, 기준위치는 다음 관계식으로부터 구해질 수 있다.

$$x_r = x_e + \delta x_r, \quad \delta x_r = \frac{f_d}{k_{eff}} \quad (2)$$

여기서  $x_e$ 는 대상의 위치,  $f_d$ 는 원하는 힘,  $k_{eff} = \frac{kk_e}{k+k_e}$ 이다. 여기서 기준위치  $x_r$ 을 계산하려면 통합 강성  $k_{eff}$ 를 알아야 하는데,  $k_{eff}$ 를 계산하기 위해서는 대상의 강성인  $k_e$ 의 값을 미리 알아야 한다. 하지만 어떤 물체의 강성을 미리 정확하게 안다는 것은 불가능하다. 이것이 임피던스 힘제어의 한 문제점이다.

또 다른 임피던스 힘제어 방식의 문제점으로는 구조적 특성 상 하이브리드 힘제어 방식처럼 원하는 힘  $f_d$ 를 직접 조작할 수 없다는 것이다. 식(1)에서 보여지는 것처럼 힘이 이득에 의해 간접적으로 조절이 된다. 다음에는 이러한 문제점을 해결하는 새로운 임피던스 방식을 소개한다.

### 3 제안하는 비선형 힘제어 방식

#### 3.1 정확한 대상의 위치를 알 경우

이 장에서는 위에서 언급한 문제점을 해결하기 위해 새로운 비선형 임피던스 방식을 제안한다. 우선, 기준경로  $x_r = x_e + \delta x_r$ ,  $\dot{x}_r = \dot{x}_e + \delta \dot{x}_r$ ,  $\ddot{x}_r = \ddot{x}_e + \delta \ddot{x}_r$  를 식(1)에 대입해서 정리하면 다음과 같은 비선형 식이 된다.

$$m(\ddot{\varepsilon} + \delta \ddot{x}_r) + b(\dot{\varepsilon} + \delta \dot{x}_r) + k(\varepsilon + \delta x_r) - f_e = 0 \quad (3)$$

여기서  $\varepsilon = x_e - x$ . 식(3)은 기준위치와 현재위치의 오차인  $e$ 의 방정식이 아닌 대상의 위치와 현재의 위치 사이의 오차를 나타내는  $\varepsilon$ 의 방정식으로 나타난 새로운 비선형 임피던스 법칙이다. 일반적으로  $k_e \gg k$ 이므로  $\dot{x}_r = \ddot{x}_r = 0$ 이 된다. 식(3)에서  $\delta x_r = \frac{f_d}{k_{eff}}$  을 대입하고, 다시 정리하면 다음과 같다.

$$m\ddot{\varepsilon} + b\dot{\varepsilon} + k\varepsilon + f_d \frac{k}{k_e} + f_d - f_e = 0 \quad (4)$$

식(4)에서는 대상의 강성인  $k_e$ 를 모르기 때문에 제어법칙을 만들기가 어렵다. 원하는 힘을 제어하려면 힘을 적용하는 대상의 굳기  $k_e$ 에 대한 사전 정보를 미리 알아야 하지만 실제적으로 모든 대상의 굳기를 미리 안다는 것은 불가능하고 효율적이지 못하다.

따라서, 본 논문에서는 힘센서와 위치 센서로부터 힘과 위치를 측정한 뒤에 측정값을 이용해서 다음과 같이 대상의 강성을 평가한다. 우선 대상을 간단한 질량-스프링 시스템으로 가정하자. 스프링의 법칙으로부터 다음과 같이 대상의 강성이 얻어질 수 있다.

$$f_e = k_e(x - x_e), \quad k_e = \frac{f_e}{-\varepsilon} \quad (5)$$

식(5)를 식(4)에 대입하고 다시 정리하면 다음과 같은 비선형 임피던스 법칙을 얻게 된다.

$$m\ddot{\varepsilon} + b\dot{\varepsilon} + k\varepsilon(1 - \frac{f_d}{f_e}) + f_d - f_e = 0 \quad (6)$$

식(6)은 안정상태에서 아래와 같은  $f_e$ 의 이차방정식이 된다.

$$f_e^2 - (f_d + k\varepsilon)f_e + k\varepsilon f_d = 0 \quad (7)$$

따라서 식(7)의 해는 다음과 같이 둘이 된다.

$$f_e = f_d, f_e = k\varepsilon \quad (8)$$

하지만  $f_e = k\varepsilon$ 는 식(5)와 비교해 볼 때,  $k = -k_e$ 를 만족해야 하지만 불가능하므로  $f_e = k\varepsilon$ 는 해가 되지 못한다. 그러므로 비선형 임피던스 (6)은  $f_e = f_d$ 의 한 해만 존재하게 된다.

#### 3.2 정확한 대상의 위치를 모를 경우

지금까지 우리는 대상의 위치가 정확하게 측정된다는 가정하에 위의 제어법칙을 사용해 왔다. 하지만, 실제적으로 대상의 위치 측정에는 어느정도의 오차가 있다. 예를 들면,

$$x'_e = x_e + \delta x_e \quad (9)$$

여기서  $\delta x_e$ 는 대상 위치 측정오차이다. 식(9)를 (7)에 대입하면, 식(7)은 다음과 같이 된다.

$$f_e^2 - (f_d + k\varepsilon')f_e + k\varepsilon' f_d = 0 \quad (10)$$

여기서  $\varepsilon' = x - x_e - \delta x_e$ .

식(10)의 해는

$$f_e = f_d, f_e = k\varepsilon' \quad (11)$$

이 경우에는 식(7)의 경우처럼 하나의 해가 존재하는 것이 아니라  $\delta x_e$ 의 값에 따라 해가 달라지게 됨을 다음에서 분석해 본다.

### 4 안정성에 따른 불확실한 영역의 분석

여기서는 안정한 힘제어를 위한 대상위치 오차의 영역을 수학적으로 분석하고자 한다. 대상의 위치에 불확실성이 있을 경우 식(6)의 임피던스 방정식은 다음과 같이 된다.

$$m\ddot{\varepsilon} + b\dot{\varepsilon} + k\varepsilon'(1 - \frac{f_d}{f_e}) + f_d - f_e = 0 \quad (12)$$

여기서  $\varepsilon' = x_e - x + \delta x_e$ 이다. 그러므로,  $\dot{\varepsilon}' = -\frac{f_e}{k_e}$ ,  $\ddot{\varepsilon}' = -\frac{f_d}{k_e}$ 가 된다. 각각  $\varepsilon'$ ,  $\dot{\varepsilon}'$ ,  $\ddot{\varepsilon}'$ 를 식(12)에 대입해서 정리하면 힘에 대한 비선형 방정식이 된다.

$$m\ddot{f}_e + b\dot{f}_e + (k + k_e)f_e + \frac{kk_e f_d}{f_e} = f_d + kk_e \delta x_e + f_d k_e \quad (13)$$

위의 식은 비선형이기 때문에 안정성을 조사하기가 어렵다. 하지만 위의 식은  $f_e = f_d$ 와  $f_e = k\varepsilon' = k_{eff}\delta x_e$ 에서 평형점을 갖고 있기 때문에 각각의 평형점에서 안정성을 고려할 수 있다.

우선 식(13)의 상태방정식을 구해보자.  $y_1 = f_e$ ,  $y_2 = \dot{f}_e$ 라 하면 식 (13)은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k+k_e}{m} & \frac{kk_e \delta x_e}{m f_d} \end{bmatrix} y + \frac{1}{m}(f_d + kk_e \delta x_e + f_d k_e) \quad (14)$$

해가  $f_e = f_d$ 일 경우에 안정성을 검사하기 위해 다음과 같이 특성방정식을 구한 뒤에

$$\det(sI - A) = s^2 + \frac{b}{m}s + \frac{k+k_e}{m} - \frac{kk_e \delta x_e}{m f_d} = 0 \quad (15)$$

안정하기 위한 영역을 구하면 다음과 같다.

$$0 < \frac{b}{m}, \delta x_e < \frac{f_d}{k_{eff}} \quad (16)$$

제어기 이득은  $m, b > 0$ 로 설정되므로 위 영역이 아래와 같이 설정된다.

$$\delta x_e < \frac{f_d}{k_{eff}}, \quad f_e = f_d \text{일 때} \quad (17)$$

같은 방법으로 평형점  $f_e = k_{eff}\delta x_e$ 에서 안정성을 조사해 보면 다음의 영역을 얻게 된다.

$$\frac{f_d}{k_{eff}} < \delta x_e, \quad f_e = f_{eff}\delta x_e \text{일 때} \quad (18)$$

하지만 위의 영역 (18)은 원하는 값의 영역이 아니므로 식(17)의 영역만을 취한다. 식(17)에서 대상의 강성이 일반적으로 크기 때문에  $k_{eff} \approx k$ 라 취할 수 있다. 위치의 불확실성이 대상 밖에서 설정이 될 때 다음과 같은 영역을 얻은 바 있다[4].

$$-\frac{f_d}{k} < \delta x_e \quad (19)$$

식(17)과 (19)를 복합하면 결과적으로 불확실성이 대상 밖과 안에 각각 설정되었을 때의 원하는 힘을 따라가기 위한 대상의 불확실성 위치 영역은 다음과 같다.

$$-\frac{f_d}{k} < \delta x_e < \frac{f_d}{k} \quad (20)$$

다음 장에서는 이러한 비선형 임피던스 법칙의 특성을 수학적으로 분석하고, 수학적 결과를 3축 로봇에 대한 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 분석한다.

## 5 시뮬레이션을 통한 증명

여기서 우리는 로봇의 동적 모델에는 불확실성이 없다고 가정을 한다. 토크계산방식은 위치의 오차가 없이 정확한 트랙킹을 보여준다.

원하는 힘을  $10N$ 으로 설정하고, 대상의 강성을  $50000(N/m)$ 으로 하고 제어기의 이득은  $K_A = I$ ,  $K_D = diag[200, 20, 20]$ ,  $K_P = diag[500, 100, 100]$ 로 설정했다. 그림 2는 작업의 환경을 보여준다.

### 5.1 대상밖으로 설정되었을 경우 ( $x'_e < x_e$ )

이 경우는 대상의 위치를 측정하는데 있어서 실제의 대상 위치에 못 미치는 대상밖으로 설정한 경우이다. 따라서  $x'_e < x_e$ . 앞의 결과 (20)에 따르면  $\frac{f_d}{k} = \frac{10}{500} = 20mm < \delta x_e$ 이므로  $20mm$ 보다 가까이 대상과 떨어져 있으면 원하는 힘제어를 할 수 있다. 하지만, 실험결과 실제로는  $20mm$ 보다 훨씬 작은  $10mm$ 보다 작아야 원하는 힘제어를 할 수 있었다.  $20mm$ 이상 떨어졌을 경우에는 대상과의 접촉이 이루어지질 않았다.  $10mm$ 에서  $20mm$ 사이에 있을 경우에는 로봇이 계속적으로 대상과 접촉하고는 떨어지는 불안정한 현상을 나타냈다. 그림3에는 대상의 위치 설정이  $10mm$  안으로 되었을 경우의 힘응답을 나타낸 것이다. 대상으로부터 각각  $8mm, 5mm, 1mm$ 씩 떨어져 있을 때의 힘의 응답을 나타내는데 원하는 힘을 잘 따라가는 것을 볼 수 있다. 또한 대상으로부터 가장 가까울 때 응답이 빨리 일어나는 것을 볼 수 있다. 그림4에서는 위치 트랙킹을 보여준다.

### 5.2 대상안으로 설정되었을 경우 ( $x'_e > x_e$ )

이번 경우는 측정된 대상의 위치가 대상안으로 잘못 정해졌을 경우를 조사해 본다. 잘못측정된 위치는  $x_e < x'_e$ 이다. 여기서도 다양한 위치에 대한 힘의 트랙팅여부를 조사해 보았는데 위치의 불확실성이 경계선  $\frac{f_d}{k_{eff}} = 25.2mm$ 에 다가갈수록 불안정하게 진동하는 폭이 커짐을 알수있다. 경계선을 벗어나는 위치  $\delta x_e = 30mm$ 에서는 앞에서 설명한 것과 같이 또 다른 평형점  $f_e = k\varepsilon'$ 으로 가는 것을 그림 5를 통해서 볼 수 있다. 그림5에서 보면  $30mm$ 일 때 힘은  $10N$ 보다 큰 값으로 나타나는데 이 값은  $f_e = k_{eff}\delta x_e = 14.85N$ 로 앞의 분석에 따른 값과 일치하는 것을 볼 수 있다. 초기에는 원하는 평형점  $f_e = f_d$ 으로 되었다가 다른 평형점  $f_e = k_{eff}\delta x_e$ 으로 안착하는 것을 볼 수 있다. 그림 6에서는 위치를 보여준다.

## 6 결론

이 논문에서 우리는 새로운 비선형 임피던스 제어방식을 제안했다. 이 방식은 대상의 강성을 모르는 상태에서 힘을 직접 제어할 수 있는 장점이 있다. 대상의 위치 설정에 있어서의 불확실성에 따른 힘의 값이 달라진다는 것을 수학적으로 분석하므로 원하는 힘을 얻기위한 대상의 위치의 불확실성의 영역을 구하였다. 대상 위치 오차의 영역은  $-\frac{f_d}{k} < \delta x_e < \frac{f_d}{k}$ 로 모든 변수들을 사용자가 설정할 수 있기 때문에 대략적인 영역을 미리 알 수 있다. 3축 로봇의 시뮬레이션을 통해서 제안한 임피던스 방식의 성능을 증명하였는데 우리가 분석한 영역과 일치함을 보여주었다. 실제적인 면에서 보면 대상의 위치 오차는 비교적 크게 측정할 수 있기 때문에 원하는 힘을 따라가도록 위치 불확실성의 영역을 정할 수 있다.

## 참고문헌

- [1] N. Hogan, "Impedance Control : An Approach to Manipulator, Part I, II, III", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 3, pp. 1-24, 1985
- [2] M. H. Raibert and J. J. Craig, "Hybrid Position and Force Control of Robot Manipulators, *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*", pp. 126-133, 1981
- [3] J. K. Salisbury, "Active Stiffness Control of Manipulator in Cartesian Coordinates", *Proc. of the 19th IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 95-100, 1980
- [4] S. Jung and T. C. Hsia, "Neural Network Techniques for Robust Force Control of Robot Manipulators", *Proc. of IEEE Symposium on Intelligent Control*, pp. 111-116, Monterey, August, 1995

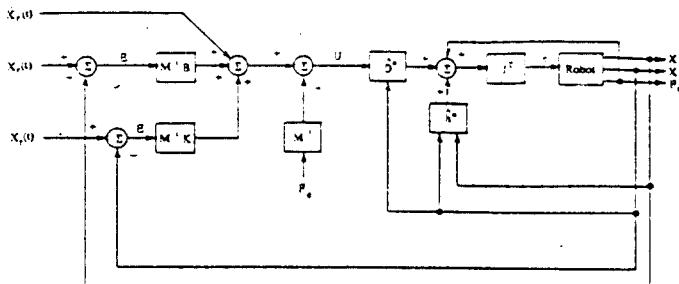


Figure 1: Impedance Control Structure

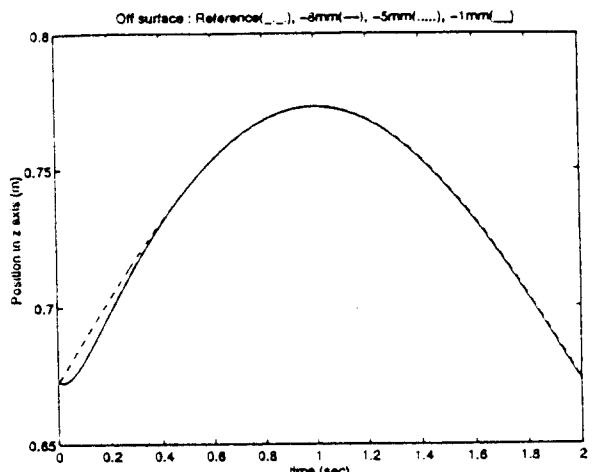


Figure 4: Position Tracking in z axis with different estimated environment surface locations of Fig. 3

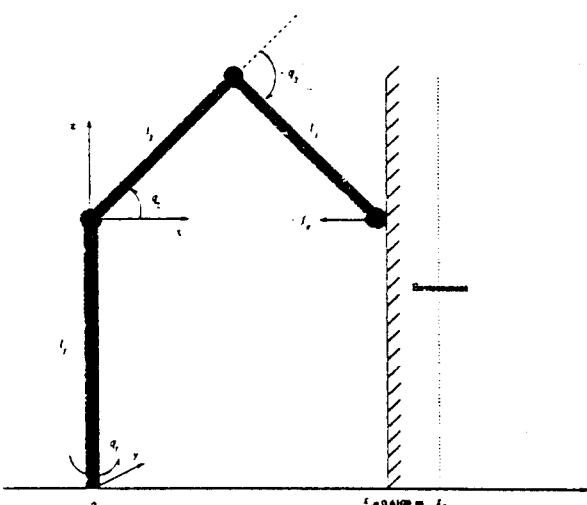


Figure 2: Sine Wave Tracking on Flat Surface Environment

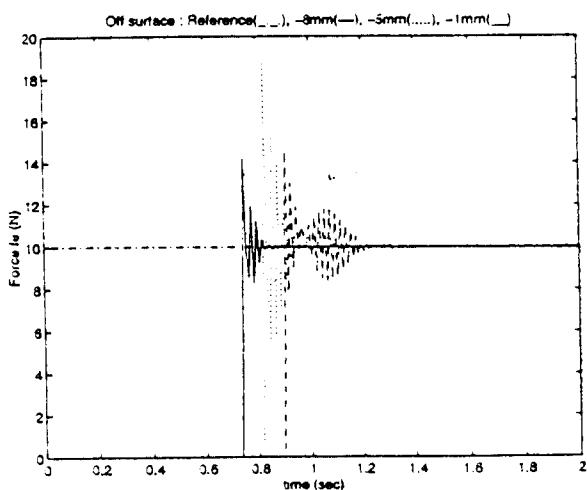


Figure 3: Force Tracking performances under no uncertainties when estimated environment surface locations  $x'_e$  are outside the surface

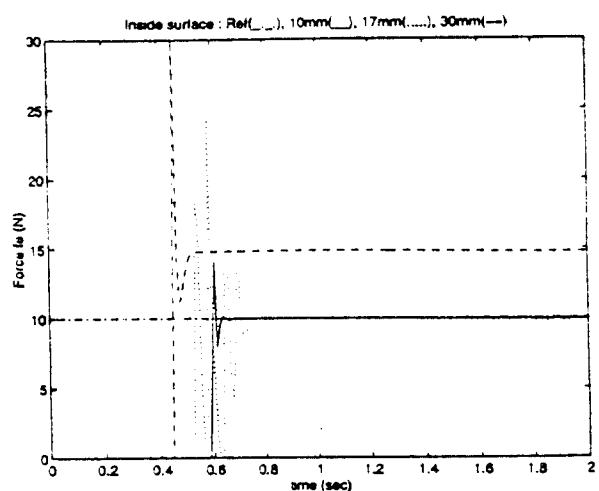


Figure 5: Force Tracking Performances under no uncertainties when estimated environment surface locations  $x'_e$  are inside the surface

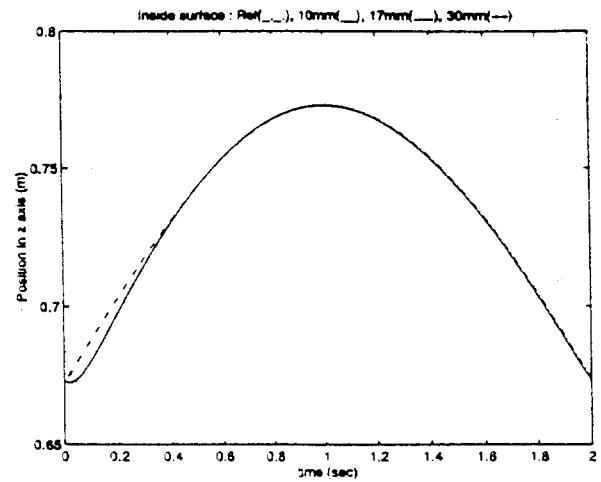


Figure 6: Position Tracking in z axis with different estimated environment surface locations of Fig. 5