

초타원 가우시안 소속함수를 사용한 퍼지신경망 모델링

Fuzzy Neural Network Modeling Using Hyper Elliptic Gaussian Membership Functions

권오국, 주영훈**, 박진배*

* 연세대학교 전기공학과(Tel : +82-2-361-2773, E-mail : jbpark@bubble.yonsei.ac.kr)

** 군산대학교 제어계측공학과(Tel : +82-654-469-4706, E-mail : yhjoo@knusun1.kunsan.ac.kr)

Abstract We present a hybrid self-tuning method of fuzzy inference systems with hyper elliptic Gaussian membership functions using genetic algorithm(GA) and back-propagation algorithm. The proposed self-tuning method has two phases : one is the coarse tuning process based on GA and the other is the fine tuning process based on back-propagation. But the parameters which is obtained by a GA are near optimal solutions. In order to solve the problem in GA applications, it uses a back-propagation algorithm, which is one of learning algorithms in neural networks, to finely tune the parameters obtained by a GA. We provide Box-Jenkins time series to evaluate the advantage and effectiveness of the proposed approach and compare with the conventional method.

Keyword hybrid self-tuning, hyper elliptic Gaussian, genetic algorithm, back-propagation

1. 서 론

퍼지 추론 시스템은 전문가의 제어 규칙을 언어적인 표현을 통하여 사용할 수 있다는 특징을 가진다[1]. 퍼지 추론 시스템의 주된 문제는 퍼지 제어 규칙의 획득과 퍼지 제어 규칙의 소속함수의 조정이라 할 수 있다. 이러한 문제점을 보완하기 위해 신경회로망을 퍼지 추론에 사용하고자 하는 연구가 많이 행해져 오고 있다[1,2,3]. Horikawa[2]는 결론부의 형태에 따라 세 종류의 퍼지 신경망을 제안하였고 제어 대상 개체와 제어기의 퍼지 모델의 자동 인식 방법을 연구하였다. Ishikami[1]는 자동 동조 기법으로 유전 알고리즘과 델타법(delta rule)을 사용한 퍼지 신경망을 소개하였고, Inoue[3]는 유전 알고리즘을 사용한 초원뿔 소속함수를 갖는 퍼지 추론을 제안하여 선을 추적하는 로봇의 제어에 응용하였다. Jang[4]은 적응 신경망을 기반으로 하는 퍼지 추론 시스템(ANFIS)을 제안하고 비선형 플랜트의 모델링이나 도립 진자 제어등에 이용하였다. 이들 퍼지 신경망은 소속함수의 파라미터를 자동적으로 동조할 수 있으며, 신경 회로망에서는 갖지 못하는 물리적 의미가 확실한 파라미터를 갖는다.

본 논문에서는 초타원 가우시안 소속함수를 갖는 퍼지 추론 시스템의 혼합 자기 동조 기법을 제안한다. 즉, 퍼지 추론 시스템에 신경 회로망의 학습 능력과 유전 알고리즘의 전역 최적해 탐색 능력을 결합한 혼합 자기 동조 기법이다. 제안된 혼합 자기 동조 기법은 소속함수의 파라미터와 퍼지 추론 규칙의 동조를 탐색, 학습하기 위해 두가지 단계를 거쳐게 된다. 첫 번째 단계에서는 유전 알고리즘을 사용하여 파라미터의 값과 유효한 규칙을 찾기위한 전역 탐색 단계이다. 유전 알고리즘은 다른 탐색 알고리즘에 비해 복잡하고 국소 최적해가 많은 시스템에 유리하다. 두 번째 단계에서는 유전 알고리즘의 근사최적해 문제를 극복하기 위한 것으로 신경 회로망의 학습 방법인 오차 역전파 알고리즘을 사용하여 미세 조정을 하게 된다. 이 미세 조정 단계는 유전 알고리즘이 탐색한 근사 최적해를 전역 최적해에 가깝게 조

정하는 단계이다.

본 논문에서 제안한 혼합 자기 동조 기법인 퍼지 신경망은 다입력 단일 출력의 복잡한 시스템을 입력력 데이터만으로 동정하는 수치 데이터에 기반을 둔 퍼지 추론 모델링 방법이다. 제안된 퍼지 신경망 모델링 방법의 효율성 및 정확성을 증명하기 위하여 비선형 시스템으로 입력력 데이터를 추출하여 제안된 방법으로 퍼지 추론 모델링을 실시하여 얻어진 퍼지 추론 모델을 기존의 모델들과 비교하여 그 우수성을 확인한다.

2. 퍼지 신경망

2.1 퍼지 추론 시스템

퍼지 모델링에 우선 결정되어야 할 문제는 모델링 과정을 통하여 동정될 퍼지 모델을 정의하는 것이다. 본 논문에서는 다입력 단일출력 시스템을 모델링하기 위하여 식 (1)과 같은 간략화된 퍼지 추론 규칙을 이용한다.

$$Rule\ i : \text{If } x_1 \text{ is } A_{1i}, \dots, x_n \text{ is } A_{ni}, \text{ then } y_i \text{ is } \omega_i \quad (1)$$
$$(i=1, \dots, c)$$

식 (1)에서 Rule i는 i번째 규칙($1 \leq i \leq c$)을 말하며, x_j ($1 \leq j \leq n$)은 j번째 입력 변수, y_i 는 i번째 규칙의 출력, c는 퍼지 규칙의 수를 나타낸다. 가우시안 소속함수를 갖는다면 다음과 같다.

$$A_{ij} = \exp\left(-\frac{(x_{ij}-c_{ij})^2}{\sigma_{ij}^2}\right) \quad (2)$$

여기서 x_{ij} 는 입력 변수가 되고, c_{ij} 는 가우시안 함수의 중심

그리고 σ_{ij} 는 가우시안 함수의 너비에 해당하는 분산이다.

2.2 퍼지신경망과 방사기저함수망의 동등성

R. Jang[4]는 퍼지 추론 시스템이 방사기저함수망(radial basis function network, RBFN)과 수치적으로 동등함을 증명하였다. 가우시안 소속 함수를 사용하는 제안된 퍼지 신경망은 RBFN과 유사한 구조를 지닌다는 말이다. 다시말해 RBFN은 퍼지 추론 입력의 분산분할(scatter partition)인 특별한 구조이다. 그리고 제안된 퍼지 신경망은 입력이 여러개이므로 입력 공간에서 타원이나 초타원적인 형태를 지니게 된다. 따라서 이를 초타원 가우시안 (elliptic gaussian)이라고 소속 함수를 표현한다.

2.3 퍼지신경망의 구조

퍼지신경망은 입력층, 규칙층, 정규화층, 그리고 출력층으로 구성되어지며 규칙층의 소속함수는 가우시안 함수이다.

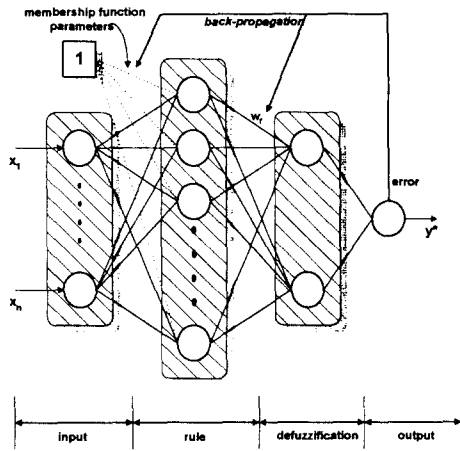


그림 1 퍼지 신경망의 구조

Fig. 1 The structure of the proposed FNN

입력층 :

입력 데이터 x_1, x_2 그리고 소속 함수의 파라미터 중심 (c_{ij})과 너비(σ_{ij})를 규칙층으로 보낸다. 입력 데이터와 규칙층의 결선 강도는 1이고 바이어스로 연결된 입력 노드와 규칙층 사이의 결선 강도는 각각 소속 함수의 파라미터인 중심과 너비를 결정한다.

규칙층 :

규칙층에서는 입력층에서 받은 입력 데이터와 소속 함수의 파라미터로 sum-product 연산을 한다. 소속 정도는 소속 함수인 가우시안 함수에 의해 결정되며, 이렇게 결정된 소속 정도는 T-norm에 의해 결합되게 된다. 이 두 과정은 식 (3)와 (4)으로 계산된다.

$$g_i(x_i, c_i, \sigma_i) = \exp\left(-\frac{(x_i - c_i)^2}{\sigma_i^2}\right) \quad (3)$$

where $i = 1, 2$

여기서 $g()$ 는 가우시안 함수로 x, c, σ 의 파라미터를 갖는다. 각 파라미터는 각각 입력 데이터, 중심, 너비이다. i 는 입력 데이터가 2개이므로 1과 2를 갖는다.

$$f(x, c, \sigma) = g_1(x_1, c_1, \sigma_1) \cdot g_2(x_2, c_2, \sigma_2) \quad (4)$$

$$= \exp\left(-\frac{(x_1 - c_1)^2}{\sigma_1^2} - \frac{(x_2 - c_2)^2}{\sigma_2^2}\right)$$

여기서 $f()$ 는 T-norm 연산으로 두 입력에 대한 $g()$ 함수의 곱으로 연산되어진다.

정규화층 :

정규화층은 출력층에서 비퍼지화하는 과정을 하기위한 예비 단계이다. 그림 1의 정규화층 노드 안에 Σ_1 과 Σ_2 는 각각을 계산한 것이다.

$$\Sigma_1 = \sum_{j=1}^J w_{1j} f_j(x, c, \sigma) \quad (5)$$

$$\Sigma_2 = \sum_{j=1}^J f_j(x, c, \sigma) \quad (6)$$

여기서 J 는 규칙 노드의 수이고 f_j 는 규칙층의 노드 출력이다.

출력층 :

출력층은 비퍼지화하는 단계로 정규화층의 Σ_1 과 Σ_2 를 입력으로 받아 출력으로 Σ_1/Σ_2 를 계산한다. 이렇게 추론된 출력은 원래의 출력 데이터와 비교하여 오차 역전과 알고리즘에 의해 각 결선 강도를 갱신한다.

3. 모델링 알고리즘

3.1 유전 알고리즘

유전 알고리즘은 자연 세계의 진화 현상에 기반한 계산 모델이다. 유전 알고리즘은 풀고자 하는 문제에 대한 가능한 해들을 정해진 형태의 자료 구조로 표현한 다음 이들을 점차적으로 변형함으로써 점점 더 좋은 해들을 생성한다. 유전 알고리즘은 탐색 공간에 대한 제약, 예를 들면 공간의 연속성과 같은 제약 조건을 갖지 않기 때문에 여러 가지 문제에 적용이 가능하고 또한 주어진 상황에 적응적으로 대처해서 탐색을 한다.

유전 알고리즘에서 각각의 가능한 해를 하나의 개체(individual)로 보며 이들의 집합을 개체군(population)이라 한다. 하나의 개체는 하나 또는 여러 개의 염색체(chromosome)로 구성되며 염색체를 변형하는 연산자를 유전 연산자(genetic operator)라고 한다. 유전 연산자에는 재생 연산자, 교차 연산자, 그리고 돌연변이 연산자가 있다. 자연 선택에서 각 개체는 재생산을 위한 기회를 얻기 위해 경쟁하고 돌연변이에 의해 각 개체에 새로운 형질이 도입된다[7].

재생 연산자(reproduction) : 재생은 적합도 함수 값에 의해서 개별적인 스트링이 복제되는 과정이다. 2개의 스트링이 재생을 위해 선택되면, 스트링의 복제가 이루어지고 복제된 스트링은 다음의 유전 연산을 위해 교배 풀(mating pool)에 놓이게 된다.

교차 연산자(crossover) : 교배 풀에서 두 스트링은 임의적으로 자신의 짝을 결정한다. 스트링 A의 교차 지점 이후의 모든 내용들은 스트링 B의 그에 상응하는 내용들로 교체된다

돌연변이 연산자(mutation) : 돌연변이는 재생 및 교배와 함께

사용될 때 중요한 개체의 조기 손실을 막아준다. 스트링이 2진 스트링이라면 코드 상에서 돌연변이는 임의의 스트링의 위치에서 1을 0으로, 0을 1로 바꾸는 것을 의미한다.

3.2 유전 알고리즘의 암호화

유전 알고리즘에 의한 퍼지 모델링은 먼저 퍼지 모델의 유전 암호화로부터 시작된다. 하나의 문제에 대한 잠재적인 해들이 어떻게 암호화 되는지는 유전 알고리즘의 성능에 중요한 역할을 한다. 즉, 하나의 퍼지 규칙이 하나의 염색체에 의해서 표현되는 방식은 유전 알고리즘에 의해 제공되는 해의 자질과 해를 발견하는 속도에 큰 영향을 주게 된다. 제안된 알고리즘의 염색체 구조 및 암호화는 그림 2과 같다.

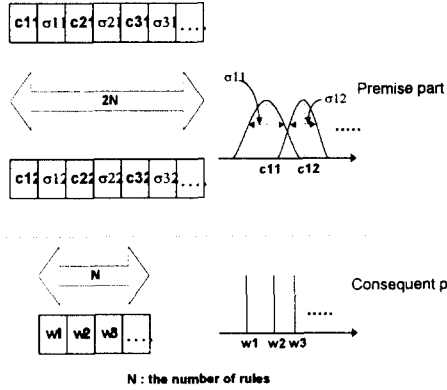


그림 2 제안된 염색체의 구조

Fig. 2 The proposed chromosomes codes

적합도 함수는 비용함수를 음의 지수로 갖는 함수로 정의할 수 있다. 식 (7)는 제안된 함수의 적합도 함수이다. 적합도 함수에 규칙수에 해당하는 부분은 넣지 않았는데 이는 MSE와 규칙이 서로 다른 차원의 성격을 지니고 있어 넣어 주지 않았다.

$$J = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - y_i^*)^2$$

$$F(J) = \exp(-0.1J) \quad (7)$$

where J is mean square error

3.3 BP 알고리즘을 이용한 미세조정

유전 알고리즘을 사용하여 근사 최적해를 구한 다음 전역 최적해를 구하기 위해서는 오차역전과를 사용하여 미세조정과를 거쳐야 한다. 오차 역전과를 근본적으로 확장된 경사법의 의해 구할 수 있다.

$$w[n+1] = w[n] + \eta \left(-\frac{\partial E}{\partial w} \right) \quad (8)$$

제안된 퍼지 신경망에서 사슬 법칙에 의해 계산 오차 역전과 알고리즘의 단계는 다음과 같다.

layer 4 : 출력층

$$\delta^{(4)} = -\frac{\partial E}{\partial f^{(4)}} = -(y^* - y) \quad (9)$$

layer 3 : 정규화층

$$\begin{aligned} \delta^{(3)} &= -\frac{\partial E}{\partial f^{(3)}} = \delta^{(4)} \frac{\partial f^{(4)}}{\partial a^{(3)}} \frac{\partial a^{(3)}}{\partial f^{(3)}} \\ &= \delta^{(4)} \end{aligned} \quad (10.a)$$

$$w_{\bar{n}}[n+1] = w_{\bar{n}}[n] + \eta \cdot \delta^{(3)} \cdot o^{(2)} \quad (10.b)$$

layer 2 : 규칙층

$$\begin{aligned} \delta^{(2)} &= -\frac{\partial E}{\partial f^{(2)}} = \delta^{(3)} \frac{\partial f^{(3)}}{\partial a^{(2)}} \frac{\partial a^{(2)}}{\partial f^{(2)}} \\ &= \delta^{(3)} w_{\bar{n}}(-a^{(2)}) \end{aligned} \quad (11.a)$$

$$= \delta^{(3)} w_{\bar{n}}(-o^{(2)})$$

$$c[n+1] = c[n] + \eta \cdot \delta^{(2)} \cdot (-2\sigma[n] \cdot (o^{(1)} - c[n])) \quad (11.b)$$

$$\sigma[n+1] = \sigma[n] + \eta \cdot \delta^{(2)} \cdot (o^{(1)} - c[n])^2 \quad (11.c)$$

여기서 $o^{(k)}$ 는 k번째층 노드의 출력이고, δ 는 식 (8)에 정의한 것과 같다. η 는 학습률인데 유전 알고리즘에 의해 근사 최적해가 주어지므로 매우 작아야 한다. 그리고 w 는 결론부의 결론강도로 3층과 4층사이의 결론강도이고, c 와 σ 는 각각 가우시안 함수의 중심과 너비에 해당한다.

4. 시뮬레이션 및 결과고찰

유전 알고리즘을 사용하여 퍼지 신경망을 모델링하는 방법이 효과적이고 유용함을 보이기 위해 Box-Jenkins 비선형 데이터를 가지고 기존의 모델링 기법과 비교해 본다. 이 데이터셋은 가스 유입률 $u(t)$ 를 입력으로 하고 CO_2 밀도 $y(t)$ 를 출력으로 하는 296개의 데이터셋을 갖는다. 그래서 이를 가스로(gas furnace) 시계열 입출력 데이터라고 한다. 본 모의 실험에서는 $u(t-4)$ 와 $y(t-1)$ 의 두 개의 입력을 사용하여 현재의 출력값 $y(t)$ 를 예측하는 것이다. 그리고 이들을 모델링하기 위해 가스로의 입력 $u(t)$ 는 2.72를 더한 후 5.56으로 나누어 주고 출력 $y(t)$ 는 최대값인 60.5로 나누어 모든 데이터를 정규화시켰다.

표 1 비선형 모델에 대한 초기 매개변수

Table 1 Initial parameter for the modeling of nonlinear equation

GA	max generation	1000
	individual	50
	crossover rate	0.9
	mutation rate	0.1
FNN	iteration	1000
	learning rate	0.00001

모의 실험의 기본 설정값을 표 1과 같다. 유전알고리즘을 사용하여 파라미터 값을 최적한 후에 오차역전과 알고리즘을 사용하기 때문에 학습률을 작게 하였다.

그림 3은 5개의 규칙으로 동조된 소속함수를 표현한 것이다. 두 입력과 소속정도를 가지고 표현한 것인데 입력의 수가 늘어나면 가상의 Gaussian 함수로 나타나게 될 것이다. 위의 데이터는 정규화시킨 입출력이므로 Null set은 존재하지 않음을 알

수 있다.

표 2 Box-Jenkins 데이터 모델에 대한 비교
Table 2 Comparison of models about Box-Jenkins data

	Number of inputs	Number of rules	Mean Square Error
Tong's [7]	2	19	0.469
Pedrycz's [8]	2	81	0.320
Xu's [9]	2	25	0.328
Sugeno's [10]	3	6	0.190
ours	2	5	0.177

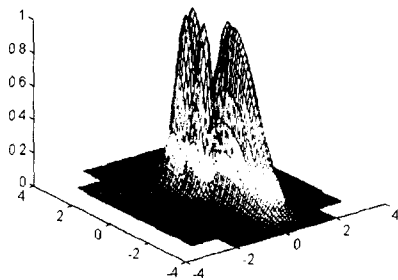


그림 3 동정된 입력 소속 함수
Fig. 3 Input membership functions

본 모의 실험에서는 입력이 2개이고 규칙이 5개일 때 평균 제공 오차는 0.177정도이고 이는 기존의 논문에서 제안된 것보다 우수함을 알 수 있다.

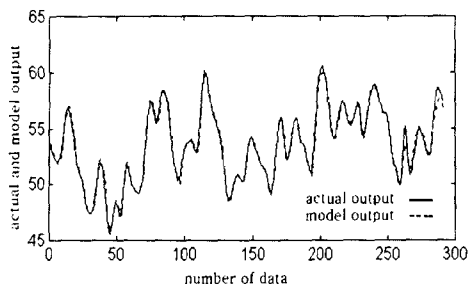


그림 4 Box-Jenkins 데이터의 실제 출력과 제안된 모델의 출력
Fig. 4 Real output and model output of Box-Jenkins data

그림 4는 동정된 퍼지 추론 모델의 출력과 실제 출력과의 비교를 나타내는 그림이다. 여기서 실선은 실제의 출력이며 점선은 퍼지 추론 모델의 출력이다.

5. 결 론

본 논문에서는 복잡하고 불확실한 비선형 시스템의 입출력 데이터만으로 효율적인 모델링을 하기 위해 초타원 가우시안 소속 함수를 이용한 퍼지 신경망의 자동 퍼지 동조 기법을 제안하였다.

퍼지 신경망의 국소 최적해 문제를 해결하기 위해 유전 알고리즘을 사용하여 최적해를 탐색하였다. 제안된 기법으로 퍼지 신경망 모델의 규칙 수와 소속함수의 파라미터들을 동시에 탐색하여 우수한 퍼지 신경망 모델을 결정하였다. 새로운 유전 암호화 기법을 제안하여 유전 알고리즘 이용시 탐색 범위를 확장하였다. 유전 알고리즘의 적용시 근사 최적해 수렴의 문제를 극복하기 위하여 기존의 최적화 기법인 오차 역전파 알고리즘을 이용하여 유전 알고리즘에 의해 얻어진 퍼지 신경망 모델을 미세 조정하였다.

본 논문에서 제안한 수치 데이터 기반 퍼지 신경망 모델링 기법은 가스로 Box-Jenkins 시계열 시스템의 모델링을 통해 그 우수성을 증명하였다.

참 고 문 헌

- [1] H. Ishigami, T. Fukuda et al., "Structure Optimization of Fuzzy Neural Network by Genetic Algorithm", *Fuzzy sets and systems*, vol. 71, pp. 257-264, 1995
- [2] S. Horikawa, T. Furuhashi and Y. Uchikawa, "On Fuzzy Modeling Using Fuzzy Neural Networks with the Back-propagation Algorithm", *IEEE Trans. Neural Networks* vol. 3(5), pp. 801-806, 1992.
- [3] H. Inoue, K. Kamei and K. Inoue, "Auto-Generation of Fuzzy Production Rules Using Hyper Elliptic Cone Membership Function by Genetic Algorithm", *proc. of IIZUKA*, pp. 82-85, 1996.
- [4] J. S. Jang, "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference systems", *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.*, vol. 23(3), pp. 665-684, 1993.
- [5] D.E. Goldberg, *Genetic Algorithm in Search Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA, 1989.
- [6] 손유석, "유전알고리즘을 이용한 수치 데이터 기반 퍼지 모델링", 연세대학교 대학원, 1996.
- [7] R. M. Tong, "The Evaluation of Fuzzy Models Derived from Experimental Data", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 4, pp. 1-12, 1980.
- [8] W. Pedrycz, "An Identification Algorithm in Fuzzy Relational Systems", *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 13, pp. 153-167, 1984.
- [9] C. W. Xu, "Fuzzy Model Identification and Self-learning for Dynamic Systems", *IEEE Trans. Sys. Man. Cybern.*, Vol. 17, No. 4, pp. 683-689, 1987.
- [10] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A Fuzzy-logic-based Approach to Qualitative Modeling", *IEEE Trans. Fuzzy sys.*, Vol. 1, No. 1, pp. 7-31, Feb. 1993.