

적용 학습 제어 기법을 이용한 BLDC 모터의 비선형 동력학 제어

The Nonlinear Dynamic Control of BLDC Motors :  
An Adaptive Learning Control Approach.

\*박 정 동\*, \*국 태 용\*

\*성균관대학교 전자공학과 (Tel: 0331-290-7202; Fax: 0331-290-7191; E-mail: tykuc@yurim.skku.ac.kr)

**Abstracts:** In this paper, we present a nonlinear dynamic controller for position tracking of brushless dc motors. In constructing the controller, a backstepping-type approach is used under the condition of full state information, while an adaptive controller is adopted for parameter uncertainty throughout the entire electromechanical system. The nonlinear dynamic controller using the adaptive learning technique approach is shown to drive the state variables of system to the desired ones asymptotically and whose effectiveness is also shown via computer simulation.

**Keywords:** BLDC motor, adaptive learning control

1. 서론

전동기는 거의 모든 산업현장에서 구동기로서 사용되고 있으며 전기적 기계적 시스템에 대한 정확한 제어방식에 대한 연구는 계속 진행되어 오고 있다. 브러시 있는 직류 서보 전동기는 구동기로서 상대적으로 제어가 용이하여 이에 대한 제어기법은 많은 연구가 있었다. 그러나, 브러시에 의한 불꽃현상에 따른 신뢰성 문제와 이에 따른 보수 및 수명과 노이즈 발생문제 그리고 큰 출력 비의 요구 등의 관계로 구동부가 안정하고 되도록 작으면서 토오크가 상대적으로 큰 구동기로 대체되고 있다.

기존의 영구자 직류 전동기와 동일한 속도-토오크 곡선을 갖는 브러시 없는 직류 전동기는 기계적인 브러시가 제거됨에 따른 신뢰성과 회전자에 권선이 없으므로 해서 좋은 방열성과 높은 토오크대 관성비를 가진다.

반면에 전기적 시스템 특성이 다입력과 상전류와 회전자 속도사이의 비선형 결합에 기인해서 브러시있는 직류 전동기에 비해 제어가 어렵고 비용이 많이 드는 단점이 있다. [4],[9],[10]

최근 전기기계 이론의 DQ축 변환, 변환 선형화 기법, Lyapunov 안정성이론, 비선형 탱핑과 적분 백스태핑 기법(integrator backstepping)등 전기적 기계적 시스템의 비선형 제어기의 개발에 많은 진보가 있었다.

이들을 살펴보면, 위치 추종 제어기에서 모델의 불확실성에 대한 보상에 강인 적응 진상태 변환 제어기와 전류 측정을 제거한 부분 상태 변환 제어기, 파라미터 불확실성을 보상한 적응 제어기, 위치 측정만을 이용한 비선형 관측자와 적분 백스태핑 접근(integrator backstepping approach)을 이용한 위치 추종 제어기, DSP를 이용한 벡터 제어가 등이 있다.[1], [3], [5], [6],[11]

본 논문에서는 강제 관성부하를 갖는 브러시없는 직류모터의 위치제어를 위하여 적응학습 제어기를 구성하고 이 제어기의 수렴특성을 이론적으로 증명하며 모의 실험을 통하여 그 효용성을 보이고자 한다. 제어기 구성은 일종의 백스태핑방식으로 강제의 위치제어에 필요한 토오크를 구하고 이에 필요한 전류를 계산하며 최종적으로 이 전류를 추종하기 위한 전압 학습 입력을 구하는 과정을 밟는다. 또한 토오크 상수의 추정 값을 적절히 한정시

켜 제어기 구성에서의 특이점을 피할 수 있도록 설계된다.

2. 전기적 기계적 시스템의 모델

2.2 전기적 시스템 모델

권선에서의 고정자 저항과 인덕턴스가 모두 동일하고, 선형 자계회로라는 가정 하에 한 개의 강제 관성 부하를 구동하는 전압 입력을 가진 일반적인 3상 브러시 없는 직류전동기의 전기적 동역학식은 다음과 같이 주어진다.[12]

$$L_s \dot{i}_1 + R_s i_1 + K_e f(\theta) \dot{\theta} = v_1 \tag{1}$$

$$L_s \dot{i}_2 + R_s i_2 + K_e f(\theta - \frac{2}{3} \pi) \dot{\theta} = v_2 \tag{2}$$

$$L_s \dot{i}_3 + R_s i_3 + K_e f(\theta + \frac{2}{3} \pi) \dot{\theta} = v_3 \tag{3}$$

여기서,  $R_s, L_s, i_1, i_2, i_3, v_1, v_2, v_3, K_e, \theta, \dot{\theta}$ 는 각각 고정자 저항, 고정자 인덕턴스, 고정자 상전류, 고정자 상전압, 역기전력 상수, 회전자 위치, 속도를 나타낸다.

그리고,  $f$ 는 모터 구조와 회전자계 분포에 따라서 결정되는 함수로서 다음과 같이 정의되는 주기함수이다.[2]

$$f(\theta + 2\pi) = f(\theta), \quad \forall \theta \in R \tag{4}$$

고정자는 3상의 Y결선으로 되어 있고 회전자는 영구자석으로 되어있어, 각상은 120°의 위상을 가지며 각 전류의 합은 영이 된다.

$$\sum_{k=1}^3 i_k = 0 \tag{5}$$

먼저,  $i_k = i_{dk}$  ( $k=1,2,3$ )라 가정하면, 전기적 시스템의 토오크 관계식은 다음과 같다.

$$\tau = K_t \left\{ f(\theta) i_{d1} + f(\theta - \frac{2}{3} \pi) i_{d2} + f(\theta + \frac{2}{3} \pi) i_{d3} \right\} \tag{6}$$

$$\sum_{k=1}^3 i_{dk} = 0 \tag{7}$$

이제, 다음의 특징들을 만족하는 함수  $h$ 를 가정하면,

$$\sum_{k=1}^3 f(\theta - \frac{2(k-1)}{3}\pi) h_k(\theta) = 1, \quad \forall \theta \in R \quad (8)$$

$$\sum_{k=1}^3 h_k(\theta) = 0, \quad \forall \theta \in R \quad (9)$$

$$h_k(\theta + 2\pi) = h_k(\theta), \quad \forall \theta \in R \quad k=1, 2, 3 \quad (10)$$

따라서, 추종 목표 진류는 다음과 같이 정의된다.

$$i_{dk} \triangleq u h_k(\theta) \quad k=1, 2, 3 \quad (11)$$

여기서,  $u$ 는 새로운 입력이다.

식(9)에 의해, 식(11)은 식(7)의 조건을 만족하고, 식(8)에 의해 식(6)을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau = K_r u \quad (12)$$

따라서, 토오크는 리플없이 선형적으로 제어될 수 있다.

## 2.2 기계적 시스템 모델

강체로 구성된 매니퓰레이터의 일반적인 동역학식은 다음과 같다.[8]

$$(D+J)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + f(q, \dot{q}) = \tau \quad (13)$$

$D \in R^{n \times n}$  : 양의 관성 행렬

$J \in R^{n \times n}$  : 모터의 양의 관성 행렬

$B \in R^{n \times n}$  : Coriolis와 구심력을 나타내는 행렬

$f(q, \dot{q}) \in R^{n \times 1}$  : 중력과 마찰력을 나타내는 행렬

$$(f(q, \dot{q})) = g(q) + K_r \dot{q}$$

위의 식에서  $q, \dot{q}, \ddot{q}$ 는 각각 관절의 위치, 속도, 가속도를 나타내고,  $\tau$ 는 전기적 시스템의 출력 토오크를 나타내는 스칼라 함수로서 아래와 같이 주어진다.

$$\tau = K_r \left\{ f(\theta) i_1 + f(\theta - \frac{2}{3}\pi) i_2 + f(\theta + \frac{2}{3}\pi) i_3 \right\} \quad (14)$$

여기서,  $K_r$ 와  $\theta$ 는 다음과 같다.

$K_r = NK_i$  : 토오크 상수

( $N_i$  : 기어비,  $K_i$  : 모터의 토오크 상수)

$\theta = Nq$  : 모터의 회전자 위치

( $\theta$  : 회전자 위치,  $q$  : 관절 변수)

그리고, 전기적 기계적 시스템에 대한 위치 추종 제어기를 설계하기 위해서, 다음과 같이 위치 추종 오차를 정의한다.

$$\hat{q} = q_d - q \quad (15)$$

여기서,  $q_d$ 는 원하는 링크의 목표위치이다.

위치 추종 오차로부터 속도와 관계된 신호를 얻는 데 다음과 같이 필터된 추종 오차를 정의한다.

$$\dot{p} = -\gamma_0 p + \gamma_1 \hat{q} \quad (16)$$

여기서,  $\gamma_0, \gamma_1$ 은 양의 스칼라 제어 이득이다.

## 3. 적응 학습 제어기 구조

식(15),식(16)을 이용하여 기계적 시스템의 오차 동역학식을 다음과 같이 구성할 수 있다.[5]

$$(D+J)\ddot{\hat{q}} + B\dot{\hat{q}} + a p + b \hat{q} = (D+J)\ddot{q}_d + B\dot{q}_d + f(q, \dot{q}) + a p + b \hat{q} - K_r u \triangleq \tau_d - \tau \quad (17)$$

여기서,  $a, b$ 는 양의 상수 제어 이득이다.

그리고, 식(1)에서  $B(q, \dot{q}), f(q, \dot{q})$ 를 다음과 같이 재배열 할 수 있다.

$$B(q, \dot{q})\dot{q}_d = B(q, \dot{q}_d)\dot{q} - B(q, \dot{q}_d)\dot{\hat{q}} + B(q, \dot{q}_d)\dot{q}_d \quad (18)$$

$$f(q, \dot{q}) - \hat{f}(q, \dot{q}_d) = f(q, \dot{q}) - f(q, \dot{q}_d) + \hat{f}(q, \dot{q}_d) \quad (19)$$

$$f(q, \dot{q}) - f(q, \dot{q}_d) \triangleq -K_c \dot{\hat{q}}$$

기계적 시스템의 파라미터를 추정하는 적응제어기를 구성하기 위해 추종 토오크  $\hat{K}_r u$ 를 다음과 같이 구성한다.

$$\hat{K}_r u = (\hat{D} + \hat{J})\ddot{q}_d + \hat{B}(q, \dot{q}_d)\dot{q}_d + \hat{f}(q, \dot{q}_d) + a p + b \hat{q} \quad (20)$$

여기서,  $(\hat{\cdot})$ 은 추정 파라미터를 포함한 항이다.

식(18),식(19)을 이용해, 식(17)의 우변에  $\hat{K}_r u$ 를 가감해서 다시 정리하면, 아래와 같이 재배열된다.

$$(D+J)\ddot{\hat{q}} + [B(q, \dot{q}) + B(q, \dot{q}_d) + K_c]\dot{\hat{q}} + a p + b \hat{q} = \quad (21)$$

$$Y(\ddot{q}_d, \dot{q}_d, q, u) \tilde{\theta}_a$$

여기서,  $Y$ 는 회기행렬이며,  $\tilde{\theta}_a (= \theta_a - \hat{\theta}_a)$ 는 파라미터 추정 오차 벡터로서 다음과 같다.

$$Y = [\ddot{q}_d \quad \dot{q}_d \quad 1 \quad u] \in R^{1 \times 4}$$

$$\tilde{\theta}_a = [\hat{D} + \hat{J} \quad \hat{B} \quad \hat{f} - \hat{K}_r]^T \in R^{4 \times 1}$$

그리고, 다음과 같이 파라미터 추정식을 정의한다.

$$\hat{\theta}_a(t) = \text{Pr}[\hat{\theta}_a(t - \delta)] + \Lambda Y^T Q^{-T} x \quad (22)$$

여기서, Projection operator  $\text{Pr}[\cdot]$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Pr}[\hat{\theta}_a(t)] = \begin{cases} \hat{\theta}_{a, upper} & \text{if } \hat{\theta}_a(t) > \hat{\theta}_{a, upper} \\ \theta_a(t) & \text{if } \hat{\theta}_{a, lower} \leq \hat{\theta}_a(t) \leq \hat{\theta}_{a, upper} \\ \hat{\theta}_{a, lower} & \text{if } \hat{\theta}_a(t) < \hat{\theta}_{a, lower} \end{cases}$$

또한, 전기적 시스템에서 추종하고자 하는 진류와 고정자 진류 사이의 오차와 학습하고자 하는 목표전압과 학습 전압의 오차를 다음과 같이 각각 정의한다.

$$\tilde{I}_k \triangleq I_{dk} - I_k, \quad \tilde{v}_{ik} \triangleq v_{dik} - v_{ik}, \quad (k = 1, 2, 3) \quad (23)$$

윗식과 식(1),식(2),식(3)식을 이용하여 학습 하고자하는 목표전압을 고려한 전기적 시스템의 오차 방정식을 다음과 같이 구성한다.

$$L_s \dot{\tilde{I}}_k + (R_s + \Gamma) \tilde{I}_k = L_s \dot{I}_{dk} + R_s I_{dk} + K_d F(\theta) \dot{\theta} - v_{ik} \triangleq v_{dik} - v_{ik} \quad (24)$$

여기서,  $v_{ik}, \tilde{v}_{ik}, v_{dik}$ 는 각각 학습 전압, 학습 전압 오차, 학습 하고자하는 전압이다.

만약, 아래의 조건을 만족하도록  $\delta_0$ 를 설정하면,

$$\dot{I}_d(t) \cong \dot{I}_d(t - \delta_0), \quad I_d(t) \cong I_d(t - \delta_0) \quad (25)$$

식(24)으로부터 학습 전압 제어 입력은 다음과 같이 구성할 수 있다.

$$v_k = v_{ik} + \Gamma \tilde{I}_k \quad (26)$$

또한, 전압 학습 규칙은 다음과 같다.

$$v_{ik}(t) = \text{Pr}[v_{ik}(t - \delta_0)] + \Lambda_0 Q^{-T} x \quad (\delta_0 \ll \delta) \quad (27)$$

여기서,  $\delta_0$ 는 학습구간이고  $\Lambda_0 \in R^3$ 은 양의 대각 이득 행렬이다.

식(16),식(21),식(24)을 이용하여 전기적 기계적 시스템의 상태 공간 모델을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\dot{M}x = Ax + G \quad (28)$$

여기서,  $x = [\tilde{I}_k \quad p \quad \hat{q} \quad \dot{\hat{q}}]^T$ 이고,  $M \in R^{6 \times 6}, A \in R^{6 \times 6}, G \in R^{6 \times 1}$ 는 아래와 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -(R_s + I) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_0 & 0 & \gamma_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a & -b & (-B - B(q_d) - K_v) \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D(q) + J \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ Y\dot{\theta} \end{bmatrix}$$

윗식을 다시 쓰면 아래와 같다.

$$M\dot{x} = \overline{A}_0x + \overline{A}_1\dot{x} + G \quad (29)$$

여기서,  $\overline{A}_0, \overline{A}_1$ 은 다음과 같고,  $\overline{A}_0$ 는 선형 시분변 행렬로 나타낸다.

$$\overline{A}_0 = \begin{bmatrix} -(R_s + I) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma_0 & 0 & \gamma_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a & -b & -K_v \end{bmatrix}$$

$$\overline{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B - B(q_d) \end{bmatrix}$$

식(29)의 특성 방정식은 구하면 다음과 같다.

$$\lambda(\overline{A}_0) = |\lambda I - \overline{A}_0| \quad (30)$$

$$= |\lambda I + (R_s + I) \{ (\lambda + \gamma_0)[\lambda(\lambda I + K_v) + b] + a\gamma_1\lambda \}$$

$$= (\lambda + R_s + I)[\lambda^3 + (K_v + \gamma_0)\lambda^2 + (\gamma_0 K_v + b + a\gamma_1)\lambda + b\gamma_0]$$

여기서, Routh-Hurwitz 안정도 판별법에 따라 제어 이득을 적절히 설정하여 시스템을 안정화시킬 수 있다.

식(29)의  $\overline{A}_0$ 의 고유치가  $\lambda_i(\overline{A}_0) \neq \lambda_j(\overline{A}_0)$ 이고,  $\lambda_i(\overline{A}_0)$ 이 음의 실수이면, 다음과 같이 상사변환(similarity transformation) 할 수 있다.

$$\overline{A}_0 Q = Q \widehat{A}_0, \quad \overline{A}_1 = Q \widehat{A}_1 Q^{-1} \quad (31)$$

여기서,  $\widehat{A}_0, Q$ 는 각각 대각행렬, 직교행렬( $Q^{-1} = Q^T$ )이다. 식(31)을 이용하여, 식(29)을 다음과 같이 재배열 할 수 있다.

$$M\dot{x} = Q \widehat{A}_0 Q^{-1}x + \overline{A}_1 Qx + G \quad (32)$$

여기서,  $\overline{x} = Q^{-1}x$ 이다.

## 5. 안정도

### 5.1 적응 학습 제어기 안정도

먼저, 적응 학습 제어기의 안정성 및 신호의 수렴성을 증명하기 위하여 다음의 스칼라 함수를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} \overline{x}^T (Q^{-1} M Q) \overline{x} + \frac{1}{2} \int_{t-\delta}^t (\widehat{\theta}_a^T A^{-1} \widehat{\theta}_a) dt \quad (33)$$

$$+ \frac{1}{2} \int_{t-\delta}^t \widehat{v}^T(\tau) A_0^{-1} \widehat{v}(\tau) dt$$

다음으로, 제어기 안정성을 증명하기 위해 식(32)과 양변에  $Q^{-1}$ 를 곱하면 다음과 같이 된다.

$$(Q^{-1} M Q) \dot{\overline{x}} = \widehat{A}_0 \overline{x} + Q^{-1} \overline{A}_1 Q \overline{x} + Q^{-1} G \quad (34)$$

그리고, 기계적 시스템의 동력학에서  $\dot{D} - 2B$ 가 왜대칭행렬임을 이용하여 식(29)에서 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{1}{2} \overline{x}^T [M + 2(\overline{A}_1 - \overline{A}_2)] \overline{x} = 0 \quad (35)$$

여기서,  $\overline{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -B(q, q_d) \end{bmatrix}$ 이다.

위식과 학습규칙을 이용하면  $\dot{V}$ 는 음의 반한정이 됨을 알 수 있다. 따라서, Rayleigh-Ritz정리에 의해  $\overline{x} \in L_2 \cap L_\infty$ ,  $\widehat{\theta}_a \in L_\infty \cap L_2$ ,  $\widehat{v}_l \in L_\infty \cap L_2$ ,  $\overline{x} \in L_\infty$  됨을 알 수 있고 오차가  $\lim_{t \rightarrow \infty} \overline{x} \rightarrow 0$  과같이 수렴함을 알 수 있다.

## 6. 모의 실험

브러시 없는 직류 전동기에 의해 구동되는 2관절 매니퓰레이터의 위치 추종 제어 모의 실험에서 전기적 기계적 시스템의 파라미터 값과 제어 이득 값들은 다음과 같다.[7][8]

표 [6.1] 전기적 기계적 시스템의 파라미터 값들

$L_s = 5.11$	[mH]	$R_s = 0.95$	[ $\Omega$ ]
$K_e, K_t = 0.28$	[Nm/A]	$K_v = 1.0042$	[Nm/s]
$J = 0.048$	[Nm]	$g = 9.81$	[kg · m sec <sup>-1</sup> ]
$f(\theta) = \sin(\theta)$		$m_1 = 10$	[kg]
$m_2 = 5$	[kg]	$l_1, l_2 = 1$	[m]
$l_{c1}, l_{c2} = 0.5$	[m]	$I_1, I_2 = 0.833, 0.4167$	[Nm]

$N_1 = 50, N_2 = 10, \gamma_0 = 52, 54, \gamma_1 = 23, 25, a = 30, 30, b = 76,$

$83, A_0 = 0.03, A = 0.001$

샘플링 시간은 5ms로 했고, 제어 특이점을 고려하여, 초기 토오르 추정값과 초기 설정값은 다음과 같다.

$$q_1(0) = -30^\circ, \quad q_2(0) = -70^\circ, \quad \widehat{K}_{v1}, \widehat{K}_{v2} = 0.2 \text{ [Nm/A]} \quad (36)$$

그리고, 추종하고자 하는 각관절의 목표 위치는 다음과 같이 정의한다.

$$q_{d1}(t) = \frac{\pi}{2} \sin(t), \quad q_{d2}(t) = \frac{\pi}{2} \sin(t) \text{ [rad]} \quad (37)$$

다음 그림은 전기적 기계적 시스템의 적응 학습 제어기에 의한 각관절의 위치추종을 보여준다.

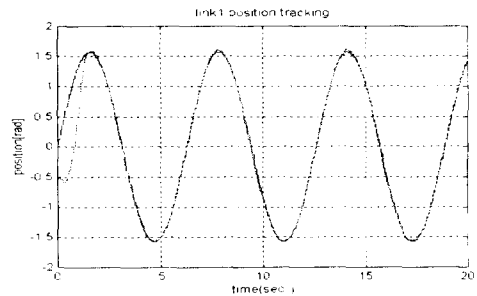


그림 1 관절1의 위치 추종

Fig. 1 The position tracking of link 1

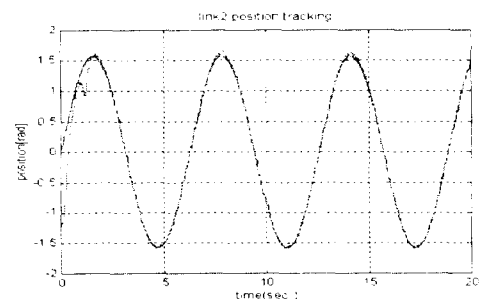


그림 2. 관절2의 위치 추종

Fig. 2. The position tracking of link2

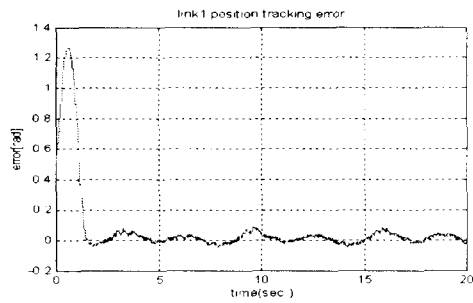


그림 3 관절1의 위치 추종 오차

Fig. 4 The position tracking error of link 1

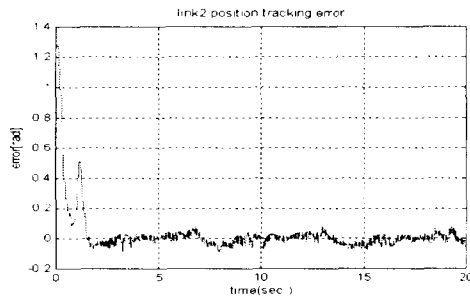


그림 4. 관절2의 위치 추종 오차

Fig. 4. The position tracking error of link2

## 7. 결론

본 논문에서는 브러시 없는 직류 전동기의 위치 추종을 위한 비선형 적응 학습 제어를 제시한다. 비선형 적응 학습 제어를 구성하는 데 있어서, 먼저 전기적 시스템의 역기전력의 일반적 형태를 통한 리플없는 토오크 계산과 원하는 위치를 추종하기 위하여 백스테핑 방식을 이용하고, 기계적 시스템의 파라미터를 추정하여 제어 특이점을 보상한 제어를 설계한다. 제안된 제어기로서 시스템 상태 변수가 점근적으로 원하는 상태로 구동됨을 증명하고, 그 모의실험을 통하여 그효용성을 보인다.

## 참 고 문 헌

[1] T.Burg, D.Dawson, J.Hu, and S.Lim, "An Adaptive Partial State Feedback Controller for RLED Robot Manipulators Actuated by BLDC Motors", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 1995, 300-305

[2] In-Joong Ha and Chang-Ik Kang, "Explicit Characterization of All Feedback-Linearizing Controllers for A General Type Brushless DC Motor", *IEEE Trans on Automatic Control*, Vol. 39, No. 3, March 1994

[3] Hideki Hashimoto, Hajime Yamamoto, Shigekazu Yanagisawa and Fumio Harashima, "Brushless Servo Motor Control Using Variable Structure Approach", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 24, No. 1, Jan/Fab 1988

[4] Neyram Hemati, and Ming C.Leu, "A Complete Model Cha-

acterization of Brushless dc Motors", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 28, No. 1, Jan/Fab. 1992

[5] J.Hu, M. D. Leviner, D. M. Dawson and P. Vedagarbha, "An adaptive tracking controller for multiple-phase permanent-magnet machines", *INT. J. Control*, Vol. 64, No. 6, 997-1022, 1996

[6] P. V. Kokotovic, "The joy of feedback: Nonlinear and adaptive.", *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 12, no. 3, pp.7-17, 1992.

[7] Nobuyuki Matsui, and Masakane Shigyo, "Brushless dc Motor Control without Position and Speed Sensors", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 28, No. 1, Jan/Fab. 1992

[8] Spong, M., and Vidyasagar, M., *Robot Dynamics and Control*, New-York: Wiley, 1989

[9] Pragasen Pillay, and Ramu Krishnan, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part 1 : The Permanent-Magnet Synchronous Motor Drive", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, March/April 1989

[10] Pragasen Pillay, and Ramu Krishnan, "Modeling, Simulation, and Analysis of Permanent-Magnet Motor Drives, Part 2 : The Brushless DC Motor Drive", *IEEE Trans. on Industry Applications*, Vol. 25, No. 2, March/April 1989

[11] J.J.E. Slotine and W.Li, "Adaptive manipulator control: A case study", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, pp. 995-1003, 1988.

[12] Chun-Yi Su, Yury Stepanenko, and Sadik Dost, "Hybrid Integrator Backstepping Control of Robotic Manipulator Driven by Brushless DC Motors", *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, Vol. 1, No. 4, Dec. 1996