

이산 신호에 의한 카오스 시스템 제어 Chaos system control via discrete signals

* 양기철*, ** 권세현**, *** 조용갑***, **** 안기형****

동해전문대학 정보통신과* 동해전문대학 전자계산과**
문경전문대학 전자계산과*** 부산전문대학 전자통신과****

Abstracts In the study, we consider chua's circuit which is a paradigmatic chaotic system belonging to Lur'e form. It is shown that the dynamic behavior of such a system can be influenced in such a way as to obtain out of chaotic behavior a desired periodic orbit corresponding to an unstable periodic trajectory which exists in the system.

This kind of control can be achieved via injection of a single continuous time signal representing the output of the system associated with an unstable periodic orbit embedded in the chaotic attractor. We investigate the case when this signal is sampled, i.e. we supply to the system the control signal at discrete time moments only.

Keywords Lur'e form, chaotic system, discrete time moments

$$\begin{aligned} y(t) &= C^T x(t) \\ u(t) &= f[y(t)] \end{aligned} \quad (1)$$

1. 서론

1990년대 들어와서 비선형 역학계의 광범위한 연구가 진행되고 있다. 특히, 이러한 계에서 나타나는 혼돈적 현상을 응용하기 위한 여러 가지의 방법들이 제시되고 있다. 이러한 응용에 있어서는 2가지의 방법 즉, 동기화와 혼돈 제어를 들 수 있다. 특히, 혼돈 제어 방법으로 케환 제어 방법과 비케환 제어 방법이 있다. 케환 제어 방법이란 현재 상태와 주기 궤도 차이를 고려하여 섭동 크기를 결정하는 방식이고 비케환 제어 방법은 계의 현상태와 상관없이 늘 규칙적으로 섭동을 하는 방법이다. 비케환 제어 방법에는 Lima와 Pettini의 방식이 있다. 그리고 케환 제어 방법에는 Hunt 방법, Pyragas 방법, Ott-Grebogi-Yorke(OGY) 방법 등이 있다. 이제까지 가장 유망한 방법으로 OGY 방법이 알려져 있으며 이는 어떤 비선형계의 한 매개변수에 적절한 섭동을 가함으로써 어떤 주기운동을 하게 하여 그 계의 궤적이 원하는 주기 궤도의 주위에 머물도록 만들 수 있으며 주기가 긴 비선형계의 제어에 적합하다. 그러나 OGY 방법은 잡음에 대하여 대단히 민감하고 측정이나 제어에 있어서 대단히 높은 정밀도가 요구된다는 것이다. 여기서는 이런 문제점을 해결할 수 있는 강력하고 효과적으로 혼돈 회로를 제어하는 극단적으로 간단한 개념을 제안하였다.

2. 기본 개념

Lur'e 시스템이라 불리는 아래 형태의 방정식에 의해 결정되는 동력학 즉, 자율적이고 연속 시간적인 역학계를 고려한다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

여기서 $x(t)$, B , $C^T \in R^n$, $y(t)$, $u(t) \in R$, A 는 $n \times n$ 실수행렬이다.

행렬 A 의 고유치는 음의 실부를 갖고, Hurwitz행렬이다. 쌍(A,B)는 가제어성이고 $\text{rank}[B, AB, A^2B, \dots, A^{n-1}B] = n$ 이고 쌍(A,C)는 가관측성이고 $\text{rank}[C, A^T C, \dots, (A^T)^{n-1} C] = n$ 이다. 시스템의 파라미터들은 혼돈 모드에서 동작되는 것으로 선택한다.

그리고 혼돈 궤적으로 들어오는 불안정 주기 궤도 $\hat{x}(t)$ 중의 하나를 찾아 낼 수 있고 (다만 1주기를 갖는) 이 궤도와 상관 있는 출력 신호 $\hat{y}(t)$ 를 측정할 수 있다고 가정하자. 계의 파라미터(A,B,C,f) 변화없이 다음과 같은 방법으로 시스템 (1)에 영향을 준다.

$$x(t)_{t \rightarrow \infty} \Rightarrow \hat{x}(t)$$

신호 $\hat{y}(t)$ 를 시스템으로 넣는다. 즉 $u(t) = f[\hat{y}(t)]$ 이 된다. 만약 안정성, 가관측성, 가제어성 조건이 만족되어 진다면 $x(t) \Rightarrow \hat{x}(t)$ 로 점근적으로 수렴한다는 것을 관측할 것이다. Lur'e 시스템의 블록도는 그림1에 보여진다.

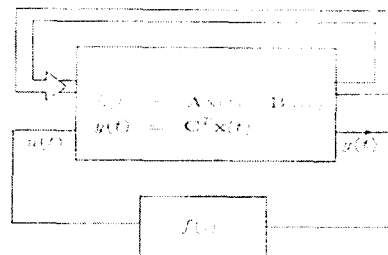


그림1. Lur'e 시스템의 블록 다이어그램

Fig 1. Block diagram of the Lur'e system

선택된 목표 궤적(예를 들어 $1/\Delta t$ 비율로 샘플)으로 나타내는 이산 시간열을 가질 때 제어신호가 충분히 시스템에 적용된다면 효과적인 제어가 가능하다. 그림2에서 제어된 시스템의 블록도를 나타내고 있다.

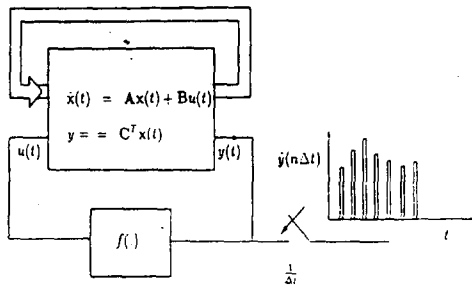


그림2 이산 시간 모멘트를 주입한 제어 신호를 갖는 제어된 시스템의 블록 다이어그램

Fig2 Block diagram of the controlled system with the control signal injected at discrete time moments.

3. Chua 회로에서의 혼돈 제어- 시뮬레이션 결과

Chua회로는 단순히 비선형 저항과 4개의 선형회로 소자로 구성되고 2개의 C, 1개의 L, R로 이루어져 있다. 이 회로는 그림3의 세부분의 부분적 선형 함수로써 표시되는 비선형성 $\mathcal{N} \cdot]$ 인 Lur'e형으로 표시되어 진다. 시스템의 상태 벡터는 $x^T(t)=[V_{C1}(t), V_{C2}(t), i_L(t)]$ 로 나타내어 진다. 시스템의 출력은 $y(t)=V_{C1}(t)(C^T=[1,0,0])$ 로 선택되어 질 수 있다. 시스템의 입력은 $u(t)=i_{R}(t)$ 이다.

본 절의 기본 개념에 대한 응용은 시스템이 신호

$\widehat{V}_{C1}(t) = C^T \widehat{x}(t)$ 의 샘플된 부분을 갖도록 하는 것이다. 시스템이 연속 신호

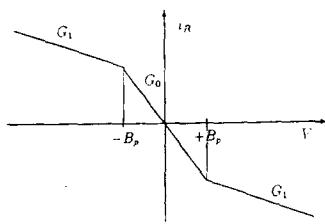


그림3 부분적 선형 함수 내부 영역은 기울기 G_0 의 부 영역은 기울기 G_1

Fig3 Three -segment piece linear function

$\widehat{V}_{C1}(t)$ 를 갖는 것은 점근적으로 $\widehat{x}(t)$ 로 향하는 경향이 있는 해 $x(t)$ 를 시스템이 갖도록 하는 것이다. 가해지는 $v_{C1}(t)$ 는 필요한 값 $\widehat{i}_R(t)$ 까지 부분적 선형 저항을 통하여 즉시로 전류에 가해 질 것이다.

시스템이 샘플된 부분의 $\widehat{V}_{C1}(t)$ 를 가질 때의 회로 동작에 대하여 조사할 것이다. 불안정 주기 궤도를 가지는 상태

벡터의 분류에 속하는 시스템의 해 $\widehat{x}(t)$ 를 발견할 것이다. 이러한 궤도는 모양까지 평면을 갖는 시스템의 궤적의 교점을 검사함으로써 발견할 수 있다.실제, 궤도의 불안정 성질로부터 불안정 궤도로 접근하는 단 한 개의 궤도만이 발견될 것이다. 예를 들어 표1에 주어진 파라미터를 갖는 Chua회로에 대하여 1주기,중간주기,장주기등 3개의 불안정 궤도를 선택하여 조사하였다. 그림4는 Chua회로이고 표1은 Chua 회로의 소자값이다.

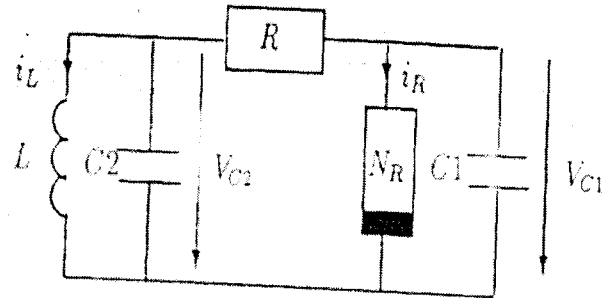


그림4 Chua 회로

Fig4 Chua's circuit

표1. Chua회로의 소자값

Table1 Parameter of chua's circuit

$R(\Omega)$	$C_1(nF)$	$G_0(\mu s)$	$B_p(V)$
1680	10	-753	1
$L(mH)$	$C_2(nF)$	$G_1(\mu s)$	
18	100	-396	

3.1 샘플링비의 효과

혼돈 시스템의 성질에 의해, 샘플링 비율은 혼돈제어를 하기위해 상당히 높아야한다. 선택된 주기적 궤적 즉 단순 주기 궤적,중간 주기궤적,장주기궤적에서의 샘플링 포인트(N_c)는 효과적인 제어를 위해 각각 12,40,100 포인트로 하였으며 제어 포인트(N_c)는 궤도 주기 T에 대한 제어 임펄스 수이며 $N_c \Delta t = T$ 로 나타낼 수 있다. 단일 주기 궤적의

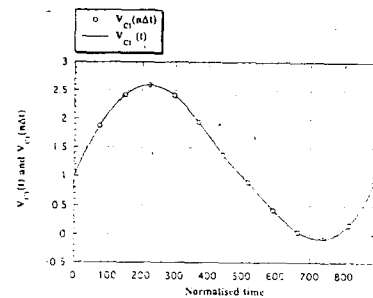


그림5 구동신호와 이산 제어 포인트(12)

Fig5 Driving signal and discrete control point(12)

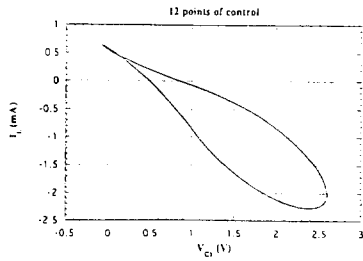


그림6 단일주기궤도에 대한 제어된 시스템
Fig6 Cotrolled dynamicpoints
of system around the simple periodic orbit

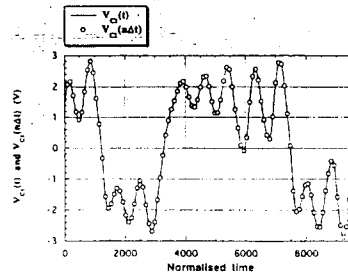


그림9 구동 신호와 이산제어 포인트(100)
Fig9 Driving signal and discrete control point(100)

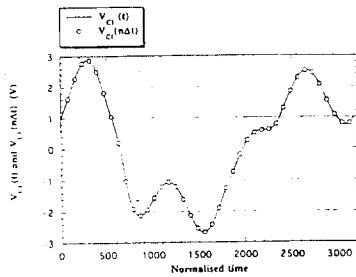


그림7 구동 신호와 이산제어 포인트(40)
Fig7 Driving signal and discrete control points(40)

경우 $T=900$, $\Delta t=75$, $N_c=12$, 중간 주기 궤적의 경우 $T=3400$, $\Delta t=85$, $N_c=40$ 이고, 장 주기 궤적의 경우 $T=10000$, $\Delta t=100$, $N_c=100$ 이 된다. 이러한 최소값보다 더 큰 수의 포인트를 취하는 것이 항상 효과적인 제어의 결과를 준다.

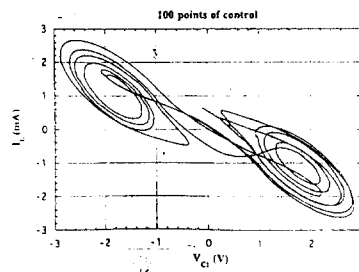


그림10 장주기궤도에 대한 제어된 시스템
Fig10 Cotrolled dynamics of system
around thelong periodic orbit

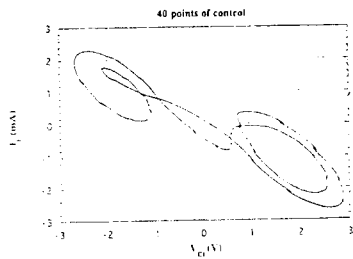


그림8 중간주기궤도에 대한 제어된 시스템
Fig8 Cotrolled dynamics of system around the
medium period orbit

4.결과

그림11은 제어되지 않은 상태의 혼돈 어트랙터를 나타내고 있으며, 그림 12,13는 제안된 제어 방식을 사용하여 얻은 2개의 주기 궤도 즉 단일 궤도와 더 높은 궤도로 제어 할 수 있음을 보여 준다.그리고 이와 같은 제어의 질을 상당 시간 경과 후에도 변화가 없음을 확인할 수 있다



그림11 제어 되지 않은 상태의 혼돈 어트랙터
Fig 11 The double scroll Chua's attractor observed in
the uncontrolled circuit

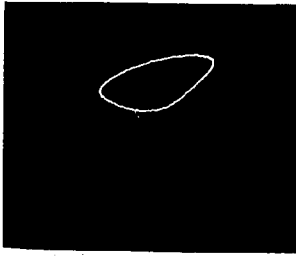


그림12 제어된 1 주기 궤도
Fig 12 Controlled period-1 orbit



그림13 제어된 고차 주기 궤도
Fig13 Controlled higher period orbit

5. 결론

Lur'e형의 계 특히, Chua회로에서 혼돈 제어에 대한 간단하고 강력한 방법이 제안되었다. 혼돈 어트랙터 안에 들어 있는 불안정 주기궤도의 하나를 나타내는 제어 신호의 주입을 이 방식의 기본으로 하고 있다. 이 제어 신호는 충분히 높은 주파수를 가지며 연속적이거나 샘플될 수 있다. 제안된 방법의 응용은 일련의 시뮬레이션과 실험을 통하여 증명되어지고 확인되어진다. 시뮬레이션 결과는 작은 수의 이산 제어점을 가지고도 제어가 이루어 질 수 있다는 것을 보인다. 다른 알려진 방법과 대조적으로 제어 과정이 A/D,D/A변환에서 나타나는 저장자화와 약간의 불필요한 효과에 대해서도 관대하다.

참고 문헌

- 1) Chen, G. & Dong, X.[1993] "From chaos to order Perspective and methodologies in controlling chaotic nonlinear dynamical systems," Int. J. Bifurcat and Chaos, 3(6),1363-1400.
- 2) Chua, L. O.[1992] "The genesis of Chua's circuit," Arch. für Elektronik und Übertragungstechnik 46, 250-257.
- 3) Dedieu, H., Kennedy, M. P. & Hasler, M.[1993] "Chaos shift keying: Modulation and demodulation of a chaotic carrier using self synchronizing Chua's circuits" IEEE Trans. Circuits and Systems 40(10),634-642.
- 4) Ditto, W. & Pecora, L. M.[1993] "Mastering chaos," Scientific American,pp 78-84.
- 5) Kim J.H. & Stringer, J [1992] Applied Chaos(lectures

and discussions from the Int. workshop on applications of chaos),(John Wiley & Sons).

- 6) Madan, R. N.[1993](Guest Editor),"Chua's circuit: A paradigm for chaos," J. Circuits, Systems and Computer-Part I,3(1);Part II, 3(2) 40(10),693-699
- 7) Ogorzalek, M. J. [1993a] "Timing chaos: Part I - Synchronisation,"IEEE Trans Circuits and Systems 40(10),693-699.
- 8) Ogorzalek, M. J. [1993b] "Timing chaos: Part II - control,"IEEE Trans. Circuits and Systems 40(10),700-706.
- 9) Ott, E. Grebogi, C. & Yorke, J. A. [1990]"Controlling Chaos,"Phys.Rev.Lett. 64,1196-1199.
- 10) Parker, T. S. & Chua, L. O. [1989] Pratical Numerical Algorithms for Chaotic Systems (Springer-Verlag).
- 11) Pecora, L. M. & Carroll, T. L.[1990]"Synchronization in chaotic systems," Phys. Rev.Lett. 64,821-824.