

출력제어기를 이용한 불확실 파라미터를 갖는  
로봇의 위치제어

Position Control of Robots with Uncertain Parameters  
Using Output-Feedback Controller

°최은석, Amit Ailon, 윤재석, 안병하

광주과학기술원 기전공학과(Tel:+82-62-970-2410; Fax:+82-62-970-2384; E-mail:choies@geguri.kjist.ac.kr)

**Abstract** : The principle objective of this paper is to explain and demonstrate the advantage of the output-feedback controller proposed by Ailon in [6] by using simulation and experimental results. Namely, the goal of this study is to design and implement a real-time controller for set-point regulation of a one-link rigid robot manipulator with unknown parameters using only position measurement. For implementation a direct drive one-link rigid robot manipulator is constructed and a TMS320C40 DSP systems board is used in implementing real-time control algorithm.

**Keywords** : Output-feedback controller, Global contraction mapping, Rigid robot, Global asymptotic stability

1. 서론

현재 대부분의 로봇 제어기는 로봇 모델의 모든 상태 즉, 위치와 속도 정보를 알고 있다는 가정 하에 설계된다. 따라서 이를 위해서는 위치 센서와 속도 센서가 필수적이다. 그러나 속도 센서는 노이즈에 매우 민감해서 오동작을 일으키는 원인이 되어 속도 센서 없이 위치 정보만을 이용하여 제어기를 구성하기 위해 많은 연구가 이루어져왔다. 가장 간단한 방법으로 정확한 위치 정보로부터 수치적 근사법을 이용하여 속도 정보를 구하는 방법이 이용되었으나 저속과 고속의 경우 이러한 단순 근사법은 부정확하다는 단점이 있다[1].

[2]에서는 관측기(observer)를 설계하여 위치 정보로부터 속도 정보를 얻은 후 제어기를 설계하는 방법을 제안하였으나 이 선형 제어기는 전영역 안정성이 보장되지 못하는 단점을 갖고 있다. [3]에서는 위치 정보만을 이용하여 강체 로봇(rigid robot)에 대해 중력 항만 안다면 로봇 모델의 다른 항은 모르더라도 위치 제어가 가능한 전영역 안정성이 보장되는 제어기를 제안하였다. 그러나 이 제어기 역시 중력 항을 정확히 알아야 한다는 가정 때문에 정확한 모델링이 수행되어야 하고 파라미터의 변화시 강인하지 못하다는 단점이 있다. [4]에서는 강체 로봇에 대하여 중력 항을 몰라도 위치 제어가 가능한 제어기를 제안했으나 전영역 안정성이 보장되지 못하였다.

[6]에서 Ailon은 위치 제어(set-point regulation)를 위해 전영역 수렴 사상(global contraction mapping)에 근거한 반복적 제어법을 이용하여 전영역 안정성이 보장되는 출력 제어기(output-feedback controller)를 제안하였다. 이 제어기는 로봇 모델 정보의 직접적인 이용 없이 단지 위치 정보만을 이용하여 원하는 출력을 얻는 간단한 선형 제어기이다. 이 제어기는 로봇 모델의 어떠한 정보도 직접 이용하지 않기 때문에 정확한 모델링이 필요 없고, 파라미터가 변하더라도 한정된 범위 안에 존재한다면 결국 출력은 원하는 위치로 수렴하게 된다.

본 논문에서는 Ailon[6]이 제안한 알고리즘을 이용하여 단일

링크 로봇 모델을 위한 제어기를 설계하였고, 시뮬레이션과 실험을 통하여 제안된 제어기는 파라미터의 불확실성에 강인함을 보였다.

일반적으로 직접 구동(Direct Drive)방식의 로봇은 간접 구동 로봇에 비해 정확한 위치 제어가 어려우나 본 연구에서는 고속 정밀 위치 제어를 위해 DD 방식의 단일 링크 로봇을 제작하여 실험하였고, 실시간(real-time) 제어기로는 고속 연산이 가능한 TMS320C40으로 구성된 DSP 시스템 보드를 사용하였다.

2. 로봇 시스템 모델 및 제어 알고리즘

2.1 로봇 시스템 모델

$n$ -자유도를 갖는 강체 로봇(rigid robot) 모델의 운동방정식은 Euler-Lagrange방법을 사용하여 다음과 같이 유도될 수 있다[7].

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = u \quad (1)$$

여기서  $q \in R^n$  은 모터의 각위치이고,  $D(q) \in R^{n \times n}$  은 로봇의 관성행렬이며,  $C(q, \dot{q})\dot{q} \in R^n$  은 코리올리스(Coriolis)력과 원심력이다. 그리고  $g(q) \in R^n$  는 중력 항을 나타내며  $u \in R^n$  은 외부에서 입력되는 토크를 나타낸다.

제어기 설계의 편리성을 위해, 상태 변수를  $x_1 = q, x_2 = \dot{q}$  로 정하고 (1)을 상태 방정식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= D(x_1)^{-1}(-C(x_1, x_2)x_2 - g(x_1) + u) \end{aligned} \quad (2)$$

이 된다.

2.2 선형 출력 제어기(Linear output-feedback controller)

강체 로봇에 대하여 Ailon은 다음과 같은 구조의 아주 간단

\* 본 논문은 삼성전기(주)의 연구비 지원으로 연구되었음.

한 선형 출력제어기(output-feedback controller)를 제안하였다 [5].

$$\begin{aligned} \dot{z} &= -S(z-x_1) - Rz + v \\ u &= -S(x_1 - z) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 상수 행렬  $S=S^T > 0$ ,  $R=R^T > 0$  이고 상수 벡터  $v$ 는 다음에 결정될 것이다.

본 논문에서 사용될 기호법(notation)은 다음과 같다.  $\|x\|$ 는  $x$ 의 Euclidean norm이고,  $\|A\|_i \doteq \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$ 는 행렬  $A$ 의 Induced norm이다(여기서  $\lambda_{\max}(A^T A)$ 는  $(A^T A)$ 의 가장 큰 고유치). 그리고  $\beta$ 는 다음을 만족하는 상수이다.

$$\beta \doteq \sup_{x_1 \in R^n} \left\| \frac{\partial g(x_1)}{\partial x_1} \right\|_i > 0 \quad (4)$$

이제 (3)의 제어기가 전영역 안정성을 보장하는 제어기임을 보이기 위해 다음의 스칼라 함수를 고려해보자.

$$\begin{aligned} H_r(x_1, x_2, z) &= \frac{1}{2} [x_2^T D(x_1)x_2 + (x_1 - z)^T S(x_1 - z) \\ &+ (z - R^{-1}v)^T R(z - R^{-1}v)] + U_g(x_1) \end{aligned} \quad (5)$$

where

$$g(x_1)^T = \frac{\partial U_g(x_1)}{\partial x_1}$$

위 식을 이용하여 페루프 시스템((2)-(3))의 평형점 방정식을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} S(x_1 - z) + g(x_1) &= 0 \\ -S(x_1 - z) + R(z - R^{-1}v) &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

그리고  $H_r(x_1, x_2, z)$ 가  $x_2=0$  일 때  $x_r \doteq [x_1^T, z^T]^T$ 에 대하여 최소값을 가질 조건은 다음과 같다.

$$\min\{\lambda_{\min}(S), \lambda_{\min}(R)\} > 2\beta \quad (7)$$

(5)를 이용하여 임의의 평형점에 대하여 리아프노프 함수(Lyapunov candidate function)를 정의하면 다음과 같다.

$$V_r(x_1, x_2, z) = H_r(x_1, x_2, z) - H_r(\bar{x}_1, 0, \bar{z}) \quad (8)$$

(8)을 시간에 대하여 미분하면

$$\dot{V}_r(x_1, x_2, z) = -\dot{z}^T \dot{z} \leq 0 \quad (9)$$

이된다. 여기서 LaSalle's invariance 이론[8]을 이용하면 평형점  $[x_1^T, x_2^T, z^T]^T = [\bar{x}_1^T, 0, \bar{z}^T]^T$ 가  $\dot{V}_r(x_1, x_2, z) = 0$ 이 될 유일한 경우이므로, 페루프 시스템((2)-(3))은  $[x_1^T, x_2^T, z^T]^T = [\bar{x}_1^T, 0, \bar{z}^T]^T$ 에 대하여 전영역 점근적 안정(globally asymptotically stable)하다. 위의 결과로부터 모든 상수 벡터  $\bar{v}$ 에 대하여 (6)은 유일한  $[x_1^T, z^T]^T = [\bar{x}_1^T, \bar{z}^T]^T$ 을 갖고,

$[x_1^T, x_2^T, z^T]^T = [\bar{x}_1^T, 0, \bar{z}^T]^T$ 는 페루프 시스템((2)-(3))의 유일한 평형점임을 알 수 있다. 결론적으로 모든  $\bar{x}_1$ 에 대하여 (6)은 유일한  $[v^T, z^T]^T = [\bar{v}^T, \bar{z}^T]^T$ 를 갖는다.

### 2.3 전영역 수렴사상(Global contraction mapping)

(6)의 첫 번째 식과 두 번째 식으로부터 다음과 같은 관계를 얻을 수 있다[6].

$$v = L_r(x_1) \doteq (I_n + RS^{-1})g(x_1) + Rx_1 \quad (10)$$

여기서 사상(map)  $L_r: R^n \rightarrow R^n$ 은 일대일 대응(bijective) 함수이므로 역함수  $L_r^{-1}$ 가 존재하고 따라서 다음과 같이 표현 가능하다.

$$x_1 = G_r(v) \doteq L_r^{-1}(v) \quad (11)$$

그리고 주어진 상수 벡터  $x_{1d}$ 에 대하여 다음과 같은 사상  $T_r: R^n \rightarrow R^n$ 을 정의한다[6].

$$T_r(v) = v - R(G_r(v) - x_{1d}) \quad (12)$$

(3)의 상수 행렬  $S$ 와  $R$ 을 (7)의 조건에 맞도록 다음과 같이 선택한다.

$$S = R^2 = r^2 I_n, \quad r > 2\beta \quad (13)$$

(13)의 조건을 만족하면  $T_r$ 은 유일한 고정점  $v^*$ 를 갖는 전영역 수렴 사상(global contraction mapping)이 된다. 즉

$$T_r(v^*) = v^* \quad (14)$$

으로 표현 가능하며 이것은  $x_1^* \doteq G_r(v^*) = x_{1d}$ 을 의미한다. 여기서 수열  $\{v_n\}$ 은 다음과 같이 정의된다.

$$v_{n+1} = T_r(v_n), \quad n=0, 1, \dots \quad (15)$$

(9)로부터 어떤 주어진 초기위치와 각각의  $v_i$ 에 대하여 시스템의 궤적(trajjectory)은 한 점  $\bar{\varphi}_{v_i} = [\bar{x}_1^T, 0, \bar{z}^T]^T$ (여기서  $\bar{x}_1 = x_1^i$ )로 점근적 수렴함을 알 수 있다. 따라서 (11)-(12) 그리고 (15)로부터

$$v_{i+1} \doteq T_r(v_i) = v_i - R(x_1^i - x_{1d}) \quad (16)$$

이 유도된다.

상수 행렬  $S$ 와  $R$ 이 (13)를 만족하면 다음의 알고리즘에 의해 임의의 상수 벡터  $v_0$ 는  $\{v_i\}$ 의 극한  $v^*$ 가 되고,  $x_0$ 는  $\{x_i\}$ 의 극한  $x^*$ 가 된다[6].

$$\begin{aligned} v_0 \xrightarrow{\text{motion}} x_1^0 \xrightarrow{\text{comp}} v_1 = T_r(v_0) \xrightarrow{\text{motion}} x_1^1 \cdots \\ \xrightarrow{\text{comp}} v_n = T_r(v_{n-1}) \xrightarrow{\text{motion}} x_1^n \cdots \end{aligned}$$

여기서 (  $\Rightarrow$  motion )는  $v_i$ 에 대하여 평형점으로 향하는 페루프 시스템의 동작을 나타내고, (  $\Rightarrow$  comp )는 (16)에 의한 계산을 나타낸다.

위의 알고리즘에서 다음의 조건은  $v_n$ 이  $v_{n+1}$ 로 바뀔 때를 결정짓는다.

$$x_i(t, t_a) = |x_{1i}(t) - x_{1i}(t_a)| \leq \delta_x, \quad (17)$$

$$\forall t \in [t_a, t_a + \tau], \forall i = 1, 2, \dots, n.$$

여기서  $\tau$ 와  $\delta_x$ 는 미리 결정해줘야 되는 상수이며  $\delta_x$ 는  $\tau$ 보다 충분히 작게 선택한다. 그리고  $t_a$ 는 임의의 주어진  $\alpha > 0$ 에 대하여

$$|\dot{V}_x(x_1(t), z(t))| < \alpha, \forall t > t_a \quad (18)$$

을 만족하도록 선택한다.

### 3. 제어기 설계 및 시뮬레이션

#### 3.1 단일 링크 강체 로봇을 위한 제어기 설계

단일 링크 강체 로봇(그림 1)을 (1)의 형식으로 표현하면 다음과 같다[7].

$$I\ddot{\theta} + MgL\sin(\theta) = u \quad (19)$$

여기서  $\theta$ 는 모터의 각위치,  $I$ 는 관성모멘트,  $M$ 은 부하의 질량,  $L$ 은 링크의 길이,  $g$ 는 중력가속도를 나타낸다. 그림 1에서 링크의 질량은 부하(payload)의 질량에 비해 무시할 만큼 작고, 모터쪽의 관성모멘트도 아주 작다고 할 때 (19)의  $I = ML^2$ 이고, (4)의  $\beta = MgL$ 이다. (13)의 조건을 만족하도록  $S$ 와  $R$ 을 선택하면  $R > 2\beta$ ,  $S = R^2$ 와 같이 선택할 수 있다. 단일 링크 로봇의 경우( $n=1$ )이므로  $S$ 와  $R$ 은 상수가 된다.

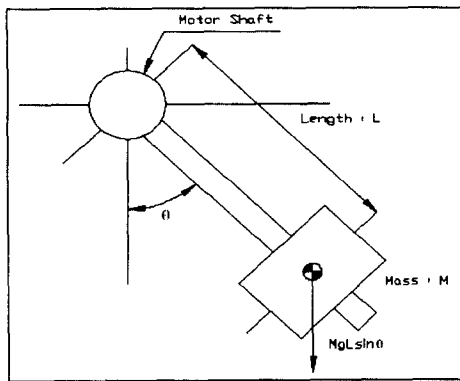


그림 1 단일 링크 강성 로봇 모델  
Fig. 1 One-link rigid robot model

#### 3.2 시뮬레이션 결과

본 절에서는 시뮬레이션을 통해 Ailon[6]이 제시한 제어기의 성능이 우수함을 보이고자한다. 그림 1에서 부하의 질량  $M=1.8kg$ , 링크의 길이  $L=0.2m$ , 그리고 중력가속도

$g=9.81m/s^2$ 이다. 그리고 모델의 불확실성(uncertainty)으로 작용하는 부하의 최대 한계치  $\hat{M}=3kg$ 라 하자. 이 최대 한계치를 이용해서 제어기의 상수  $S$ 와  $R$ 을 결정짓는다. 여기서는 (13)의 조건에 맞도록  $R=12$ ,  $S=R^2$ 로 선택한다. 그리고 (17)-(18)을 이용하여 알맞은 값을 선택하면  $\tau=0.001$ ,  $\delta_x=1*10^{-6}$ 이고  $t_a=0.5$ 이다.

그림 2와 그림 3은 각각 로봇 팔의 초기 위치  $x_{1i}=0$ 에서 원하는 위치  $x_{1d}=1$ 로 움직일 때 로봇의 위치와 속도를 나타낸다. 그림 4는 로봇 모델의 부하가 변할 때 즉, 부하의 질량( $M$ )이  $1.8kg$ 에서 5초 후  $2.8kg$ 으로 바뀌었다가 10초 후 다시  $1.8kg$ 으로 바뀔 때 로봇의 위치를 나타낸 것이다(여기서  $x_{1i}=0$ 이고  $x_{1d}=\pi/2$ ). 그림 4로부터 위에서 제시한 제어기는 모델 파라미터의 불확실성에 대하여 강인함을 알 수 있다.

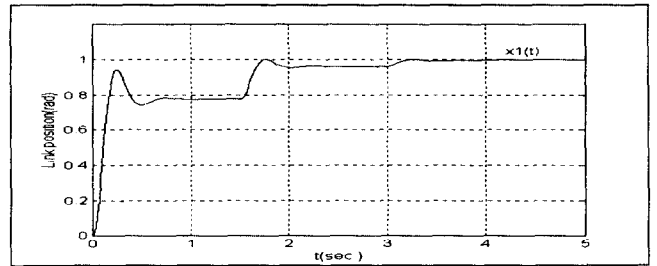


그림 2 단일 링크 로봇의 위치  
Fig. 2 Link position for a one-link robot

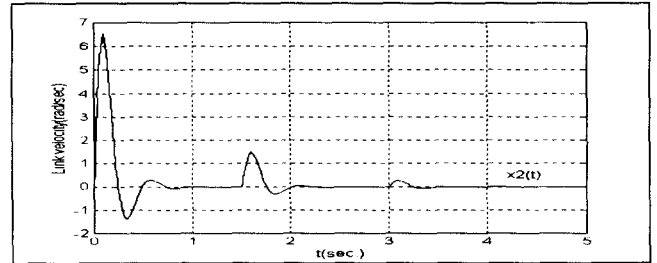


그림 3 단일 링크 로봇의 속도  
Fig. 3 Link velocity for a one-link robot

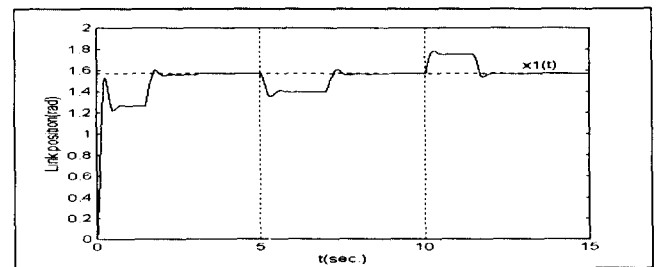


그림 4 부하가 변할 때 단일 링크 로봇의 위치  
Fig. 4 Link position for a one-link robot with a changing payload

### 4. 실험 결과 및 고찰

실험 장치의 전체적인 구성(그림 5)은 다음과 같다.

- (1) 호스트 컴퓨터(Host PC)
- (2) 1.8kW AC 서보 모터, 8192p/r 인크리멘탈 엔코더, 그리

고 모터 구동용 증폭기(power amp.)

- (3) 50MHz의 TMS320C40으로 구성된 DSP 시스템 보드
- (4) 12bit DAC로 구성된 인터페이스 보드
- (5) 24bit 인크리멘탈 엔코더 인터페이스 보드
- (6) 1.8kg의 부하와 0.2m의 링크로 구성된 단일 링크 로봇

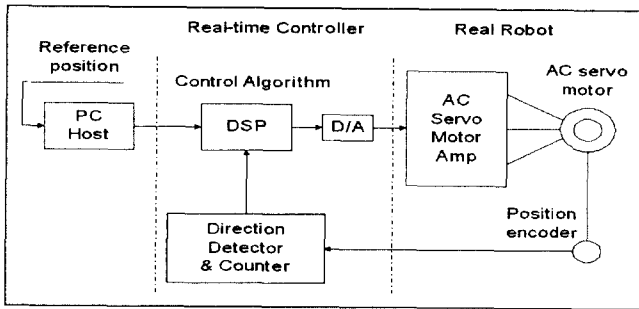


그림 5 실험 장치의 전체적인 구성도

Fig. 5 Schematic diagram of the experimental system

그림 5는 실험 장치의 전체적인 동작을 나타낸다. 즉, 호스트 컴퓨터로부터 원하는 위치를 입력 받아 DSP 시스템 보드에서 연산을 수행한 후 D/A 변환기를 거쳐 아날로그 전압으로 변경된다. 그 신호는 모터 구동용 증폭기의 입력이 되어 로봇을 구동시킨다. 엔코더로부터 출력되는 로봇의 위치 신호는 카운터를 통하여 호스트 컴퓨터에 저장된다. 본 실험의 제어 수행 주기는 0.005s이고, 그 외의 제어기 상수는 시뮬레이션 할 때의 상수들 그대로 이용하였다.

그림 6은 초기 위치  $x_{1i}=0$ 이고 원하는 위치  $x_{1d}=\pi/2$ 일 때, 로봇의 위치를 나타낸다. 시뮬레이션에서와 마찬가지로 로봇의 출력이 원하는 위치에 도달했을 때 새로운 부하(1kg)를 추가하고 다시 제거할 때의 출력의 변화를 관찰하였다. 위의 시뮬레이션 결과와 같이 정확한 부하의 변화 시간을 맞출 수는 없었지만 실험 결과에서도 역시 부하의 변화에도 불구하고 제어기 파라미터의 변화 없이 원하는 위치  $x_{1d}=\pi/2$ 로 잘 수렴함을 알 수 있다. 그림 7은 제작한 단일 링크 로봇이 원하는 위치  $x_{1d}=\pi/2$ 로 수렴했을 때의 사진이다. 실험에 사용된 AC 서보 모터의 사양은 표 1과 같다.

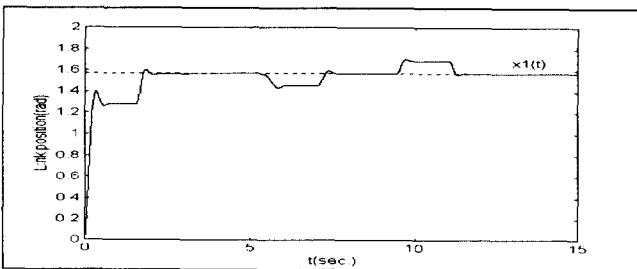


그림 6 실험 결과로부터 얻은 단일 링크 로봇의 위치

Fig. 6 Link position for a real one-link robot by experimental results

표 1 AC 서보 모터의 사양

Table 1 AC servo motor specification

정격출력[kW]	1.8	정격회전속도[r/min]	1500
정격토크[Nm]	11.5	기계적시정수[ms]	1.7
정격전류[A(rms)]	16.7	전기적시정수[ms]	13.3
토크오정수[Nm/A(rms)]	0.73	회전자관성[kgm <sup>2</sup> ×10 <sup>-4</sup> ]	31.7

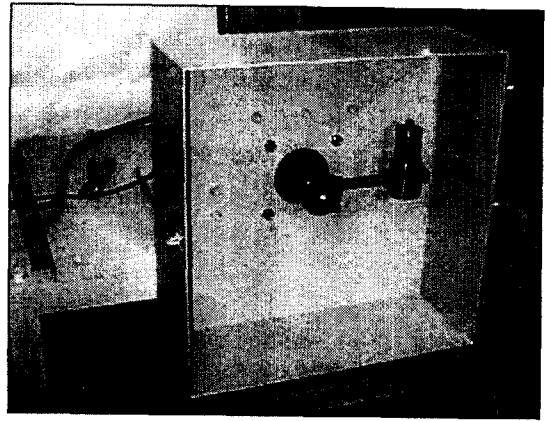


그림 7 제작한 단일 링크 로봇 시스템

Fig. 7 Constructed one-link robot system

## 5. 결론

본 연구에서는 Ailon이 제안한 간단한 선형 제어기로 비선형 시스템인 로봇을 시뮬레이션과 실험을 통하여 위치 제어함으로써 제안된 제어기의 우수성을 보였다. 그리고 실시간으로 실제 로봇 시스템을 위치 제어함으로써 제안된 제어기의 실용성을 입증하였다. 특히, 로봇의 부하를 변화시켰을 때 제어기 파라미터의 어떠한 변화 없이 원하는 출력을 얻을 수 있음을 보임으로써, 제안된 제어기는 산업 현장에서도 이용 가능한, 모델 파라미터의 불확실성에 강인한 제어기임을 검증하였다.

그러나, 본 논문에서 제안된 제어기는 고정밀도를 요구하는 시스템에서는 원하는 위치로 수렴하는데 오랜 시간이 걸린다는 단점이 있다. 이러한 단점을 해결하기 위해 현재 연구가 진행 중이다.

## 참고문헌

- [1] C. Canudas de Wit and N. Fixot, "Robot control via robust estimated state feedback," *IEEE Trans. Automat. Contr.* vol. 36, pp. 1497-1501, 1991
- [2] S. Nicosia and P. Tomei, "Robot control by using only joint position measurement," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol 35, pp. 1058-1061, 1990.
- [3] Berghuis H. and Nijmeijer H., "Global regulation of robots using only position measurements," *Systems and Control Letters*, vol. 21, pp. 289-239, 1993.
- [4] R. Ortega, A. Loria and R. Kelly, "A semiglobally stable output feedback PI<sup>2</sup>D regulator for robot manipulators," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, pp. 1432-1436, 1995.
- [5] A. Ailon, "Analysis and synthesis of an output feedback for an uncertain robot model with flexible joints," *In Proc. IFAC conf. on System Structure and Control*, Nates, France, pp. 370-375, 1995
- [6] A. Ailon, "Output controller based on iterative schemes for set-point regulation of uncertain flexible-joint robot models," *Automatica*, vol. 32, pp. 1445-1461, 1996.
- [7] M. W. Spong and M. Vidyasagar, "Robot dynamics and control," Wiley, New York, 1989
- [8] Vidyasagar, "Nonlinear systems analysis," Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1993