

비접촉식 와전류형 제동 장치의 최적 토오크 제어

Optimal Torque Control of Noncontact type Eddy Current Brake System

°이 갑진*, 박 기환*, 류 제하*

* 광주과학기술원 기전공학과 (Tel:+82-62-970-2391; Fax:+82-62-970-2384; E-mail:Khpark@smart.kjist.ac.kr)

Abstract A contactless eddy current type braking system is developed to take advantages of the recent brake system which uses hydraulic force can show high efficiency in a certain velocity region, but not in a high velocity region, and has initial response delay time and pressure build-up time which make stopping distance longer. These are the limits of mechanical brake system of a contact type, which makes a concept brake system required. So, in this paper, the contactless brake system of a inductive current type is chosen instead of hydraulic brake system. This brake system can be used almost forever for being no wear and contributed to lightening weight of a vehicle. Besides, the contactless brake system can be used as that of electric or solar car with anti-lock brake system. The analysis of induced electromotive force and braking torque obtained with theoretical approximate model, the design of a braking system and a nonlinear controller, and the results of simulation of the ABS, experiment are included.

Keywords Sliding Mode Control, eddy current brake system(ECB), slip ratio, anti-lock brake system

서론

기존의 제동 장치들은 유압과 공압을 이용하여 제동 디스크에 마찰력을 가함으로서 제동력을 발생시킨다. 이러한 방식의 제동 장치들은 압력 상승 시간의 지연과 마찰로 인한 브레이크 패드의 마모, 큰 부피, 고속에서의 제동력 감소의 문제점들을 지니고 있다. 차량의 최고 속력이 증가함에 따라서 안정성과 신뢰성을 확보하기 위해 더욱 효율적인 제동 장치가 필요하게 되었다. 본 논문에서는 비접촉 방식의 와전류형 제동 장치가 기존 장치의 문제점을 보완하기 위해 제안된다. 와전류형 제동 장치에서는 전기적인 현상으로 제동력을 발생시키므로 시간 지연 현상이 기계 장치에 비해 거의 없고 마모가 생기지 않으며 속도에 비례하는 제동력을 가지고 있다. 더욱이 슬립 현상이 일어나면 제동력의 속도 비례 특성으로 인해 바퀴의 잠김 현상을 자동적으로 방지할 수 있다. 그러므로 잠김 방지 장치(Anti-lock Brake System)의 제어기법이 추가되면 더욱 빠른 제동 특성을 제공할 수 있다.

와전류형 제동 장치에서 사용하는 제동 디스크는 기존의 것과 모양과 크기가 유사하지만 다른 재질을 가지고 있다. 그림 1(a)에서 자속이 회전 도체를 관통하면 도체 내부에 와전류가 유도되고 와전류와 자속 사이의 상호 작용에 의해 반발력이 생기게 된다. Lee Barn과 이외의 사람들은[2],[10],[5],[8],[7] 와전류에 의해 도체 내에서 소비되는 전력이 모두 제동 토크 발생에 사용된다는 가정하에서 와전류의 양과 제동토크를 계산하였다. Louis H Cadwell 과 이외의 사람들은[4] 와전류가 도체 디스크 상에 가상의 경로를 따라 흐른다는 가정하에 실험을 통한 가상 경로의 값을 구하고 Lorentz 의 힘의 공식을 적용하였다. N. Burais 와 이외의 사람들은[3] 과도기 및 정상 상태에서의 와전류 효과를 알아보기 위해 Maxwell 방정식으로 부터 유도된 확산 공식에 유한 요소법을 적용하였다.

본 연구에서는 Lee Barn[2]에 의해 제안된 근사 모델을 기준으로 제동력이 계산되었으며 제동 상수값(T_i)이 지면과의 마찰력을 고려하지 않은 상태에서의 실험을 통해 보정된다.

앞에서 언급된 와전류에 대한 이론적인 연구들에 의하면 와전류에 의한 제동력은 디스크의 회전 속도와 자속 밀도를 만들어 주기 위해서 가해진 입력 전류의 함수임을 알 수 있다. 입력 전류가 일정하다면 제동력은 디스크의 회전 속도에 비례하고 이 특성은 차량의 바퀴에 잠김 현상이 발생하는 것을 일부 막아준다. 그러므로 본 제도 장치를 잠김 방지 장치에 적용할 경우, 적절한 제어 기법이

도입되면 더욱 뛰어난 기능을 얻을 수 있다.

최적 토크 제어는 제동 거리를 최소화시키는 제어 입력을 만든다. 최소 제동 거리는 바퀴와 지면 사이의 마찰 계수가 최대값을 유지할 때 이루어지고 마찰 계수는 바퀴 속도와 차량 속도의 차이에서 생기는 슬립율에[11] 따라 변하므로 도로 상황에 알맞은 슬립율을 유지함으로써 최대 마찰계수 값을 얻을 수 있다.

제동력은 입력 전류와 회전 속도로 표현되는 비선형적인 함수이고 제동계의 동역학 모델에는 불확실성이 존재하므로 Robust Control 의 일종인 sliding mode 제어가 설계되고 본 장치의 우수한 성능을 보여주기 위해서 simulation 과 실험이 수행된다.

제동력 해석

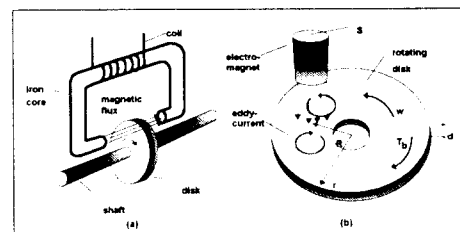


그림 1: 와전류형 제동 장치의 개략도

Fig.1: Schematic configuration of an eddy current brake system

그림 1(b)는 자속이 관통하는 디스크의 단면적을 나타낸다. d , S , R , r , w 는 각각 디스크의 두께, 자속이 관통하는 단면적, 디스크 중심에서 단면적 중심까지의 거리, 디스크의 반경, 회전 속도를 나타낸다.

철심과 공극으로 이루어져 있는 자기회로를 흐르는 총 자속의 양은 다음과 같고

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathfrak{R}} \quad (1)$$

\mathcal{F} 와 \mathfrak{R} 는 각각 기자력(magnetomotive force) 과 자기 저항(magnetic reluctance) 을 나타내고 이들은 각각 다음과 같이 표현된다.

$$\mathcal{F} = Ni \quad (2)$$

$$\mathfrak{R} = \frac{l_g}{\mu_0 S} \quad (3)$$

여기서 N, l_g, μ_o 는 각각 철심에 감긴 권선수, 공극의 길이, 공기중의 투자율(permeability)을 나타낸다. 철심의 투자율을 무한대라고 가정하면 철심 내부의 자기 저항은 영이고 공기중의 자기 저항만이 자기 회로의 총 자기 저항에 영향을 미친다. 식.(1) 에서 식.(3) 으로부터 자속 밀도는 다음과 같이 표현될 수 있다[12].

$$B = \frac{\mu_o N i}{l_g} \quad (4)$$

식.(4)에서 볼 수 있듯이 철심의 투자율과 자속이 관통하는 단면적의 크기와 모양은 자속 밀도에 영향을 미치지 못한다는 것을 알 수 있다. 그러나 강자성체 내에서 자속 밀도의 포화 현상을 고려한다면 자속 밀도의 범위는 0.4에서 2.1 T가량[1] 입력 전류에는 한계가 있게 된다. 자속 밀도와 회전 도체의 상호 작용에 의해 도체 디스크의 내부에 발생하는 전류 밀도는 다음과 같고[8]

$$J = \sigma(v \times B) \quad (5)$$

σ 와 v 각각 도전율과 자속이 관통하는 지점에서 디스크의 선속도이다. 와전류에 의해서 도체 내부에서 소비되는 전력(P_d)이 모두 제동력으로 변환되었다면 제동 토크 T_b [8]는

$$T_b = \frac{P_d}{\theta} \quad (6)$$

이고 여기서 θ 는 디스크의 회전 속도를 나타낸다. 식.(5)을 이용해서 총 전력 소비 P_d 를 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_d &= \rho J^2 \times Volume \\ &= \sigma R^2 S d \theta^2 B^2 \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 ρ 는 비저항(resistivity)를 나타낸다. 제동 토크는 다음과 같이 표현된다.

$$T_b = \sigma R^2 S d \left(\frac{\mu_o N}{l_g}\right)^2 i^2 \theta \quad (8)$$

그러나 누설 자속과 비균일 자속, 철심의 모양은 식.(8)에서 고려되지 않았으므로 T_b 는 보상 인자 α 와 C 를 이용해서 보상된다[2]. 그러므로 식.(8)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T_b = T_i i^2 \theta \quad (9)$$

여기서 T_i 는 $\alpha C \sigma R^2 S d \left(\frac{\mu_o N}{l_g}\right)^2$ 이고 α, C 는 각각 다음과 같이 표현되며

$$\alpha = 1 - \frac{1}{2\pi} \left[4 \arctan\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{b}{a} \ln\left(1 + \frac{a^2}{b^2}\right) - \frac{a}{b} \ln\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right) \right] \quad (10)$$

$$C = 0.5 \left[1 - \frac{ab}{\pi \left(1 + \frac{R}{r}\right)^2 (r - R)^2} \right] \quad (11)$$

a 와 b 는 철심의 단면적의 너비와 길이를 나타낸다.

동역학 해석

1/4 차량이 미끄럼 현상없이 순수한 구름 운동으로만 감속한다면 차량의 속도(\dot{x})와 바퀴의 선속도($R_o \dot{\theta}$)는 항상 같은 크기를 갖는다. 하지만 미끄럼 현상이 발생하면 앞에서와 같은 관계는 성립하지 않는다.

그림 2에서 제동 토크와 지면과의 마찰력이 존재할 때 1/4 차량의 운동을 표현하고 있고 운동 방정식이 다음과 같다.

$$\frac{m}{4} \ddot{x} = -F_f = -\mu_H N_f = -\mu_H \frac{mg}{4} \quad (12)$$

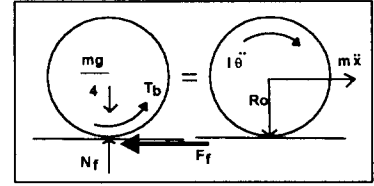


그림 2: 1/4 차량의 동역학
Fig.2: Dynamics of 1/4 vehicle model

$$I \ddot{\theta} = -T_b - T_c + R_o F_f = -T_i i^2 \theta - T_c + R_o \mu_H N_f \quad (13)$$

여기서 μ_H, I, T_c 는 각각 마찰계수, 관성 모멘트, 회전 디스크에 작용하는 기계적 마찰과 점성 마찰에 의한 토크이다.

제동 시스템의 성능을 알아보기 위한 중요한 변수로서 슬립율이 필요하고 다음과 같이 s_r 로 정의된다.

$$s_r = 1 - \frac{R_o \dot{\theta}}{\dot{x}} \quad (14)$$

그림 3은 슬립율과 제동력 계수(마찰 계수) 사이의 관계를 나타내며 포장된 마른 도로에서 직선 주행 중이라는 조건을 가정하였다[11] 그림 3으로부터 슬립율이 0.2일때 최대 제동력 계수(마찰 계수)가 유지된다는 것을 알 수 있다.

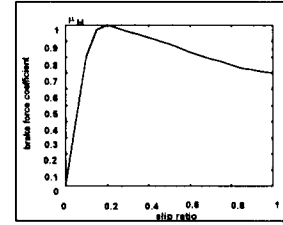


그림 3: 슬립율 대 마찰계수

Fig.3: slip ratio vs. braking force coefficient

제동 장치의 설계

간단한 실험을 위한 시험 모델에 대한 제동 장치의 설계 조건이 표 1에 주어진다. 이 모형은 실제 차량의 미끄럼 방지 제동 장치로 사용하기 위한 와전류형 제동 장치의 제작 가능성을 살펴 보기 위해 구성되었다. 실제 차량의 와전류형 제동 장치의 설계는 차량에 장착할 수 있는 크기와 모양을 기초로 하였으며 SAE(Society of Automotive Engineering) 표준[6]의 최대 및 평균 제동력을 만족시킬 수 있도록 크기 이외의 설계값들이 전기적 사양의 한계에 맞추어서 결정된다. 이의 결과로 최적 설계치가 표 2에 나와 있으며 이것들은 철심에서의 자속밀도의 최대 한계가 2.1T이고[1] 제동 디스크의 재질이 크롬동이라는 가정하에 결정되었다.

표 2에서 철심의 크기와 모양을 최적화시키기 위해서 제동 토크 상수(T_i)를 인덱스로 사용하였고 a, b, R 값의 최적화를 위해서 a 값을 크기의 한계치로 고정시킨 채로 b 와 R 에 대한 최적화 과정을 거쳤다.

제어기 설계

만약 제동력이 감소하면 제동 거리가 증가하고 너무 커도 미끄럼 현상때문에 제동 거리는 증가하게 된다. 그러므로 제동 거리를 짧게 하기 위해서는 적절한 제동력을 유지시키는 제어기가 필요하다. 이 절에서는 sliding mode 제어기가 소개된다[9].

식.(12) 와 식.(13)를 다음과 같이 고쳐쓸 수 있다.

$$\ddot{x} = -\mu_H g \quad (15)$$

$$\ddot{\theta} = -\tau_i u \dot{\theta} - \tau_c + \mu_H \tau_f \quad (16)$$

표 1: 시험 모델을 위한 설계 변수

Table 1: Design Parameters for the demonstration model

| | |
|---|----------|
| mass of vehicle, m | 4[kg] |
| radius of wheel, R_o | 5[cm] |
| number of turns, N | 970 turn |
| air gap, l_g | 5[mm] |
| radius of brake disk, r | 5[cm] |
| thickness of the disk, d | 3[mm] |
| width of cross section of iron core, a | 4[cm] |
| height of cross section of iron core, b | 2[cm] |
| the distance between center of disk and center of the core, R | 32.9[mm] |

표 2: 실차를 위한 설계 변수

Table 2: Design Parameters for the real model

| | |
|---|----------------------------|
| mass of vehicle, m | 1200[kg] |
| radius of wheel, R_o | 38.1[cm] |
| mass moment of inertia, I | 0.5645[kg.m ²] |
| air gap, l_g | 5[mm] |
| radius of brake disk, r | 19[cm] |
| thickness of the disk, d | 3[mm] |
| maximum current | 8[A] |
| desired maximum deceleration | 0.5g |
| width of cross section of iron core, a | 10[cm] |
| height of cross section of iron core, b | 10[cm] |
| the distance between center of disk and center of the core, R | 13.5[cm] |

여기서 $\tau_i = T_i/I, \tau_c = T_c/I, \tau_f = T_f/I, u = i^2$ 이다. 불확실성을 대표하는 쿨롱 토크(τ_c)의 예측값을 $\hat{\tau}_c$ 로 나타내며 오차 범위는 다음과 같다.

$$|\hat{\tau}_c - \tau_c| \leq \tau_c^* \quad (17)$$

차량의 슬립율(slip ratio, s_r)이 적정값(s_{rd})을 유지하도록 하기 위해서 시변 미끄럼 표면(time varying sliding surface, $s(s_r, t)$)을 다음과 정의할 수 있다.

$$s(\theta, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda\right)^{n-1} \hat{s}_r \quad (18)$$

여기서 $\hat{s}_r = s_{rd} - s_r$ 이다. 만약, $n=1$ 이라면 식.(18)은 다음과 같이 되고

$$s = s_{rd} - s_r \quad (19)$$

미끄럼 표면의 미분치(derivative of sliding surface)는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{s} &= -\dot{s}_r \\ &= -\frac{d}{dt} \left(1 - \frac{R_o \dot{\theta}}{x}\right) \\ &= \frac{R_o}{(x)^2} [\mu_H g \dot{\theta} - \dot{x}(\tau_c - \mu_H \tau_f) - \dot{x} \tau_i \dot{\theta} u] \end{aligned} \quad (20)$$

식.(20)이 영이 되도록 하는 최적의 값은 \hat{u} 이고 다음과 같다.

$$\hat{u} = \mu_H g \frac{1}{\dot{x} \tau_i} + \frac{1}{\tau_i \dot{\theta}} (\mu_H \tau_f - \hat{\tau}_c) \quad (21)$$

여기서 \hat{u} 는 쿨롱 토크의 예측에 대한 오차가 영이라는 가정하에서 나온 값이다. 그러나 실제로는 오차가 영이 아니므로 식.(22)로 표현되는 미끄럼 조건을 만족시키기 위해서 불연속값인 \hat{u} 를 제어 입력에 추가한다.

$$s \cdot \dot{s} \leq -\eta |s| \quad (22)$$

식.(20)을 식.(22)에 대입하면 다음과 같다.

$$s \cdot \dot{s} = s \cdot \frac{R_o}{(x)^2} [\mu_H g \dot{\theta} - \dot{x}(\tau_c - \mu_H \tau_f) - \dot{x} \tau_i \dot{\theta} u] \quad (23)$$

만약, \hat{u} 가 다음과 같다면

$$\hat{u} = \frac{\tau_c^* + \eta}{\tau_i \dot{\theta}} \text{sgn}(s) \quad (24)$$

$u = \hat{u} + \bar{u}$ 이므로 식.(23)은 다음과 같이 표현된다.

$$s \cdot \dot{s} = s \cdot [\hat{\tau}_c - \tau_c - (\tau_c^* + \eta) \text{sgn}(s)] \frac{R_o}{x} \quad (25)$$

$s \geq 0$ 이라면, 식.(17)로부터 $\hat{\tau}_c - \tau_c - \tau_c^* - \eta \leq 0$ 이 성립하고, $s \leq 0$ 이라면 $\hat{\tau}_c - \tau_c + \tau_c^* + \eta \geq 0$ 이 성립된다. 그러므로 아래의 제어입력 u 는 미끄럼 조건을 만족시킨다는 것을 알 수 있다. 그러므로 식.(26) 식.(22)의 미끄럼 조건을 만족한다.

$$u = \hat{u} + \bar{u} = \mu_H g \frac{1}{\dot{x} \tau_i} + \frac{1}{\tau_i \dot{\theta}} [(\mu_H \tau_f - \hat{\tau}_c) + (\tau_c^* + \eta) \text{sgn}(s)] \quad (26)$$

그러나 식.(26)은 떨림 현상이 존재하므로 이를 막기 위해 다음과 같이 연속 근사화시킬 수 있다[9].

$$u = \hat{u} + \bar{u} = \mu_H g \frac{1}{\dot{x} \tau_i} + \frac{1}{\tau_i \dot{\theta}} [(\mu_H \tau_f - \hat{\tau}_c) + (\tau_c^* + \eta) \text{sat}(s/\Phi)] \quad (27)$$

모의 실험 및 실험결과

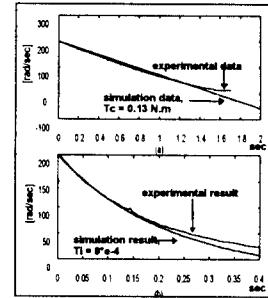


그림 4: 변수 보정을 위한 회전 속도 : (a) 제동력 없이 쿨롱 마찰에 의해 감속될 때 (b) 제동력이 추가되었을 때

Fig.4: Angular velocity of the disk for calibration : (a) by friction without braking torque, (b) by braking torque with friction

실험 장치의 불확실성인 마찰 토크(T_c)와 제동 장치의 구조 및 특성으로 인해 생기는 제동 상수(T_i)의 측정을 위해서 식.(28)과 같은 동역학 모델을 구했다.

$$I \ddot{\theta} = -T_i i^2 \dot{\theta} - T_c \quad (28)$$

이 식은 지면과 바퀴 사이의 마찰력을 고려하지 않은 것이다. 우선 디스크의 회전 속도를 200 rad/sec 로 유지한 뒤에 제동력이 가해지지 않은 상태에서 기계적 마찰 토크에 의한 감속이 이루어 졌다. 그림 4(a)에서 나타나듯이 약 30 rad/sec 이하에서는 센서 오류에 의한 오차가 발생함을 알 수 있다. 다음은 제동력을 만들어 주는 외부 자기장을 만들기 위해서 철심에 감긴 코일에 전류 2.5(A)를 흘려

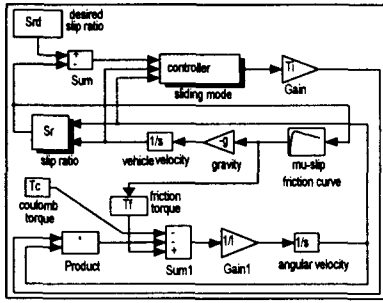


그림 5: 제어 블록도

Fig.5: Control block diagram

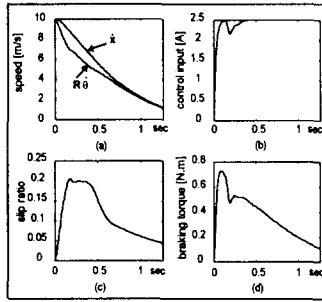


그림 6: 시험 모델의 모의 실험 결과 : (a) 차량 및 바퀴의 선속도 (b) 제어 입력 (c) 슬립율 (d) 제동토크

Fig.6: Simulation results of demonstration : (a) vehicle and wheel velocity, (b) control input, (c) slip ratio, (d) braking torque

주었다. 이때 생기는 자기장은 비교적 균일하며 누설 자속으로 인한 공극에서의 자속 밀도가 최고 25 퍼센트 가량 감소하였다. 그림 4(b)에서 제동력이 존재할 때의 감속되는 현상이 해석 결과와 함께 보여진다.

그림 5는 모의 실험을 위한 페루프 제어계를 나타낸다. 제어기는 미끄럼 모드 제어기이며 차량의 속력과 바퀴의 회전 속도를 관측하여 최적의 제동 토크를 만들기 위한 제어 입력을 계산한다.

그림 6은 시험 모델의 모의 실험 결과이다. $\eta = 1000, \Phi = 0.05$ 이고 초기 바퀴 회전 속도는 200 rad/sec 이고 초기 차량 속도는 10 m/s 이다.

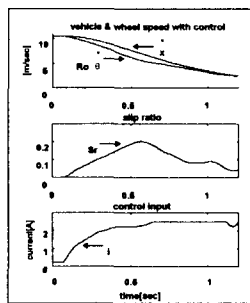


그림 7: 실험 결과

Fig.7: Experimental results

그림 7은 모의 실험과 같은 조건하에서의 실험 결과이다. 단, $\eta = 7$ 이며 실험과 모의 실험간의 오차는 제동력 상수(T_f)에도 불확실성이 존재함을 나타낸다.

그림 8은 실차 모델에 대한 제동 장치의 모의 실험 결과이다. 그림 6에서와 유사한 결과가 얻어졌다. 초기 차량 속도 150 km/hr, 초기 바퀴 회전 속도 200 rad/s 의 조건하에서 The National Association of Australian State Road Authority 의 기준보다 2배 가량 높은 0.9g 의 평균 감가속도를 나타낸다.

결론

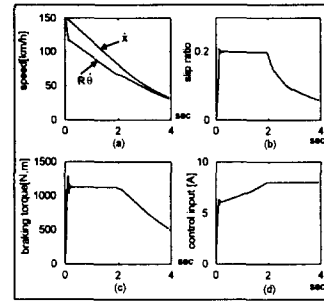


그림 8: 실차 모델에 대한 모의 실험 결과 : (a) 차량 및 바퀴의 선속도 (b) 슬립율 (c) 제동 토크 (d) 제어 입력

Fig.8: Simulation results of ABS considering real car : (a) vehicle and wheel velocity, (b) slip ratio, (c)braking torque, (d) control input

일반 유압식 제동 장치에서 발생하는 마모, 큰 부피, 고속에서의 낮은 제동 효율 그리고 유압 상승시간 지연에 따른 제동 시간의 지연 등을 해결하기 위해 와전류형 제동 장치가 제안되었고 그 성능이 시험 모델을 통해 조사 되었다. 제동력 해석이 근사 이론 모델을 기준으로 이루어졌고 제동 토크 상수가 실험적으로 보상되었다. 최대 제동 계수를 제공하는 적정 슬립율을 유지함으로써 제동 거리를 단축시키는 최적 토크 제어가 simulation과 실험을 통해서 이루어졌으며 일정 속도 이상에서는 미끄럼 모드 제어기와 제동 장치의 우수한 성능을 살필 수 있다. 모의 실험과 실험 사이의 오차는 이론적인 모델에서 고려하지 않았던 계수들이 불확실성을 가지고 있음을 보여 준다.

앞으로는 유한 요소법에 의한 제동력 해석과 일정한 도로 조건이 아닌 연속적으로 변화하는 도로 조건하에서의 simulation 및 실험과 고속 전철용의 제동기 설계를 수행할 것이다.

참고문헌

- [1] ASM HANDBOOK VOL.2, pp.761 781.
- [2] Lee Barnes, John Hardin, and Charles A. Gross, "An Eddy Current Braking System," *IEEE*, 1993.
- [3] N.Burais, A. Foggia, A. Nicolas, J. P. Pascal, and J. C. Sabonnadiere, "Numerical solution of eddy current problems including moving conducting parts," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 20, No. 5 1984.
- [4] Louis H. Cadwell, "Magnetic damping: Analysis of an eddy current brake using an airtrack," *Am. J. Phys.* Vol. 64, No. 7, July 1996.
- [5] Mark A. Heald, "Magnetic Braking: Improved Theory," *American Journal of Physics*, Vol. 56, No. 6, June 1988.
- [6] J. R. Jarvis, "The In-Service Braking Levels of Australian Heavy Vehicles," *SAE Paper No. 892505*, 1989.
- [7] E. Simeu, "Application of NARMAX Modelling to Eddy Current Brake Process", *IEEE*, 1995.
- [8] E. Simeu and D.Georges, "MODELING AND CONTROL OF AN EDDY CURRENT BRAKE," *Control Eng. Practice*, Vol. 4, No. 1, pp.19-26, 1996.
- [9] Jean-Jacques E. Slotine, Weiping Li, *APPLIED NONLINEAR CONTROL*
- [10] H. D. Wiederick, N. Gauthier, D.A. Campbell, and P. Rochon, "Magnetic Braking: Simple Theory and Experiment," *American Journal of Physics*, Vol. 55, No. 6, June 1987.
- [11] *Automotive Brake System*, Bosch
- [12] 박한규, 윤상원 공역, 전자기학, 회중당