

구동부 동특성을 고려한 가변구조 제어 알고리즘

A Variable Structure Control Algorithm Incorporating Actuator Dynamics

°이정훈*, 신휘범*, 고상호**, 차동국** 김정욱**, 강익호**, 장명광**
(Jung Hoon Lee*, Hwi Beom Shin*, SangHo Ko**, DongKuk Cha**
JungWook Kim** IkHo Kang**, MyoungKyuang Chang**)

*경상대학교 제어계측공학과, 항공기부품기술연구소연구원, 진주시 가좌동 900
(T.+82-0591-751-5368:F.+82-0593-57-3974:E-mail:jhleew@nongae.gsnu.ac.kr)

**삼성항공산업(주), 경남 사천시 사남면 유천리 321번지(T.+82-593-851-1978:F.+82-593-851-1989)

Abstract: In this paper, the dynamics of actuators for generating the input of plants is considered in a design of the variable structure systems. While the input for plants is usually implemented by means of a certain actuator, the actuator dynamics is not incorporated in most of the VSS researches until now. The control algorithm of a VSS incorporating actuator dynamics is presented, and the simulation is given to show the usefulness of the algorithms

Keywords: Variable Structure System, Actuator, Aircraft

1. 서론

가변구조 제어는 이론적으로 선형에 비해 비선형(Nonlinear), 연속에 비해 불연속(Discontinuous), 불확정적에 비해 확정적(Deterministic) 제어 분야에 속한다. 50년대 후반 Emelyanov을 포함한 소련의 연구가는 가변구조 시스템을 2차 Phase Plane에 기초하여 알고리즘을 개발하였고[1], 특히 Filippov에 의하여 불연속에 대한 미분방정식의 수학적 해석이 정립됨으로 연구의 체계와 이론적인 배경을 갖추게 되었고[2], Drazennovic에 의하여 외란과 불확정성에 대한 슬라이딩 모드의 Invariance Condition이 검토되었으며[3], 가변구조 제어가 구미에 알려지기는 Utkin에 의하여 77년에 이루어졌다[4]. 그 후, 지금까지 많은 연구인에 의하여 활발한 연구가 진행되어, 이론적인 확장과 출력제한[9,16,27], 타 제어와 결합[13,15,18,19,20,24], 가변구조제어의 단점인 리칭페이즈[7,11,13,14]와 채터링 문제 개선[10,12] 그리고 다입력 시스템, 비선형 플랜트[8,25], 이산 모델, Large-Scale 시스템 등의 안정화(Stabilization)[19,23], 레귤레이션(Regulation)[17,21,22] Model-following을 포함한 추적(Tracking)[26], 심지어 동정화 문제(Identification)에 적용이 되고 있다[5,6].

일반적으로 대상 플랜트를 제어하기 위해 입력을 구현하는 수단으로 많은 다이나믹컬 서보 시스템의 모순 제어 및 유압 서보 시스템에 구동부 혹은 액츄에이터

(Actuator)가 사용된다[25]. 액츄에이터 동특성이 플랜트보다 상당히 빠르므로 액츄에이터 동특성을 고려하지 않고 지금까지 가변구조제어뿐만 아니라 일반 제어를 설계하였다[12]. 가변구조 제어 입력은 불연속 입력으로 동특성의 밴드 폭이 넓어야한다. 만약 Large-Scale 시스템에서와 같이 액츄에이터의 동특성이 상대적인 면에서 느려 무시할 수 없으면, 액츄에이터의 동특성을 가변구조제어뿐만 아니라 일반 제어 시스템의 설계에 고려해야 할 필요성이 존재한다. 하지만 지금까지 구동부의 동특성을 고려하여 가변구조 제어를 설계한 연구가 거의 없는 실정이다.

따라서, 본 연구에서는 레귤레이션 제어 문제에서 액츄에이터 동특성을 고려하여 가변구조 제어를 설계하고 예제를 들어 설계된 알고리즘의 유용성을 검증한다. 세부적으로 구동부의 동특성을 슬라이딩 면에 포함시켜 가변구조 제어기 설계하고 슬라이딩 모드 존재조건과 안정성을 증명한다. 항공기 자세제어 예제를 들어 설계된 알고리즘의 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 알고리즘의 유용성을 검증한다.

2. 가변구조제어 알고리즘의 설계

2.1 대상 플랜트와 구동부

불확실성이 존재하는 제어 대상 플랜트는 액츄에이터

와 함께 오차 공간(Error Space)에서 다음과 같이 모델링이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{X}_p &= (A_p + \Delta A_p)X_p + (B_p + \Delta B_p)X_a + D_p(t) \\ \dot{X}_a &= (A_a + \Delta A_a)X_a + B_a U \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $X_p \in R^n$ 는 상태변수이며 $X_a \in R^m$ 는 동특성을 갖는 액츄에이터의 상태변수이고, $U \in R^m$ 이 설계할 제어 입력이다. 아래 첨자 a는 액츄에이터를 p는 플랜트를 의미한다. 그리고 $B_p, B_a \in R^m$ 이며, 불확정성 $\Delta A_p, \Delta B_p, \Delta D_p, \Delta A_a$ 는 다음의 정합조건(Matching Condition)을 만족하고

$$\begin{aligned} R(\Delta A_p), R(\Delta B_p), R(\Delta D_p) &\in R(B_a) \\ R(\Delta A_a) &\in R(B_a) \end{aligned} \quad (2)$$

다음과 같이 유계(Bounded) 되었다고 가정한다. 상기 시스템은 제어 입력 U에 의하여 액츄에이터 X_a 상태변수 값이 발생하여 그 값이 플랜트의 입력이 되어 전체 시스템이 동작한다. 상기 플랜트를 결합하여 나타내면 다음과 같이 $U \in R^m$ 으로 제어되는 $X \in R^{n+m}$ 차수의 상태 방정식이 된다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (A + \Delta A)X + (B + \Delta B)U + D(t) \\ A &= \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ 0 & A_a \end{bmatrix}, \quad \Delta A = \begin{bmatrix} \Delta A_p & \Delta B_p \\ 0 & \Delta A_a \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_a \end{bmatrix}, \quad D(t) = \begin{bmatrix} D_p(t) \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3) \quad (4)$$

이 확장된 방정식에 대하여 상태방정식 X 를 명령값 X_r 로 레귤레이션하는 제어문제를 해결하기 위한 가변구조 제어기를 설계한다.

2.2 가변구조 제어기의 설계 및 안정성 증명

시스템 (3)을 대상으로 가변구조 제어를 설계하자. 일반적인 가변구조의 설계 순서에 의거하여 먼저 적분을 포함한 슬라이딩 면을 다음과 같이 오차공간에서 선정한다 [12,13].

$$S = [C_p \ C_a](X_r - X) + [C_{0p} \ C_{0a}] \int_0^\infty (X_r - X) dt \quad (5)$$

여기서

$$X_r = [X_{pr}^T \ X_{ar}^T]^T \quad (6)$$

$$X_{ar} = -[B_p^T B_p]^{-1} B_p^T A_p X_p \quad (6a)$$

이 슬라이딩 면을 영으로 레귤레이션 할 제어 입력을 연속 입력항과 불연속 입력항으로 구성하여 다음과 같이 선정하자.

$$U = K_r \cdot X_r - K_{eq} \cdot X - \Delta K \cdot X - K_{s1} \cdot S - K_{s2} \frac{S}{|S| + \delta} \quad (7)$$

여기서 $\det(C_a B_a) \neq 0$ 인 조건하에

$$K_r = [C_a B_a]^{-1} [C_{0p} \ C_{0a}] \quad (8)$$

$$K_{eq} = [C_a B_a]^{-1} [(C_p A_p + C_{0p}) \ (C_p B_p + C_a A_a + C_{0a})]$$

$$\Delta K = [\Delta K_p \ \Delta K_a]$$

$$\Delta K_{pi} > \max \left(\sum_{j=1}^m C_{pij} \Delta A_{pj} \right) \text{ if } X_j \cdot S > 0$$

$$\begin{cases} \Delta K_{pi} > \max \left(\sum_{j=1}^m C_{pij} \Delta A_{pj} \right) & \text{if } X_j \cdot S > 0 \\ \Delta K_{pi} < \min \left(\sum_{j=1}^m C_{pij} \Delta A_{pj} \right) & \text{if } X_j \cdot S < 0 \\ i=1, 2, \dots, m, \quad j=1, 2, \dots, n \end{cases}$$

$$\Delta K_{ai} > \max \left(\sum_{j=1}^m C_{pij} \Delta B_{pj} + C_{ai} \Delta A_{ai} \right) \text{ if } X_j \cdot S > 0$$

$$\Delta K_{pi} < \min \left(\sum_{j=1}^m C_{aij} \Delta B_{pj} + C_{ai} \Delta A_{ai} \right) \text{ if } X_j \cdot S < 0, \quad i, j=1, 2, \dots, m$$

$$K_{s1} > \max(|d(t)|), \quad K_{s2} > 0 \quad (\text{diagonal positive})$$

이다. 이 제어 입력이 식(5) 슬라이딩 면 위에 슬라이딩 모드를 형성하기 위하여 다음의 슬라이딩 모드 존재조건을 만족해야 한다.

$$\dot{S}_i \cdot S_i < 0, \quad i=1, \dots, m \quad (9)$$

슬라이딩 면의 동특성을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{S} &= C_p(\dot{X}_{pr} - \dot{X}_p) + C_a(\dot{X}_{ar} - \dot{X}_a) \\ &+ C_{0p}(X_{pr} - X_p) + C_{0a}(X_{ar} - X_a) \\ &= -(C_p A_p + C_{0p})X_p - (C_p B_p + C_a A_a + C_{0a})X_a \\ &- C_a B_a U - \Delta K_p X_p - \Delta K_a X_a - C_p \Delta A_p X_p \\ &- (C_p \Delta B_p + C_a \Delta A_a)X_a - C \Delta D_p(t) \end{aligned} \quad (10)$$

제어입력인 (7)식을 (10)식에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= -C_p \Delta A_p X_p - (C_p \Delta B_p + C_a \Delta A_a)X_a \\ &+ C_p \Delta D_p(t) - \Delta K_p X_p - \Delta K_a X_a - K_{s1} S \\ &- K_{s2} \frac{S}{|S| + \delta} \end{aligned} \quad (11)$$

이 된다.

알고리즘의 안정성과 슬라이딩 모드 존재조건을 증명하기 위하여 Lyapunov 후보함수를 다음과 같이 선정하고 $V(t) = \frac{1}{2} S^2(t)$ (12)

시간에 대해 비분하면

$$\dot{V}(t) = \dot{S}(t)^T \cdot S(t) = \sum_{i=1}^m \dot{S}_i(t) \cdot S_i(t) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= C_p \Delta A_p X_p S + (C_p \Delta B_p \\ &+ C_a \Delta A_a)X_a S + C \Delta D_p(t) S \\ &- C_a B_a K_a X S - K_{s1} S^2 - K_{s2} \frac{S^2}{|S| + \delta} \end{aligned} \quad (14)$$

이다. 식(8)을 (14)식에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\dot{V}(t) \leq 0 \quad \text{and} \quad \dot{S}_i \cdot S_i < 0, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (15)$$

따라서 전체 페루프 시스템의 안정성과 슬라이딩 모드의 존재 조건을 동시에 증명하였다.

3. 예 제

지금까지 설계된 구동부 동특성을 고려한 가변구조 제어 알고리즘의 유용성을 예제를 통하여 입증하자. 예제는 참고문헌 [28]의 항공기 플랜트의 Multimode 비행제어 예제문제를 선정하였다. 다만 여기서는 불확실성에 대한 검토는 생략하고 설계과정에 대하여 중점을 둔다. 항공기 플랜트 상태변수, 구동부 상태변수, 입력변수 등은 다음과 같이 정의하면

$$\begin{aligned}
 X_p &= \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \begin{matrix} -pitch\ attitude \\ -pitch\ rate \end{matrix} \\
 X_a &= \begin{bmatrix} \delta_e \\ \delta_f \end{bmatrix} \begin{matrix} -elevator\ deflection \\ -flaperon\ deflection \end{matrix} \\
 U &= \begin{bmatrix} \delta_{ec} \\ \delta_{fc} \end{bmatrix} \begin{matrix} -elevator\ deflection\ command \\ -flaperon\ deflection\ command \end{matrix}
 \end{aligned} \quad (16)$$

수식 (1)의 상태방정식은 다음과 같다.

$$\dot{X}_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.8693 & 42.223 \\ 0 & 0.9933 & -1.341 \end{bmatrix} X_p + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -17.251 & -1.5766 \\ -0.1689 & -0.2518 \end{bmatrix} X_a \quad (17)$$

$$\dot{X}_a = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} X_a + \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 20 \end{bmatrix} U \quad (18)$$

참고문헌 [28] 예제의 Pitching Pointing Mode(PPM)에서

$$X_{pr} = [2^\circ \ 0 \ 2^\circ]^T$$

(19)명령을, Vertical Translation Mode(VTM)에서

$$X_{pr} = [0 \ 0 \ 2^\circ]^T \quad (20)$$

명령에 대하여 시뮬레이션을 수행하였다.

수식 (6a)에 의하여 상기 명령에 대한 구동부의 기준 명령은 다음과 같다.

$$X_{ar} = [6.3735 \ -14.977] \quad (21)$$

가변구제어의 설계는 먼저 슬라이딩 면을 다음과 같이 선정하였다.

$$C_{0p} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_{0a} = O_{2 \times 2} \quad (22)$$

$$C_p = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}, \quad C_a = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix}$$

따라서 수식 (8)에 의하여 $\dot{S}(t)=0$ 이기 위한 제어기의 이득은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 K_r &= \begin{bmatrix} -0.1667 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 K_{eq} &= \begin{bmatrix} -0.1667 & -0.5218 & -7.2038 & 1.8752 & 0.2628 \\ 0 & -1.9866 & 2.1820 & 0.3378 & -0.4964 \end{bmatrix} \\
 \Delta K &= O_{2 \times 5} \quad K_{s1} = K_{s2} = O_{2 \times 2}
 \end{aligned} \quad (23)$$

그림 1은 PPM의 그림 2는 VTM의 시뮬레이션 결과이다. 각 그림에서 명암이 밝은 순서대로 1,2,3의 파형이다. 각 그림의 Output 에서 볼 때 주어진 명령으로 잘 레귤레이션하고 있다. PPM에서는 피치 자세를 2° 상향시키고 수평 이동하게 되며, VTM에서는 수평상태 자세에서 항공기 향로가 2° 가 되어 수직면으로 이동한다. Actuator 의 파형은 제어입력을 추종하고 있으며 슬라이딩 면은 발산하지 않고 초기값을 유지하고 있다.

4. 결론

본 연구에서는 구동부의 동특성을 고려한 가변구조 제어기를 설계하고 그 실용성을 입증하였다. 슬라이딩 면에 구동부의 동특성을 포함시켰으며, 이 슬라이딩 면을 안정화시킬 수 있는 제어 입력을 설계하고 전체 페루프 시스템의 안정성과 슬라이딩 모드 존재조건을 동시에 증명하였다. 그리고 설계된 알고리즘의 타당성을 검토하기 위하여, 다입출력(MIMO) 시스템인 비행체 제어문제를 예로 들어 Pitching Pointing Mode와 Vertical Translation Mode 제어 시뮬레이션을 수행하였으며, 시뮬레이션 결과로 볼 때, 제시된 알고리즘의 유용성과 실용성을 검증할 수 있다.

본 연구는 삼성항공(주)과 항공기 부품기술연구소의 연구비 지원에 의한 것임.

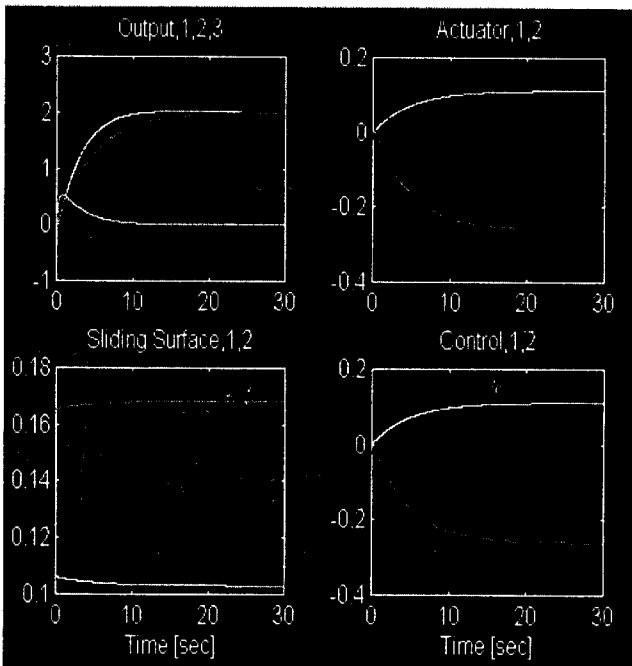


그림 1 Pitching Point Mode, $X_{pr} = [2^\circ \ 0 \ 2^\circ]^T$

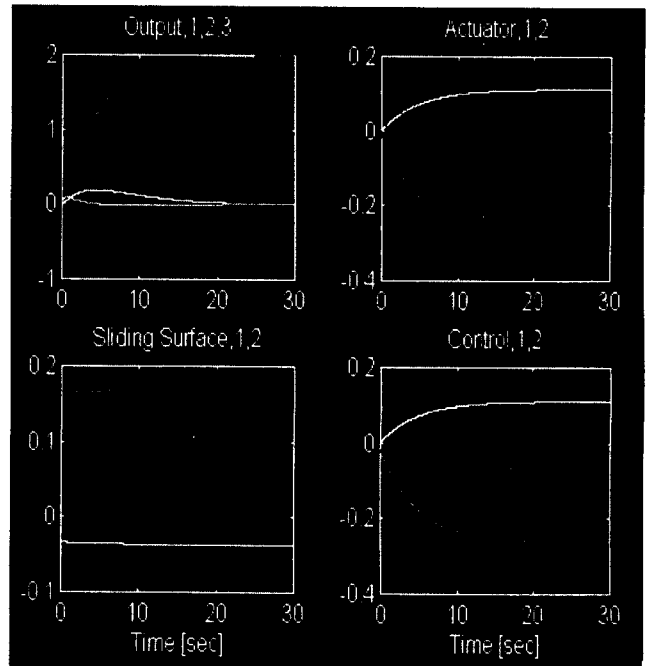


그림 2 Vertical Translation Mode, $X_{pr} = [0 \ 0 \ 2^\circ]^T$

참고문헌

- [1] V. I. Utkin, *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, Mir Pub. Moscow, 1974.
- [2] A. F. Filippov, "Differential Equations with Discontinuous Right-Hand Side," *Matematicheskii Sbornik*, Vol.51 no.1 pp.99-128, 1960
- [3] B. Drazhenovic, "The Invariance Conditions in Variable Structure Systems," *Automatica*, Vol.5 pp.287-295, 1969.
- [4] V. I. Utkin, "Variable Structure Systems with Sliding Mode," *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-22, no.2, pp.212-222, 1977.
- [5] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, and G. P. Mathews, "Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial," *Proc. IEEE*, Vol. 76, no. 3, pp.212-232, 1988.
- [6] J. Y. Hung, W. Gao, and J. C. Hung, "Variable Structure Control: A Survey," *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, Vol. 40, no.1, pp.1-22, 1993.
- [7] J. H. Lee, D. S. Lee, M. G. Kim, J. J. Lee, M. J. Youn, "DC Motor Position Control Using Variable Structure Systems with a New Sliding Surface," *Transaction of KIEE*, Vol.40, no.1 pp.39-47, 1991.
- [8] D. S. Lee, J. J. Lee, and M. J. Youn, "Controller Design of Multivariable Variable Structure Systems with Nonlinear Switching Surfaces," *Journal of KIEE*, Vol. 4, no. 1, pp.32-38, 1991.
- [9] K. S. Lee, M. H. Song, "A New Dynamic Switching Function for Output Feedback Variable Structure Control," *Transaction of KIEE*, Vol.40, no.7, pp.706-717, 1991.
- [10] Y. K. Moon, J. H. Lee, D. S. Lee, and M. J. Youn, "Robust Position Control of DC Motor Using Sliding Mode Control with Disturbance Observer," *Transaction of KIEE*, Vol. 41. no.2 pp.135-143, 1992.
- [11] G. T. Park, D. S. Kim, and J. K. Choi, "A Robust Controller Design for a Robot Manipulator Using Time-Varying Sliding Surface," *Journal of KIEE*, Vol. 5, no. 1, pp.57-64, 1992.
- [12] J. H. Lee, J. S. Ko, S. K. Chung, D. S. Lee, J. J. Lee, and M. J. Youn, "Continuous Variable Structure Controller for BLDDSM Position Control with Prescribed Tracking Performance," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.IE-41, no.5, pp.1-9, 1994.
- [13] J. H. Lee and M. J. Youn, "An Integral-Augmented Optimal Variable Structure Control for Uncertain Dynamical SISO Systems," *Journal of KIEE*, Vol.43, no 8. pp1332-1351 1994.
- [14] J. H. Lee, S. K. Chung, G. M. Woo, I. S. M. J. Youn, and T. Y. Ahn, "Design of a Variable Structure Controller Using an Integral-Augmented Sliding Surface for Position Control of BLDDSM with Prescribed Output Dynamics," *Journal of KIEE*, Vol. 8, no.1, pp.16-16, 1995.
- [15] B. D. Yoon, Y. H. Kim, C. K. Kim, "Robust Speed Control of Induction Motor Using Fuzzy-Sliding Mode Adaptive Controller with Sliding Mode State Observer," *Transaction of KIEE*, Vol. 44, no.12, pp.1592-1600, 1995.
- [16] H. H. Choi, H. K. Lee, M. J. Chung, "Sliding Mode Control of Manipulators Using a Sliding Observer," *Journal of KIEE*, Vol. 8, no.2, pp.132-140, 1995.
- [17] W. S. You and Y. S. Kim, "A Position Control of Brushless DC Motor with Modified Variable Structure Controller," *Transaction of KIEE*, Vol.44, no. 4, pp.429-437, 1995.
- [18] D. H. Kim and C. Y. Won, "Position Control System for Induction Motor Using Fuzzy-Sliding Model Controller," *Transaction of KIEE*, Vol.44, no. 5, pp.627-623, 1995.
- [19] Y. M. Park and W. Kim, "A Study on the Power System Stabilizer Using Discrete-Time Adaptive Sliding Mode Control," *Transaction of KIEE*, Vol.45, no. 2, pp.175-184, 1996.
- [20] S. S. Lee, T. H. Kim, J. K. Park, "Sliding Mode-Model Following Power System Stabilizer Including Closed-Loop Feedback," *Journal of KIEE*, Vol. 9 no.3, pp.132-138, 1996.
- [21] J. H. Lee, J. M. Kim, S. K. Sul, and J. S. Won, "Speed Control of Interior Permanent magnet Synchronous Motor Using sliding Mode Control," *Transaction of KIEE*, Vol.44, no. 5, pp.603-612, 1996.
- [22] G. T. Kim and Y. D. Son, "Variable Structure Vector Controller Design for Position Control of Single-Sided Linear Induction Motor," *Transaction of KIEE*, Vol.45, no. 12, pp.1713-1721, 1996.
- [23] I. Y. So, K. M. Im, W. C. Ham, 슬라이딩 모드를 갖는 Bang-Bang 제어, '96 제어계측자동화로보틱스 연구회 합동 학술발표회 논문집, pp.98-102, 1996.
- [24] O. M. Oh, J. B. Park, J. M. Joo, "A Design of Fuzzy sliding Mode Controller for Trajectory Tracking of Robot Manipulators," *Transaction of KIEE*, Vol. 46, no.1, pp147-155., 1997.
- [25] J. S. Kim, S. M. Kim, and H. J. Yang, "Design of Disturbance Observer and Sliding Mode Controller for the Hovering System of Underwater Vehicles," *Journal of Automation and Systems Eng.*, Vol 3, no.1, pp40-45, 1997.
- [26] J. H. Lee and H. B. Shin, "A Variable Structure Tracking Controller for Robot Manipulators," *Transaction of KIEE*, Vol. 46, no.3, pp379-385., 1997.
- [27] K. P. Kang and J. J. Lee, "슬라이딩 모드관측기를 이용한 로봇매니퓰레이터를 위한 슬라이딩 모드제어기의 개발, '97 KACC.
- [28] K. M. Sobel and E. Y. Shapiro, "Eigenstructure Assignment for Design of Multimode Flight Control Systems," *IEEE Control System Magazine*, May, pp.9-15, 1985.