

## 유연성 로봇 매니플레이터에 대한 비선형 가변구조제어

### Nonlinear Variable Structure System Control for Flexible Link Robot Manipulators

김성태, 임규만, 함운철

전북대학교 전자공학과(Tel:0652-70-2405; Fax:+82-652-70-2400; E-mail:Wcham@elec.chonbuk.ac.kr)

*Abstract* - In this paper, Nonlinear VSS control based on bang-bang control concept is derived under the assumption that the control input is bounded. We try to derive control algorithm which has almost same performance as the time optimal control. We focus this control scheme on the real implementation of DC motor position controller of flexible link, i.e. we obtain the switching curves from the real data of DC motor system operating under the full maximum and minimum applied voltages. State space is separated into several regions and we set different switching surfaces in each region to reduce chattering problem. The efficiency of the proposed controller is compared with PID controller and it is shown that the controller converges fast than PID controller without chattering. The hybrid controller scheme is also proposed not only to control the position of hub but also to reduce the vibration of end tip of flexible link.

*Keywords* - VSS control, Chattering problem, Bang-Bang control, Hybrid control scheme

#### 1. 서론

최근 약 20년간 가변구조제어에 관한 많은 논문들이 국내외적으로 발표되어왔다[1]-[3]. 이러한 이유는 무엇보다도 가변구조제어가 가지고 있는 장점, 즉, 제어시스템의 파라메타에 대한 정확한 정보가 없더라도 이들 파라메타 변화량의 크기에 대한 정보만을 이용하여서도 강인성을 갖는 안정된 제어를 설계할 수 있음에 있다. 최근 비선형시스템에 대한 가변구조제어에 관한 연구[4], 비선형 스위칭곡선을 이용한 제어연구[5][6], sliding patch를 이용한 비선형관측기설계[7][8] 및 시스템의 외란에 대하여 적응제어기법을 접목한 제어연구[9] 등이 국내외적으로 활발히 진행중에 있다. 최근의 본 연구실의 연구[10]를 통하여, 가변구조제어에 있어서 입력의 크기가 제한될 경우, 제어하는 매 순간에 있어서 hitting 조건( $ss < 0$ )이 만족되지 않을 수도 있음이 밝혀졌다. 따라서 본 연구에서는 실제적인 시스템에서 발생할 수 있는 이러한 문제점들을 해결함은 물론 시간최적해에 근접하는 제어성능을 얻을 수 있는 새로운 제어기법을 bang-bang 제어 개념을 토대로하여 소개한다. 본 제어기법에서 주요점을 둔 사항은 실제로 구현된 위치제어 시스템의 모터특성 데이터(위치 및 속도에 관한 데이터)에 근거하여 스위칭 곡선을 설정한 결과, 채터링 문제를 해결할 수 있는 새로운 방법론을 제시한 점이다. 제안된 제어알고리즘은 본 연구실에서 제작한 3 관절 유연성 로봇 팔(마지막 3번째 관절이 유연성 관절임)의 첫 번째 및 두 번째 관절의 DC 모터 위치제어와 세 번째 유연성관절의 허브축 DC 모터 위치제어에 활용되었다. 세 번째 관절인 유연성관절의 끝점에 대한 진동을 억제할 수 있는 제어기법을 위해서는 본 연구에

서 제안하는 혼성제어 기법을 적용하였으며, 실험을 통하여 기존의 국내외 연구결과에 비하여 대단히 향상된 성능을 나타낼 수 있었다.

#### 2. 슬라이딩 모션을 갖는 Bang-Bang 제어

##### 2.1 이론적 배경

식 (2.1)과 같은 시스템을 고려하도록 한다.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -f_r x_2 + u \end{cases} \quad (2.1)$$

여기서  $f_r$ 은 마찰력이고,  $|u| \leq \alpha$ ,  $\alpha > 0$  이다.

식 (2.1)과 같은 시스템에서는 입력이 제한되어 있으므로  $ss < 0$ 를 만족하는 입력이 존재하지 않을 수도 있다. 그렇기 때문에 실제의 시스템에 가변구조제어를 적용할 때 문제점이 발생할 수도 있다.

따라서, 본절에서는 이러한 문제점을 해결하기 위해서 슬라이딩 모션을 갖는 bang-bang 제어[10]를 도입하도록 한다.

식 (2.1)에서 제한된 최대입력을 가하였을때의 상태궤적중 원점을 지나는 곡선을 스위칭 곡선으로 선정하면 그림 2.1과 같다.

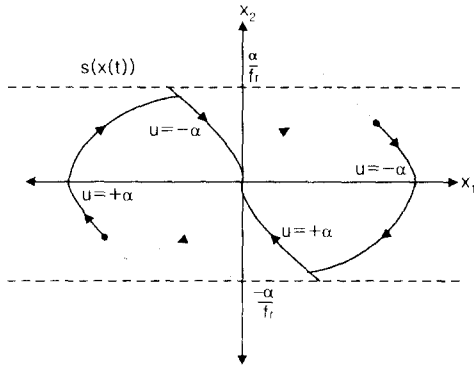


그림 2.1  $u = \alpha, -\alpha$  에서의 상태계적

그림 2.1에서  $s(x(t))$ 를 스위칭 곡선으로 선정하면 식 (2.2)와 같은 제어입력은 식 2.3와 같다.

$$s(x(t)) = x_1 + \frac{x_2}{f_r} + \frac{\alpha \operatorname{sgn}(x_2)}{f_r^2} \ln\left(\frac{\alpha}{\alpha + f_r x_2 \operatorname{sgn}(x_2)}\right) \quad \text{for } \frac{-\alpha}{f_r} < x_2 < \frac{\alpha}{f_r} \quad (2.2)$$

$$u(t) = \begin{cases} -\alpha, & \text{for } s(x(t)) > 0 \\ +\alpha, & \text{for } s(x(t)) < 0 \\ -\alpha, & \text{for } s(x(t)) = 0 \text{ and } x_2(t) > 0 \\ +\alpha, & \text{for } s(x(t)) = 0 \text{ and } x_2(t) < 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

그림 2.1은 최적시간 제어이지만 시스템에 불확실성이 포함되어 있거나 잡음이 존재할 경우에는 최적시간제어가 가능하지 않을 것이다. 따라서, 그림 2.2와 같이 스위칭 평면을 수정하여 상태가 새로운 슬라이딩 평면( $s(x(t))_m$ )에 먼저 부딪히도록 하고 가변구조 이론을 적용한다. 수정된 슬라이딩 평면의 방정식은 식 (2.4)와 같다.

$$s_m = x_1 + \frac{x_2}{f_r} + \frac{(\alpha - \epsilon_1) \operatorname{sgn}(x_2)}{f_r^2} \ln\left(\frac{\alpha - \epsilon_1}{\alpha - \epsilon_1 + f_r x_2 \operatorname{sgn}(x_2)}\right) \quad \text{for } \frac{-\alpha}{f_r} < x_2 < \frac{\alpha}{f_r} \quad (2.4)$$

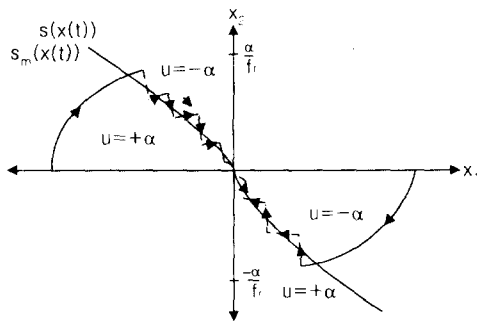


그림 2.2 슬라이딩 평면  $s(x(t))_m$

## 2.2 계단 스위칭 평면

슬라이딩 모드를 갖는 bang-bang 제어는 최적시간 제어에 슬라이딩 모드의 장점을 합성한 것이므로 많은 장점을 가지고 있다. 그러나 이러한 제어법칙을 시스템에 적용할 때 채터링 현상에 의한 문제점이 발생된다. 예를 들어 모터에 이러한 제어입력을 적용하면 채터링에 의해서 모터가 과열되어 파손될 경우가 발생할 것이다. 따라서 본 절에서는 채터링 현상을 줄이기 위해서 그림 2.3과 같은 계단 스위칭 평면을 제안한다.

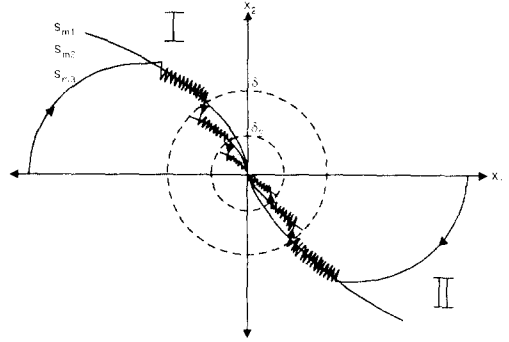


그림 2.3 계단 스위칭 평면

그림 2.3과 같은 스위칭 평면( $s_1, s_2, s_3$ )을 이용함으로써 채터링 현상을 감소시킬 수 있다. 상태가 미리 선정할 경계영역( $\delta_1, \delta_2$ )내로 들어오면 입력의 크기가 더 작은 스위칭 평면( $s_2, s_3$ )으로 hitting하도록 하고 계속해서 슬라이딩 현상이 일어나도록 제어입력을 가한다. 따라서 입력의 크기가 줄어들기 때문에 채터링의 크기도 줄어든다. 여기서  $\delta_1, \delta_2$ 는 시간과 채터링 현상을 고려해서 선정해야 할 것이다.

입력이 각각  $u = \pm \alpha \mp \epsilon_1, \pm \beta \mp \epsilon_2, \pm \gamma \mp \epsilon_3$ 일때의 스위칭 평면은 식 2.5와 같다.

$$s_{m1} = \begin{cases} x_1 + \frac{f_r x_2 + (\alpha - \epsilon_1) \ln\left(\frac{\epsilon_1 - \alpha}{\epsilon_1 - \alpha - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 < 0 \text{ and } x_2 > 0 \\ x_1 + \frac{f_r x_2 + (\epsilon_1 - \alpha) \ln\left(\frac{\alpha - \epsilon_1}{\alpha - \epsilon_1 - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 > 0 \text{ and } x_2 < 0 \end{cases}$$

$$s_{m2} = \begin{cases} x_1 + \frac{f_r x_2 + (\beta - \epsilon_2) \ln\left(\frac{\epsilon_2 - \beta}{\epsilon_2 - \beta - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 < 0 \text{ and } x_2 > 0 \\ x_1 + \frac{f_r x_2 + (\epsilon_2 - \beta) \ln\left(\frac{\beta - \epsilon_2}{\beta - \epsilon_2 - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 > 0 \text{ and } x_2 < 0 \end{cases}$$

$$s_{m3} = \begin{cases} x_1 + \frac{f_r x_2 + (\gamma - \epsilon_3) \ln\left(\frac{\epsilon_3 - \gamma}{\epsilon_3 - \gamma - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 < 0 \text{ and } x_2 > 0 \\ x_1 + \frac{f_r x_2 + (\epsilon_3 - \gamma) \ln\left(\frac{\gamma - \epsilon_3}{\gamma - \epsilon_3 - f_r x_2}\right)}{f_r^2} & \text{for } x_1 > 0 \text{ and } x_2 < 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

이 스위칭 함수로부터 제어법칙은 다음과 같다.

$$u = \begin{cases} +\alpha & \text{for } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} > \delta_1 \text{ and } s_1 < 0 \\ -\alpha & \text{for } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} > \delta_1 \text{ and } s_1 > 0 \\ +\beta & \text{for } \delta_2 < \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < \delta_1 \text{ and } s_2 < 0 \\ -\beta & \text{for } \delta_2 < \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < \delta_1 \text{ and } s_2 > 0 \\ +\gamma & \text{for } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < \delta_2 \text{ and } s_3 < 0 \\ -\gamma & \text{for } \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < \delta_2 \text{ and } s_3 > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

여기서  $\alpha > \beta > \gamma$ ,  $\alpha > \varepsilon_1 > 0$ ,  $\beta > \varepsilon_2 > 0$ ,  $\gamma > \varepsilon_3 > 0$ 이다.

다음으로 식(2.6)의 제어 입력이 슬라이딩모션을 일으키는지 알아 보자.

$$s_{m1} = \frac{u}{f_r} + \frac{\alpha - \varepsilon_1}{f_r} \left( \frac{-f_r x_2 + u}{\varepsilon_1 - \alpha - f_r x_2} \right), \text{ for } 0 < x_2 < \frac{\alpha}{f_r} \quad (2.7)$$

1)  $s_{m1} > 0$ ,  $u = -\alpha$

$$s_{m1} = \frac{-\alpha}{f_r} + \frac{\alpha - \varepsilon_1}{f_r} \left( \frac{-f_r x_2 - \alpha}{\varepsilon_1 - \alpha - f_r x_2} \right) < \frac{-\alpha}{f_r} + \frac{\alpha - \varepsilon_1}{f_r} \left( \frac{\alpha}{\alpha - \varepsilon_1} \right) < 0$$

2)  $s_{m1} < 0$ ,  $u = \alpha$

$$s_{m1} = \frac{\alpha}{f_r} + \frac{\alpha - \varepsilon_1}{f_r} \left( \frac{-f_r x_2 + \alpha}{\varepsilon_1 - \alpha - f_r x_2} \right) > \frac{\alpha}{f_r} + \frac{\alpha - \varepsilon_1}{f_r} \left( \frac{\alpha}{\varepsilon_1 - \alpha} \right) > 0$$

따라서  $s_{m1}$ ,  $s_{m1} < 0$  그림 2.3의 I 영역에서 만족되고 마찬가지로 II 영역과  $s_{m2}$ ,  $s_{m3}$ 에 대해서도 위의 증명이 적용된다.

이와같이 여러개의 스위칭곡선을 도입함으로써 최적시간에 가깝고 슬라이딩 모션을 이루면서 채터링현상을 줄일수 있는 제어 법칙이 시스템에 도입될 수 있다.

### 3. 혼성 제어기

본절에서는 flexible link의 위치( $\theta$ )와 end tip의 진동( $\gamma$ )을 동시에 제어하기 위해서 혼성제어기(hybrid controller)를 제안한다. 허브의 위치제어는 2장의 최적시간 슬라이딩모드 제어기를 이용하고 진동은 첫 번째 진동모드( $\gamma_1$ )만을 고려하고 유연성 관절의 특성을 이용하여 다음과 같은 제어기를 구성한다.

- $\theta_e(t)$ 가 양이고  $\gamma_1$ 이 경계영역 내부(I)에 있을때는 위치제어모드
- $\theta_e(t)$ 가 양이고  $\gamma_1$ 이 경계영역 외부(II)에 있을때는 진동제어모드
- $\theta_e(t)$ 가 음이고  $\gamma_1$ 이 경계영역 내부(III)에 있을때는 위치제어모드
- $\theta_e(t)$ 가 음이고  $\gamma_1$ 이 경계영역 외부(IV)에 있을때는 진동제어모드

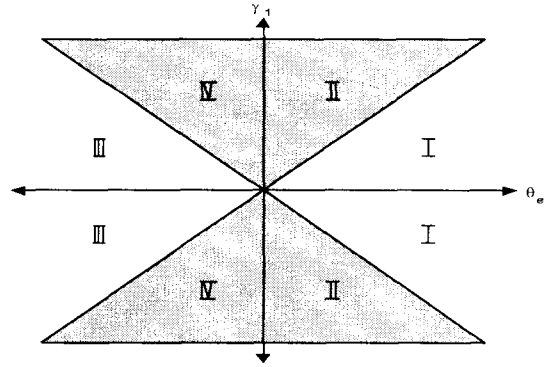


그림 3.1 혼성제어기의 제어 동작

## 4. 시뮬레이션

본절에서는 2장의 최적시간 슬라이딩 모드제어기에 대해서 컴퓨터 시뮬레이션을 하였다. PID제어기와 성능비교를 통하여 알고리즘의 우수성을 입증하였고 채터링 현상을 감소함으로써 DC 모터 제어에 적용할 수 있음을 알 수 있었다. 시뮬레이션은 식(2.1)을 이용하였고 고려된 수치는 표 4.1과 같고 그림 4.1-3에 결과를 나타내었다.

표 4.1 시뮬레이션 파라메터

$s_1$	$u=1$	$f_r$	0.2
$s_2$	$u=0.05$	$\delta_1$	1
$\varepsilon_1$	0.2	$x_1^0$	-2
$\varepsilon_2$	0.05		

## 5. 실험

본절에서는 제안된 알고리즘을 3관절 유연성 로봇 매니퓰레이터(마지막 관절이 유연성 관절)에 적용하였다. 허브의 위치제어기는 최적시간 가변구조제어기를 이용하고 혼성제어기를 이용함으로써 원하는 위치에 진동을 최소화하면서 도착하도록 하는 실험결과를 얻을 수 있었다. 실험의 하드웨어 구성은 그림 5.1과 같고 그림 5-2~4에 실험결과를 나타내었다.

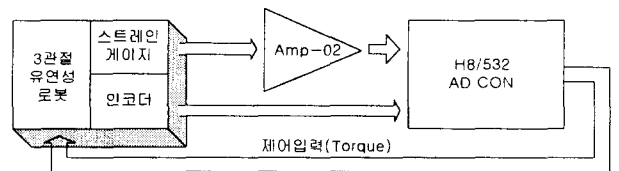


그림 5.1 하드웨어 구성도

## 6. 결론

본 논문에서는 bang-bang제어와 슬라이딩모드 제어를 이용하여 제안된 입력을 갖는 시스템에 대한 슬라이딩 모드 제어기를

설계하였고, 계단 스위칭 평면을 통하여 채터링 현상이 감소하도록 하였다.

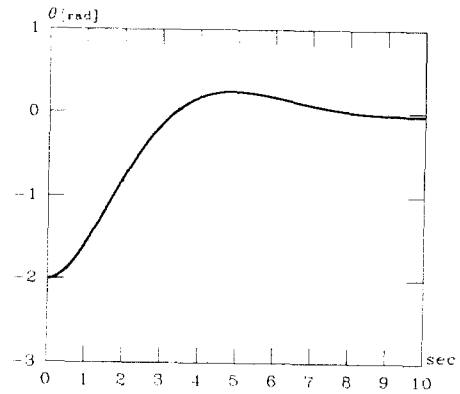
컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 제안된 알고리즘을 PID제어기와 비교하여 성능의 우수함을 확인하였고, 3관절 유연성 로봇에 3장에서 제안한 혼성제어기를 이용함으로써 진동과 허브의 각도를 제어할 수 있었다.

제안된 제어기는 시스템을 동작시키는 DC모터의 특성곡선을 이용함으로써 불확실한항을 갖는 시스템에 대하여 파라메타의 정확한 추정없이도 입력을 설계할 수 있는 장점을 가지고 있다.

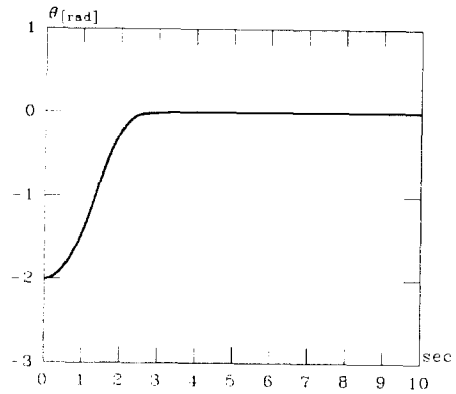
앞으로는 채터링 현상을 최소화 하기 위해서 최적의 윈의 갯수와 크기 선정에 대해서 연구가 수행될 것이고 모터의 특성곡선이 시간에 따라 변하는 시스템에 대하여 적응능력을 갖는 알고리즘의 개발이 진행될 것이다.

### 참고문헌

- [1] Utkin V.I., "Variable Structure Systems with Sliding Mode," IEEE Trans. Automat. Contr., vol. AC-22, no. 2, pp. 212-222, 1977.
- [2] S.V.Drakunov, and Utkin V.I., "Sliding Mode Control in Dynamic Systems," Int. Journ. of Contr., vol. 55, no. 4, pp.1029-1037, 1992.
- [3] R.A.DeCarLo, and S.V.Drakunov., "Sliding Mode Control Design via Lyapunov Approach," Proc. of the CDC., vol 2, pp. 1925-1930, 1994.
- [4] J.J.Slotine, "Sliding Controller Design for Nonlinear Systems," Int.Journ. of Contr, vol.40, no.2, pp.421-434,1984
- [5] V.K.Chu and M.Tomizuka, "Sliding Mode Control with Nonlinear Sliding Surfaces," Proc. of IFAC, vol. 13, no. 2, pp.481-486, 1996
- [6] 김성태, 한종길, 임규만, 함운철, "비선형 스위칭 평면을 이용한 슬라이딩모드 제어기 설계," 제어.자동화.로보틱스연구회 합동학술대회 논문집, pp. 36-40, 1997
- [7] J.J.Slotine and S.S.Sastry, "Tracking control of nonlinear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulator." Int Journ. of Contr., vol.38, no.2, pp.465-492,1983.
- [8] K.M.Im and W.C.Ham, "Nonlinear Observer for Flexible Joint Robots," K-J Joint Semi. pp.77-89, 1993.
- [9] J.W.Kim, J.H.Lee and W.C.Ham, "Robust Adaptive Control for a Sort of Uncertain Systems,"KITE. J. of EE. vol.30, no. 3, pp. 216-224, 1993.
- [10] 소일영, 임규만, 함운철, "슬라이딩 모드를 갖는 Bang-Bang 제어," 제어.자동화.로보틱스연구회 합동학술대회 논문집, pp.98-102,1996
- [11] V. I. Utkin, Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems, Moscow : Mir, 1978



(a) PID 제어기



(b) VSS

그림 4.1 Hub 각 ( $\theta$ )

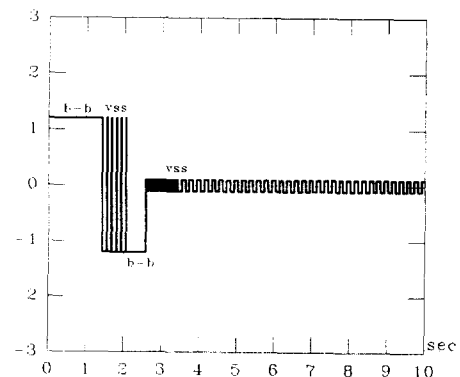
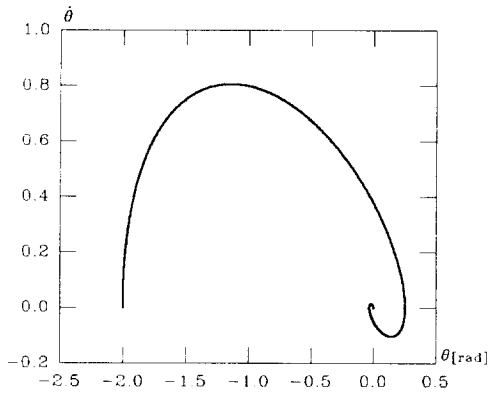


그림 4.2 VSS 제어 입력



(a) PID 제어기

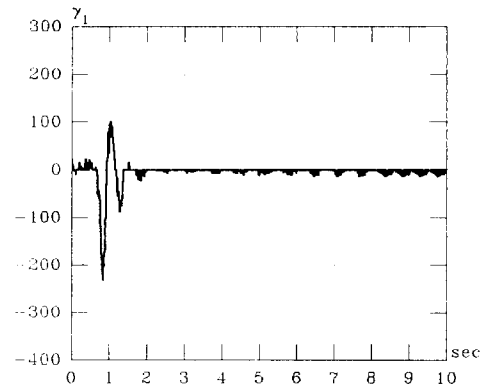
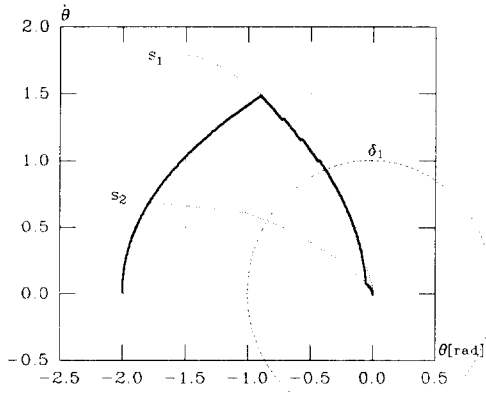


그림 5.4 진동 ( $\gamma_1$ )



(b) VSS 제어기

그림 4.3 Phase plane trajectory

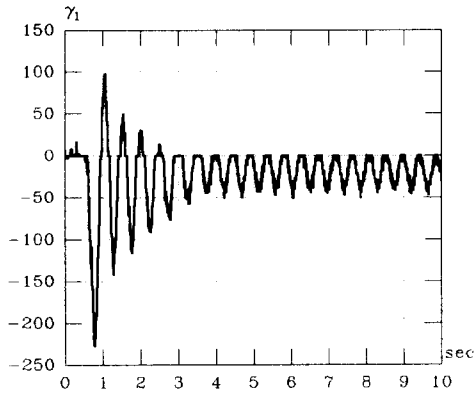


그림 5.2 진동 특성(진동제어입력=0)

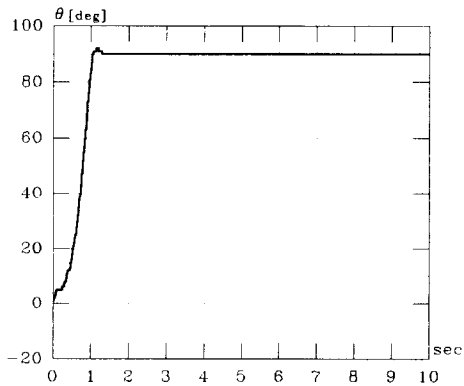


그림 5.3 허브 각도 ( $\theta$ )