

샘플링 시간에 대해 개선된 Singular Perturbation 기반 STT missile 디지털 autopilot 설계

(Design of An Improved STT Missile Digital Autopilot with respect to Sampling Time)

정 선 태

숭실대학교 전자공학과 (Tel: 820-0638; Fax: 814-1652; E-mail: cst@syscon.soongsil.ac.kr)

Abstracts In this paper, we investigate the time-sampling effects on the digital implementation of singular perturbation based STT autopilot with excellent performance and propose a compensation method for the time-sampling effects. In digitization of analog STT autopilot, it is found that the stability margin of the fast dynamics is mostly affected to lead to rapid decrease.

Under the this analysis, a composite digital controller with additional compensator for fast dynamics is proposed to improve the time-sampling effect and a simulation verifies the result.

Keywords STT Missile, Digital Autopilot, Singular Perturbation, Non-linear System, Nonminimum Phase

1. 서론

STT(Skit To Turn) 미사일의 자동조정장치(autopilot) 설계는 미사일의 비선형성과 결합성(coupling), 그리고 동력학의 내재적 비최소위상(nonminimum phase) 특성때문에 동작 환경에 독립적이며, 성능이 우수한 자동조정장치 설계가 쉽지 않다[3]. 최근에 개발된 특이섭동 기반의 STT 미사일 자동조정장치 설계 방법[1,4]은 미사일 동력학에 부분선형화제어기를 사용한 후, 결과되는 시스템에 특이섭동(singular perturbation) 기법[2]을 적용하여, 등가적인 축소된 최소위상 비선형시스템으로 근사시켜, 비선형 시스템의 효과적인 제어 기법인 입출력 선형화 기법을 적용할 수 있게 하고 선형 시스템의 제어기법을 사용할 수 있게 되어 미사일의 동작환경에 독립적이며, 성능이 우수한 자동조정장치의 설계가 가능하게 하였다.

그런데, 설계된 미사일 자동조정장치는 그 구조의 복잡성으로 디지털 구현이 필요된다. 일반적으로, 디지털 자동조정장치의 구현은 연속시간 시스템에 기반하여 설계된 아날로그 자동조정장치를 빠른 샘플링(이산화)을 통해 디지털로 구현하게 된다. 그런데, 지나치게 빠른 샘플링은 계산상의 부담을 줄 뿐 아니라, 시스템에 주어진 제약 때문에 샘플링 고속화에는 한계를 갖게 마련이다. 따라서, 아날로그 제어기의 디지털 구현시에 어느 정도 크기 이상의 샘플링 시간 간격이 요구된다. 따라서, 샘플링 영향을 조사할 필요가 있다. 조사결과[1], 무엇보다도 샘플링의 영향을 많이 받는 것은 부분선형화제어기 적용후, 결과되는 부분선형화시스템의 fast dynamics의 안정성이다. 특이섭동기법에 기반하여 설계된 STT 자동조정장치의 안정성은 축소된 slow 시스템의 안정성과 fast dynamics의 안정성에 의해 보장된다. 하지만 아날로그 부분선형화제어기 사용시 보장되었던, fast dynamics의 안정성은 부분선형화제어기의 디지털 구현시에 fast dynamics의 fast mode의 시간지연을 초래하여 fast dynamics의 안정성에 빠르게 영향을 끼쳐, 샘플링 시간이 조금이라도 길어지게 되면 fast dynamics는 불안정해지고 따라서 전체 자동조정장치 제어시스템의 안정성이 더 이상 보장되지 않게 된다. 따라서, 디지털 구현

시 디지털 폐루프 시스템의 fast dynamics 안정성의 약화 또는 파괴가 전체 폐루프 시스템의 안정성에 가장 큰 영향을 끼치므로, 이 fast dynamics의 안정성을 증대시키는 것이 중요함을 알 수 있다.

논문은 이러한 분석결과에 기반하여, 부분선형화된 시스템에 대해, fast subsystem과 slow system으로 분리시켜, fast subsystem의 경우에, 이산화시 충분히 느린 샘플링 주기에 대해서 안정도를 보상하도록 하는 케환 제어기를 추가적으로 설계할 수가 있음을 밝혔다. 즉, fast subsystem과 slow system 각각에 대해 제어기를 구성하도록 하여, slow subsystem의 경우, 이미 설계된 slow subsystem으로 축소된 등가 시스템에 사용했던 제어기를 그대로 이용하고, fast subsystem의 경우에, 안정도 보상 케환 제어기를 추가적으로 설계한, 디지털 합성제어기(composite controller)가 기존의 특이섭동 기반 제어기의 디지털 구현에 비해 샘플링 주기를 개선시킬 수 있음을 보였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2절에서는 본 논문의 이해를 위해, 특이섭동 기반 STT 자동조정장치 설계기법에 대해 간단히 소개하며, 제 3절에서는 특이섭동 기반 STT 자동조정장치의 디지털 구현에 따른 샘플링 영향에 대해 기술하며, 4절에서는 샘플링 영향 보상방법에 대해 기술한다. 마지막으로, 5절에는 결론이 주어진다.

이후의, 본 논문 논의의 전개를 위해 사용한 기호는 다음과 같다[3,4].

(X, Y, Z) : Missile body coordinate system

U, V, W : $X-$, $Y-$, $Z-$ components, respectively, of the total velocity vector of the missile

p, q, r : $X-$, $Y-$, $Z-$ components, respectively, of the total angular velocity vector of the missile

I_y, I_z : Moments of inertia about $Y-$, $Z-$ axis respectively

V_M : total velocity of the missible ($\equiv \sqrt{U^2 + V^2 + W^2}$)

M : Mach number

m : Mass of the missile

ρ : Air density

Q : Dynamic pressure ($= \frac{\rho}{2} V_M^2$)

S : Aerodynamic reference area

D : Aerodynamic reference length

$\delta_r (\delta_q)$: Yaw (pitch) control fin deflection

$\delta_r^c (\delta_q^c)$: Yaw (pitch) control fin command

$A_y (A_z)$: Yaw (pitch) acceleration of the missile

$A_y^c (A_z^c)$: Yaw (pitch) acceleration command

$F_y (F_z)$: $Y-$ ($Z-$) component of the total aerodynamic force vector

$M_y (M_z)$: $Y-$ ($Z-$) component of the total aerodynamic moment vector

$H_y (H_z)$: Lateral (Normal) force coefficient

$H_m (H_n)$: Pitching (Yawing) moment coefficient

대해 간단히 기술한다. 보다 상세한 내용에 대해서는 [1,4]를 참조하라. 미사일 동력학 (2.1)에 다음의 부분 선형화 제어기를 사용하면,

$$\delta_r(t) = K_y \left(V(t), W(t), \frac{m(v_y(t) + V_{M_r}(t))}{QS}, V_M \right) \quad (2.2a)$$

$$\delta_r(t) = K_z \left(V(t), W(t), \frac{m(v_z(t) + V_{M_q}(t))}{QS}, V_M \right) \quad (2.2b)$$

결과되는 부분 선형화 시스템은 다음과 같다.

$$\Sigma_L : \begin{cases} \dot{x} = u \\ \dot{z} = -h_v V_M z + B_0 [QH_a \left(\frac{x}{V_M} \right) + h_v u] \\ y = -VB_o z + u \end{cases}$$

(여기서,

$$x \equiv [x_1, x_2]^T = [V, W]^T, z \equiv [z_1, z_2]^T = [r, q]^T$$

$$y \equiv [y_1, y_2]^T = [A_y, A_z]^T, u \equiv [u_1, u_2]^T = [v_y, v_z]^T$$

$$H \left(\frac{x}{V_M} \right) \equiv [H_a \left(\frac{V}{V_M}, \frac{W}{V_M} \right), H_b \left(\frac{V}{V_M}, \frac{W}{V_M} \right)]^T, B_0 \equiv \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i) 부분 선형화 시스템에 근사 입출력 선형화 제어기 C_L

$$C_L : u = F(V_M, Q, x) + G(V_M, Q, x)v$$

$$(F(V_M, Q, x) \equiv \frac{x}{V_M} V_m - \frac{V_M}{Q} \left[DH \left(\frac{x}{V_M} \right) \right]^{-1} H \left(\frac{x}{V_M} \right) \hat{Q})$$

$$G(V_M, Q, x) \equiv -h_v \frac{V_M}{Q} \left[DH \left(\frac{x}{V_M} \right) \right]^{-1})$$

과 동적 보상기 C_D 을 적용하면

$$C_D : \begin{cases} \dot{x}_{cl} = -a_1 w_n x_{cl} - a_2 w_n y + w_n x_{cl} \\ \dot{x}_{cl} = w_n (y^c - y) \\ v = w_n x_{cl} \end{cases}$$

(여기서, $y^c \equiv [A_y^c, A_z^c]$, $v \equiv [v_1, v_2]$)

결과되는, 최종 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\Sigma^c : \begin{cases} \dot{x}_{cl}(t) = -a_1 w_n x_{cl} - a_2 w_n y + w_n x_{cl} \\ \dot{x}_{cl}(t) = w_n (y^c - y) \\ \dot{x}(t) = F(V_M, Q, x) + w_n G(V_M, Q, x)x_{cl} \\ \dot{z}(t) = -h_v V_M z + B_0 [QH \left(\frac{x}{V_M} \right) + h_v F(V_M, Q, x) \\ + w_n h_v G(V_M, Q, x)x_{cl}] \\ y(t) = -V_M B_0 z + F(V_M, Q, x) + w_n G(V_M, Q, x)x_{cl} \end{cases}$$

i) 시스템의 분석을 위해 다음의 time-scaling 변환

$\left(x(t) \equiv x \left(\frac{t}{w_n} \right) \right)$ 을 하고, 정리하면 다음과 같다.

$$\Sigma^c : \begin{cases} \dot{x}_{cl} = -a_1 x_{cl} - a_2 y + x_{cl} \\ \dot{x}_{cl} = y^c - y \\ \dot{x} = F(V_M, Q, x) + G(V_M, Q, x)x_{cl} \\ w_n \dot{z} = -h_v V_M z + B_0 QH \left(\frac{x}{V_M} \right) + w_n h_v F(V_M, Q, x) \\ + w_n h_v G(V_M, Q, x)x_{cl} \\ y(t) = -V_M B_0 z + w_n F(V_M, Q, x) + w_n G(V_M, Q, x)x_{cl} \end{cases}$$

이 경우, $w_n \rightarrow 0$ 으로 하고 특이 섭동기법을 적용하면, 결과되는 동가의 축소 시스템은 다음과 같다.

$$\Sigma_d : \begin{cases} \dot{\bar{x}}_{cl} = -a_1 \bar{x}_{cl} - a_2 \bar{y} + \bar{x}_{cl} \\ \dot{\bar{x}}_{cl} = \bar{y}^c - \bar{y} \\ \bar{y} = \bar{x}_{cl} \end{cases}$$

H_y 와 H_z 는 invertible 함이 잘 알려져 있으며, 따라서, 다음을 만족하는 함수 K_y, K_z 가 존재하게 된다.

$$H_y(V, W, K_y(V, W, u_y, V_M), V_M) = u_y$$

$$H_z(V, W, K_z(V, W, u_z, V_M), V_M) = u_z$$

이제, 이러한 배경하에 특이 섭동 기반 STT 자동조정장치에

이때, 입출력 특성은 다음과 같다.

$$\frac{\bar{Y}(s)}{\bar{Y}^c(s)} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1}, & 0 \\ 0, & \frac{1}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1} \end{bmatrix}$$

따라서, 계수 a_1, a_2 의 조정에 따라, 원하는 제어 사양을 만족하고, 미사일 동작환경에 독립적인 우수한 자동조정장치의 설계가 가능함을 알 수 있다.

그런데, 이러한 우수한 이 특이설동 기법이 적용되기 위해서는, 전체 폐루프 시스템 Σ^c (Σ^e)의 안정도가 보장되어야 한다. 전체 폐루프 시스템 Σ^c (Σ^e)의 안정도는 축소 시스템 Σ_d (Σ_d)의 안정도와 전체 폐루프 시스템의 fast dynamics $w_n z = -h_v V_M z$ 의 안정도에 의해 보장된다.[2,4,5] 축소시스템의 안정도는 농적 보상기 C_D 에 의해 보장되고, fast dynamics의 안정도는 다음의 사실에 의해 보장된다. $h_v V_M > 0$

3. 특이설동 기반 STT 자동조정장치의 샘플링 영향

부분선형화제어기 (2.2), 근사 입출력선형화제어기 C_L , 농적 보상기 C_D 를 각각 이산화하여 얻은 디지털 제어기들을 사용하면 결과되는 시스템을 샘플링 시간 T 에 대해 1차 근사화만 하면, 다음과 같다.

$$\Sigma^c(T) : \begin{cases} \dot{x}_{cl}(t) = -a_1 w_n x_{cl} - a_2 w_n y(k) + w_n x_{cl} \\ \dot{x}_{cl}(t) = w_n(y^c(k) - Y(k)) \\ \dot{x}(t) \cong F(V_M, Q, x(k)) + w_n G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k) \\ \dot{z}(t) \cong -h_v V_M z(k) + B_0[QH\left(\frac{x}{V_M}\right) + h_v F(V_M, Q, x(k)) \\ \quad + w_n h_v G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k)] \\ y(t) \cong -V_M B_0 z(k) + F(V_M, Q, x(k)) \\ \quad + w_n G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k) \end{cases}$$

이제 결과된 폐루프 시스템 $\Sigma^c(T)$ 의 안정도를 보면, 제 2절에서 설명한 바대로, fast subsystem $\Sigma_f^c(T)$ 의 안정도에 달려있고,

$$\Sigma_f^c(T) : w_n \dot{z} \cong -h_v V_M z(k)$$

이 fast subsystem $\Sigma_f^c(T)$ 의 안정도 해석은 다음과 같다. 이의 양변을 적분하면, 다음과 같다.

$$z(k+1) - z(k) \cong -Th_v V_M z(k)$$

따라서, $|1 - Th_v V_M| > 1$ 이면, 즉, $T > \frac{2}{h_v V_M}$ 이면, fast subsystem $\Sigma_f^c(T)$ 는 불안정해진다. 따라서, 전체 시스템도 불안정해진다. 다음의 시뮬레이션은 이러한 사실을 확인한다.

(예 3.1) 다음의 비행환경하에서,

$$V_M = 782 \text{ m/sec}, h_v = 2.2.14$$

예측되는 안정한 최대 샘플링 시간 T 는

$$\frac{2}{h_v V_M} = \frac{2}{2.214 \times 782} \approx 1.16 \text{ msec}$$

이러한 환경하에 시뮬레이션 결과는 다음 3.1과 같다.

(시뮬레이션환경

$$A_z^c = 300 \text{ m/sec}^2, 200 \text{ m/sec}^2, A_y^c = 0 \text{ m/sec}, V_M = 782 \text{ m/sec}, \rho = 0.8, \text{ sampling time } 1.2 \text{ msec}$$

)

시뮬레이션시, 샘플링 시간 1.2 msec 이전에는 limit cycle이 나타나지 않고 안정한 반응을 나타내는 데, 1.2 msec에서 불안정해져 limit cycle이 나타남을 볼 수 있다. 그럼 3.1의 limit cycle은 시스템의 불안정한 반응이 구동기의 포화 때문에 나타나는 현상이다.

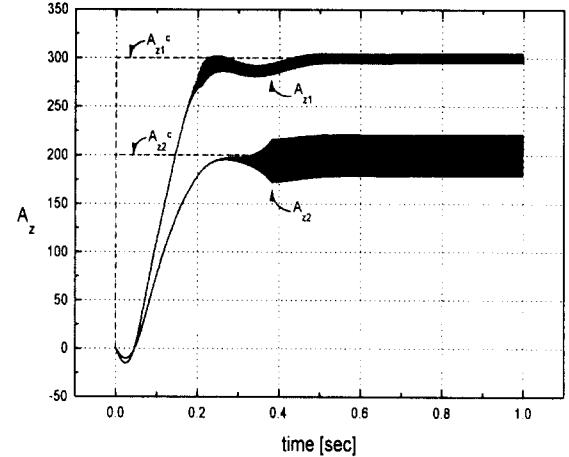


그림 3.1. 특이설동 기반 아날로그 STT 미사일 자동조정장치의 이산화로 얻어진 디지털 자동조정장치 사용할 때의 Pitch 가속도 응답

4. 특이설동 기반 STT 자동조정장치 샘플링 영향 보상

제3절에서 살펴본 바대로, 디지털 구현시 fast dynamics의 급속한 안정도 마진의 감소가 초래되어 샘플링 시간이 약간 길어지면 급기야는 불안정해진다. 따라서 샘플링 시간에 대해 개선된 디지털 자동조정장치 구현을 위해서는 fast dynamics의 급격한 안정도 마진 감소를 보상하여야 한다. 이는 전체 시스템을 fast subsystem과 slow subsystem으로 분리하여 fast subsystem을 궤환보상 함으로써 가능하다.

이를 위하여 먼저 다음과 같이 slow dynamics와 fast dynamics를 분리하자.

$$x_s = [V_s, W_s]^T, x_f = [V_f, W_f]^T, z_s = [r_s, q_s]^T, z_f = [r_f, q_f]^T, u_s = [v_y^s, v_z^s]^T, u_f = [v_y^f, v_z^f]^T$$

여기서, $V_s, W_s, r_s, q_s, v_y^s, v_z^s, V_f, W_f, r_f, q_f, v_y^f, v_z^f$ 는 각각 V, W, r, q, v_y, v_z 의 slow parts와 fast parts를 나타낸다. 또한, $x_s, z_s, u_s, x_f, z_f, u_f$ 는 각각 x, z, u 의 slow parts와 fast parts를 나타낸다.

이때,

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &\cong u_s(k) \\ \dot{z}_f &\cong -h_v V_M z(k) + B_0 h_v u_f(k) \\ z_s(k) &\cong \frac{1}{h_v V_M} B_0 [QH\left(\frac{x(k)}{V_M}\right) + h_v u_s(k)] \end{aligned}$$

이제, fast dynamics을 다음과 같이 보상하자.

$$u_f(k) = V_M(1 - \alpha) B_0 z_f(k)$$

이 경우, 폐루프 시스템의 fast dynamics는 다음과 같다.

$$\dot{z}_f \approx -\alpha h_v V_M z_f(k)$$

이제, 최종적인 보상된 합성 제어기 $u(k)$ 는 다음과 같다.
 $u(k) =$ 특이접동 기반 아날로그 자동조정장치 제어 입력의 디지털 구현 $u_s(k) +$ fast dynamics 보상기 $u_f(k)$ 즉,

$$u(k) = u_s(k) + u_f(k) = u_s(k) + V_M(1-\alpha)B_0z_f(k)$$

$$= \alpha u_s(k) + V_M(1-\alpha)B_0z(k) - \frac{1}{h_v}(1-\alpha)QH\left(\frac{x(k)}{V_M}\right)$$

이 경우, 최종적인 보상된 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= -a_1 w_n x_{cl} - a_2 w_n A_s(k) + w_n x_{cl} \\ x_{cl}(t) &= w_n(A_y^c(k) - A_y(k)) \\ \dot{x}(t) &\cong aF(V_M, Q, x(k)) + \alpha w_n G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k) \\ &\quad + V_M(1-\alpha)B_0z(k) - \frac{1}{h_v}(1-\alpha)QH\left(\frac{x(k)}{V_M}\right) \\ \Sigma^c(T): \quad \dot{z}(t) &\cong -\alpha h_v V_M z(k) + B_0[\alpha QH\left(\frac{x}{V_M}\right) \\ &\quad + \alpha h_v F(V_M, Q, x(k)) + \alpha w_n h_v G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k)] \\ y(k) &\cong -\alpha V_M B_0 z(k) + \alpha F(V_M, Q, x(k)) \\ &\quad + \alpha w_n G(V_M, Q, x(k))x_{cl}(k) - \frac{1}{h_v}(1-\alpha)QH\left(\frac{x(k)}{V_M}\right) \end{aligned}$$

이 폐루프 시스템의 성능은 아날로그의 경우와 같이, time-scaling 변환을 하여 분석하면, 입출력 특성은 충분한 샘플링 시간에 대해서도 아날로그 자동조정장치의 성능과 유사함을 알 수 있어, 아날로그 자동조정장치의 경우와 비슷한 성능을 갖는다.

한편, 안정도 마진 해석은 다음과 같다. 아날로그의 경우와 같이 전체 폐루프 시스템의 안정도는 fast subsystem 의 안정도에 의존하며, $\Sigma_f^c(T)$

$$\Sigma_f^c(T): \dot{z}_f = -\alpha h_v V_M z_f$$

따라서, $T < \frac{2}{\alpha h_v V_M}$ 이 만족되면, 전체 폐루프 시스템은 안정성이 보장된다. 따라서, 특이접동 technique 이 적용 가능한 한도내에서, α 를 조정하여 샘플링 시간의 한계를 α 배 늘릴 수 있다.

(예 4.1) 예 3.1과 같은 비행환경에서, $\alpha=0.2$ 를 취하는 경우, 샘플링 시간의 한계는 $T < 1.15(msec) \Rightarrow T < 5.77(msec)$ 로 5배 증가되며, 이는 시뮬레이션을 통해 확인할 수 있다. [그림 4.1]

5. 결론

본 논문은 최근의 개발된 우수한 성능의 특이접동 기반의 STT 자동조정장치의 디지털 구현에 따른 샘플링 영향과 그 보상방법에 대해 연구하였다. 디지털 구현에 따른 샘플링 영향은 fast dynamics의 안정도 마진에 영향을 가장 많이 끼치는 것으로 나타났다. 이러한 분석에 기반하여, 부분선형화된 시스템에 대해, fast subsystem과 slow system 으로 분리시켜, fast subsystem 의 경우에, 이산화시 충분히 느린 샘플링 주기에 대해서 안정도를 보상하도록 하는 계획 제어기를 추가적으로 설계 할 수 있음을 밝혔다.

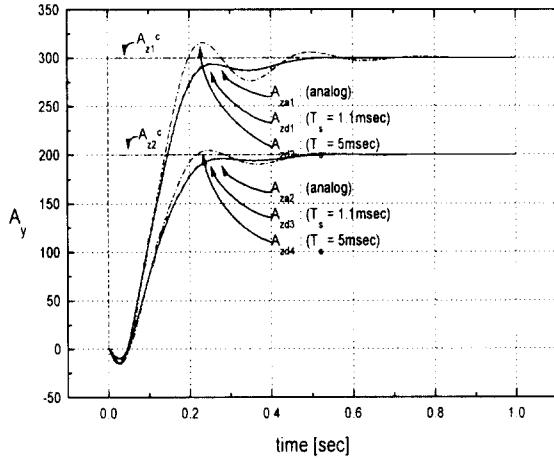


그림 4.1. 아날로그 자동조정장치와 보상된 디지털 자동조정장치 (샘플링 시간 1.1 msec 와 5 msec) 사용시 pitch 가속도 반응

6. 참고문헌

- [1] 하인중, 정선태, 송용규, “비행체제의 비선형제어에 관한 연구”, 유도제어 연구실 연구보고서, 자동제어 특화연구센터, 1997.
- [2] Kokotovic, P.H.K.Khalil and J. O'Reilly(1986), Singular Perturbation Methods in Control : Analysis and Design, Academic Press.
- [3] 오재혁, 하인중, 조항주, 송택렬, “부분선형화와 상태변수 변환에 의한 STT방식 미사일의 자동조정장치 설계,” 한국항공공학회지 제 22권 제 1호, pp. 73-87. 1994.
- [4] Lee Ju Il, Jae-Hyuk Oh, In-Joong Ha, Eul-Gon Kim and Hang-Ju Cho, "A New Approach to Autopilot Design for Highly Nonlinear Missiles," AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, July, 1996.
- [5] Vidyasagar, M. (1993). Nonlinear Systems Analysis, 2nd ed., Prentice-Hall .