

로봇 매니플레이터를 위한 퍼지 감독자 비선형 H_∞ 제어기의 설계 Fuzzy-Supervised Nonlinear H_∞ Controller Design For Robot Manipulator

박광성, **최윤호**, 박진배*

*연세대학교 전기공학과(Tel:+82-2-361-2773; Fax:+82-2-392-4230;E-mail: jbpark@bubble.yonsei.ac.kr)

**경기대학교 전자공학과(Tel:+82-331-40-7826; Fax:+82-331-40-7826;E-mail: yhchoi@kuic.kyonggi.ac.kr)

Abstract In this paper, we propose a fuzzy-supervised nonlinear H_∞ controller which guarantees the robustness and has exact tracking performance for robot manipulator with system parameter uncertainty and exogenous disturbance. The proposed controller which is based on robotic H_∞ controller has fuzzy supervisor which decides the optimal control input weighting value through fuzzy making-decision process. Owing to the fuzzy supervisor, The proposed controller can take the optimal control input. Then, we will apply the proposed controller to rigid robot manipulator to verify the performance of our controller.

Keywords H_∞ Controller, Fuzzy Logic, Bellman Isaccs Equation, Robot Manipulator

1. 서론

지난 수 십년 동안 로봇 매니플레이터에 대한 운동 제어를 하기 위한 연구들이 활발하게 이루어지고 있다[1]. 고정 로봇 시스템의 제어를 위해 선형화된 모델을 이용하여 기존의 선형 이론을 통한 많은 제어 노력들이 있었다. 1990년 Johansson[2]은 Hamilton-Jacobi 방정식을 통해 유도한 비선형 Riccati 방정식의 해를 통해 최적 제어 입력값을 유도할 수 있음을 보였으며, 시스템 모델의 섭동과 외란을 가진 로봇 시스템에 대한 견실한 제어 성능을 보장하기 위해 Chen은 상태 피드백 로봇 H_∞ 제어기를 제안하였다[3]. 그러나 기존의 로봇 H_∞ 제어기는 원하는 외란 감쇠 정도를 만족할 수 있으나 설정된 외란 감쇠 정도에 따라 추적 성능이 영향을 받는다. 이는 성능 지표 함수의 구성을 위해 필요한 제어 가중치 행렬 R 의 설정에 따라 제어 성능이 영향 받기 때문이다. 따라서 여러 가지 원하는 외란 감쇠 정도의 설정에 따른 정확한 추적 성능을 만족하기 위해 가중치 행렬 R 의 설정이 필요하지만 반면 가중치 행렬 R 과 원하는 궤적과의 오프셋과의 관계는 정확하게 수식화 할 수 없는 단점을 가지고 있다.

한편, 퍼지 논리는 불확실하고 모호한 상황에 대한 인간의 의사 결정 방식을 수학적으로 모방할 수 있는 퍼지 추론 과정으로 경험적 직관이 요구되는 다양한 영역에 적용되어 사용되고 있다[4]. 특히 적절한 설계 변수의 설정을 위해서는 시행 착오의 과정이 필요한 기존 선형 제어기의 단점을 극복하기 위한 노력의 일환으로서 퍼지 감독자(fuzzy supervisor)가 소개되었다 [5][6]. 퍼지 감독자는 기존의 선형 제어기에 더불어 퍼지 의사 결정 과정이 결합된 형태로써 자동적인 설계 변수 결정이 가능하다.

본 논문에서는 설계 변수 R 의 효율적인 결정을 위한 퍼지 추론 규칙을 만들고자 한다. 이를 통해 복잡한 외란을 갖는 로봇 시스템에 대해 견실성을 보장하면서 아울러 정확한 추적 성능을 가진 퍼지 감독자 비선형 H_∞ 제어기를 제안하고자 한다. 아울러 제안된 제어기를 2축 로봇 매니플레이터에 적용하여 컴퓨터 모의 실험을 하고자 하며 이를 통한 제어기의 추적 성능의 검증을 통해 제안된 제어기의 효율성을 입증하고자 한다.

2. H_∞ 모델 기준 제어

2.1. 로봇 매니플레이터를 위한 모델 설정

N 축의 로봇 매니플레이터를 위한 동적 방정식은 다음과 같다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau \quad (1)$$

여기서 q 는 N 축의 좌표 벡터를 의미하고 $\tau \in R^n$ 는 일반화된 좌표 벡터인 q 방향으로 가해진 외부 토크(torque)를 의미한다. 그리고 $M(q) \in R^{n \times n}$ 는 대칭 양 한정 (symmetric positive definite) 관성 행렬이고 $C(q, \dot{q})\dot{q}$ 는 원심력에 대한 벡터로써 skew-symmetric 한 성질을 갖으며 $G(q)$ 는 중력을 의미한다.

실제 산업 현장에서 사용되는 로봇 시스템은 부하 변화에 따른 제어 대상 플랜트의 파라미터값의 불확실성과 외란등을 포함하고 있기 때문에 이로 인한 시스템의 성능에 미치는 영향을 고려하는 것이 중요하다. 우선 다음과 같은 실제 로봇 시스템에 대한 동적 방정식을 고려하자.

$$\begin{aligned} [M_0(q) + \Delta M(q)]\ddot{q} + [C_0(q, \dot{q}) + \Delta C(q, \dot{q})]\dot{q} \\ + [G_0(q) + \Delta G(q)] = \tau + w \end{aligned} \quad (2)$$

여기서 w 는 유한한 에너지를 갖는 외란이며 $M_0(q)$, $C_0(q, \dot{q})$, $G_0(q)$ 는 원래 시스템 모델이고 ΔM 와 ΔC 그리고 ΔG 는 부하의 변화에 따른 $M(q)$ 와 $C_0(q, \dot{q})\dot{q}$ 그리고 $G_0(q)$ 의 섭동을 각각 의미한다. 따라서 전체 시스템의 불확실성은 다음과 같이 정리할 수 있다.

$$\delta = -(\Delta M(q)\ddot{q} + \Delta C(q, \dot{q})\dot{q} + \Delta G(q) - w) \quad (3)$$

식 (2)는 식 (3)에 의해 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M_0(q)\ddot{q} + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) = \tau + \delta \quad (4)$$

원하는 시스템의 출력 궤적은 다음의 기준 모델을 통해 생성된다.

$$\ddot{q}_r + K_v \dot{q}_r + K_p q_r = K_r r \quad (5)$$

추적 오차에 대한 상태 벡터는 다음과 같이 정의한다.

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q} - \dot{q}_r \\ q - q_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

그리고 시스템의 불확실성과 외란을 가진 로봇 시스템에 대한 추적 문제를 시스템의 추적 오차의 상태 벡터 \tilde{x} 을 이용하여 조정 문제로 변화할 수 있다. 식 (5)와 (6)을 이용하여 추적 오

차 상태 벡터인 \tilde{x} 를 위한 상태 방정식은 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{\tilde{x}} = A_T(\tilde{x}, t)\tilde{x} + B_T(\tilde{x}, t)u + B_T(\tilde{x}, t)d \quad (7)$$

여기서

$$A_T := T_0^{-1} \begin{bmatrix} -M_0(q)C_0(q, \dot{q}) & 0_{n \times n} \\ T_{11}^{-1} & -T_{11}^{-1}T_{12} \end{bmatrix} T_0$$

$$B_T(\tilde{x}, t) := T_0^{-1} \begin{bmatrix} I_{n \times n} \\ 0_{n \times n} \end{bmatrix} M_0^{-1}(q)$$

$$d := M_0(q)T_{11}M_0^{-1}(q)\delta$$

이며, 제어 입력 벡터 u 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$u := \begin{bmatrix} M(q)C(q, \dot{q}) \\ T_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{z}}_1 \\ \dot{\tilde{z}}_2 \end{bmatrix} = M(q)T_1\dot{\tilde{x}} + C(q, \dot{q})T_1\tilde{x} \quad (8)$$

여기서 행렬 T_1 는 다음 \tilde{x} 를 위한 다음 변환식에 의해 주어진다.

$$\tilde{z} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_1 \\ \tilde{z}_2 \end{bmatrix} = T_0\tilde{x} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_2 & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ 0_{n \times n} & I_{n \times n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{q} \\ \dot{\tilde{q}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

실제로 식 (7)의 외란 요소는 정확히 예측할 수 없기 때문에 로봇 시스템을 위한 토오크는 시스템 모델을 통해 얻을 수 밖에 없으며 이때 식 (5)와 (6)을 이용하여 토오크 τ 를 구하면 다음과 같다.

$$\tau = M_0(q)(\ddot{q}_r - T_{11}^{-1}T_{12}\ddot{\tilde{q}} - T_{11}^{-1}M_0(C(q, \dot{q})B^T T_0\tilde{x} - u)) + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) \quad (10)$$

여기서 $B = \begin{bmatrix} I_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix}^T$

2.2. H_∞ 제어를 위한 성능 지표

로봇 매니퓰레이터에 대한 시스템의 불확실성 및 외란의 영향을 감소하기 위하여 원하는 외란 감쇠 정도를 γ 로 정의할 때 H_∞ 제어를 위한 성능 지표 함수는 다음과 같이 정의할 수 있다[3].

$$\min_{u(\cdot) \in L_2} \max_{0 \neq d(\cdot) \in L_2} \frac{\int_0^\infty \left(\frac{1}{2} \tilde{x}^T(t) Q \tilde{x}(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) \right) dt}{\int_0^\infty \frac{1}{2} d^T(t) d(t) dt} \leq \gamma^2 \quad (11)$$

여기서 \tilde{x} 의 초기치는 $\tilde{x}(0) = 0$ 이다.

이때 식 (11)은 H_∞ -MiniMax 문제와 상동하다. 따라서 식 (11)을 만족하는 해를 유도하기 위해서 다음과 같은 에너지 함수를 고려하자.

$$V(\tilde{x}(t), t) = \min_{u(\cdot) \in L_2} \max_{0 \neq d(\cdot) \in L_2} \int_t^\infty L(\tilde{x}, u, d) \quad (12)$$

$$L(\tilde{x}, u, d) = \frac{1}{2} \tilde{x}^T(t) Q \tilde{x}(t) + \frac{1}{2} u^T(t) R u(t) - \frac{1}{2} \gamma^2 d^T(t) d(t)$$

그리고 $V(\tilde{x}, t)$ 는 다음 종단 조건을 만족해야 한다.

$$V(\tilde{x}(\infty), \infty) = 0 \quad (13)$$

아울러 식 (11)은 다음과 같다.

$$V(\tilde{x}(0), 0) = \min \max J(\tilde{x}(0), u, d, 0) \leq 0, \quad \tilde{x}(0) = 0 \quad (14)$$

그리고 식 (14)는 최적 제어 입력 u^* 와 최악(worst case) 외란 d^* 에 의해 해결할 수 있다.

식 (11)의 해를 위해 다음의 MiniMax Bellman-Isaacs 방정식[7]을 고려하자.

$$-\frac{\partial V(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} = \min \max \left\{ L(\tilde{x}, u, d) + \left(\frac{\partial V(\tilde{x}, t)}{\partial \tilde{x}} \right)^T \tilde{x} \right\} \quad (15)$$

$$:= \min \max H(\tilde{x}, u, d, t) = H^*(\tilde{x}, u^*, d^*, t)$$

여기서 H 는 Hamiltonian이다.

에너지 함수 $V(\tilde{x}, t)$ 를 다음과 같이 고려하자.

$$V(\tilde{x}, t) := \frac{1}{2} \tilde{x}^T P(\tilde{x}, t) \tilde{x} \quad (16)$$

여기서

$$P(\tilde{x}, t) = T_0^T \begin{bmatrix} M_0(\tilde{x}, t) & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix} T_0 \quad (17)$$

이며, K 는 대칭 양 한정 행렬로서 스프링의 탄성을 의미하며, $M_0(\tilde{x}, t)$ 는 동적 에너지를 의미한다.

식 (15)로부터 다음과 같은 비선형 Riccati 방정식을 유도할 수 있다.

$$\dot{P}(\tilde{x}, t) + P(\tilde{x}, t)A_T(\tilde{x}, t) + A_T^T(\tilde{x}, t)P(\tilde{x}, t) - P(\tilde{x}, t)B_T(\tilde{x}, t) \left(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I \right) B_T^T(\tilde{x}, t)P(\tilde{x}, t) + Q = 0 \quad (18)$$

여기서 $(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I)^{-1}$ 는 양이어야 한다.

식 (17)을 이용하여 식 (19)의 좌변은 다음과 같이 변형된다.

$$P(\tilde{x}, t)A_T(\tilde{x}, t) + A_T^T(\tilde{x}, t)P(\tilde{x}, t) = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & K \\ K & 0_{n \times n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{M}_0(q, \dot{q}) & 0_{n \times n} \\ 0_{n \times n} & 0_{n \times n} \end{bmatrix} \quad (19)$$

식 (19)을 식 (18)에 대입하면 식 (18)은 다음의 선형 행렬 방정식으로 바꿀 수 있다.

$$\begin{bmatrix} 0 & K \\ K & 0 \end{bmatrix} + Q - T_0^T B_T \left(R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I \right) B_T^T T_0 = 0 \quad (20)$$

여기서 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 1: 섭동된 오차 상태의 동적 방정식 (7)에 대해 $\gamma^2 I > R$ 이고 대수적 행렬 방정식(algebraic matrix equation)인 식 (20)이 $K > 0$ 이고 비특이성인 T_0 를 만족하는 한 쌍의 해를 가질 때 로봇 H_∞ 제어를 위한 해를 구할 수 있다. 아울러 최적 제어 입력 u^* 와 최악 외란 d^* 는 다음과 같이 주어진다.

$$u^* = -R^{-1} B_T^T P(\tilde{x}, t) \tilde{x}, \quad w^* = \frac{1}{\gamma^2} B_T^T P(\tilde{x}, t) \tilde{x} \quad (21)$$

그리고 식 (10)을 통해 원하는 H_∞ 제어의 성능을 보장하는 토오크 방정식은 다음과 같다.

$$\tau^* = M_0(q)(\ddot{q}_r - T_{11}^{-1}T_{12}\ddot{\tilde{q}} - T_{11}^{-1}M_0(C(q, \dot{q})B^T T_0\tilde{x} - u^*)) + C_0(q, \dot{q})\dot{q} + G_0(q) \quad (22)$$

증명 : 참고 문헌 [3] 참조

H_x 제어 입력값을 유도하기 위해서는 대수적 행렬 방정식을 만족하는 T_0 과 K 를 유도하면 다음과 같다. 우선 즉 양의 대칭 행렬 Q 를 Cholesky 분해법에 의해 분해하면 다음과 같다.

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1^T Q_1 & Q_1^T Q_2 \\ Q_2^T Q_1 & Q_2^T Q_2 \end{bmatrix} \quad (23)$$

그리고 식 (20)에서 다음과 같은 식을 유도할 수 있다.

$$R_1^T R_1 = (R^{-1} - \frac{1}{\gamma^2} I)^{-1} \quad (24)$$

식 (20)과 (23) 그리고 (24)를 이용하여 행렬 T_0 와 대칭 행렬 K 를 유도하면 다음과 같다.

$$T_0 = \begin{bmatrix} R_1^T Q_1 & R_1^T Q_2 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

$$K = \frac{1}{2} (Q_2^T Q_1 + Q_2^T Q_2) - \frac{1}{2} (Q_1^T + Q_{12}) \quad (25)$$

3. 로봇 매니플레이터를 위한 퍼지 감속자

퍼지 논리는 설계자의 경험에 의해 획득된 제어 지식을 언어적 추론 과정을 통해 제어 알고리즘화 할 수 있는 장점을 보유하며 제어 대상 시스템의 비선형적 특성에 부응하여 양호한 제어 성능을 보여주고 있다[8]. 특히 적응 퍼지 제어기의 하나인 퍼지 감속자는 기존의 선형 제어기에 덧붙여져 매 샘플 단계마다 적응적으로 제어기의 파라미터를 결정해주는 역할을 하며, 시변 시스템 등에 대해 양호한 제어 성과를 보여주고 있다.

본 논문에서는 설정된 외란 감쇠 정도 γ 를 만족하면서 좋은 추적 성능을 획득할 수 있도록 가중치 행렬 R 을 효율적으로 결정할 수 있는 퍼지 감속자의 설계를 통해 효율적인 로봇 H_x 제어기를 구성한다. 편의상 가중치 행렬 R 은 동일 원소를 갖는 대각 행렬을 사용한다. 그림 1은 여러 가지 가중치 행렬 R 에 따른 기존의 로봇 H_x 제어기의 추적 성능을 보인 것이다.

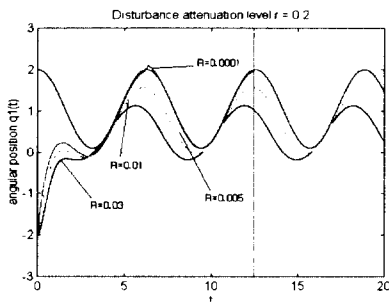


그림 1. 행렬 R 에 의한 각위치 q_1 의 궤적

Fig. 1. The angular position of q_1 by the change of matrix R

시스템의 각위치값 q_1 는 행렬 R 에 영향받고 있음을 알 수 있다. 즉 R 이 감소될 때 시스템의 각위치 q_1 의 오차는 감소된다 그러나 행렬 R 이 너무 심하게 감소되면 제어기는 행렬 R 의 특이성으로 인해 제어 효율이 오히려 나빠짐을 알 수 있다. 그러나 행렬 R 과 q_1 의 관계를 명확히 알 수 없기 때문에 적절한 행렬 R 의 선택은 설계자의 직관에 크게 의지한다. 따라서 본 논문에서는 퍼지 감속자를 통하여 행렬 R 을 적응적으로 결정한다.

일반적으로 퍼지 의사 결정 시스템은 입력 변수의 퍼지화와

지식 기반의 퍼지 추론 과정 그리고 출력값의 비퍼지화로 구성된다. 본 논문에서는 퍼지 입력 변수로 각 위치의 오차 값인 \tilde{q}_1 와 속도 오차인 $\dot{\tilde{q}}_1$ 를 선택하고 행렬 R 의 변화량인 ΔR 을 출력 변수로 선정하며 ΔR 을 위한 관계식은 다음과 같다.

$$R(t) = R(t-1) + \alpha \Delta R \quad (26)$$

여기서 α 는 갱신 가중치 상수로서 0.001 을 사용한다.

아울러 본 논문에서 사용된 퍼지 추론 모델은 Mamdani 에 의해 제안된 대표적인 합성법인 Max-Min 합성법을 사용한다. 그림 2 는 각 퍼지 집합에 대한 소속 함수를 보여주고 있다.

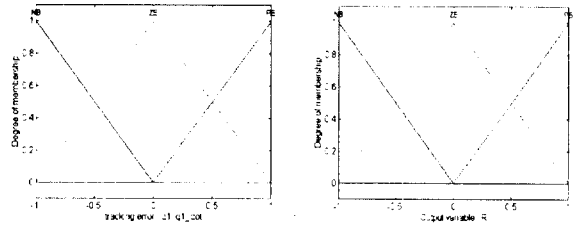


그림 2. 입력력값의 소속 함수

Fig. 2. the membership function of input * output variables

표 1 은 퍼지 추론을 위해 사용된 퍼지 규칙이다.

표 1. 퍼지 규칙

Table 1. Fuzzy Rule

		\dot{q}_1		
		NB	ZE	PB
\tilde{q}_1	NB	ZE	NB	NB
	ZE	NB	ZE	PB
	PB	NB	PB	ZE

여기서 NB는 음으로 큼을 ZE는 0 그리고 PB는 양으로 큼을 의미한다. 전체 소속 함수의 영역은 $[-1, +1]$ 으로 일반화한다. 그리고 비퍼지화 방법으로 대표적인 무게 중심법을 사용한다.

4. 컴퓨터 모의 실험

컴퓨터 모의 실험을 위해 그림 3 과 같은 2축 로봇 매니플레이터를 고려하자.

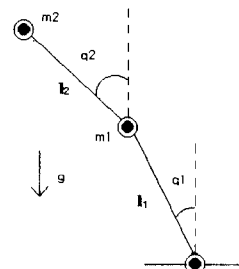


그림 3. 2축 로봇 매니플레이터

Fig. 3. The 2-link robot manipulator

본 실험을 위해 사용한 시스템의 동적 방정식의 변수들은 다음과 같다.

$$M_0(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) l_1^2 & m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) \\ m_2 l_1 l_2 (s_1 s_2 + c_1 c_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix}$$

$$G_0(q) = m_2 l_1 l_2 (c_1 s_2 - s_1 c_2) \begin{bmatrix} 0 & -\dot{q}_2 \\ -\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$G_0(q) = \begin{bmatrix} -(m_1 + m_2) l_1 g s_1 \\ -m_2 l_1 g s_s \end{bmatrix}$$

여기서 $c_1 = \cos(q_1)$, $s_1 = \sin(q_1)$ 이고 시스템의 각 요소들은 다음과 같이 정의된다.

$$m_1 = 1, m_2 = 10, \quad l_1 = l_2 = 1 \\ q_1(0) = q_2(0) = -2, \quad \dot{q}_1(0) = \dot{q}_2(0) = 0$$

원하는 기준 출력 모델 값은 다음과 같이 정의한다.

$$q_r(t) = [2 \ 2]^T, \quad K_v = 0_{n \times n}, \quad K_p = K_r = I_{n \times n} \quad (28)$$

실험에서 시스템의 부하 변화는 10 kg 에서 5 kg 으로 변화되며 외란 w 는 크기 2 를 갖는 구형파이다. 플랜트의 불확실성과 외란은 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5\ddot{q}_1 + 5(s_1 s_2 + c_1 c_2)\ddot{q}_2 - 5(c_1 s_2 - s_1 c_2)\dot{q}_1^2 \dot{q}_2 - 5g s_2 + w_1 \\ 5\ddot{q}_2 + 5(s_1 s_2 + c_1 c_2)\ddot{q}_1 - 5(c_1 s_2 - s_1 c_2)\dot{q}_2^2 \dot{q}_1 - 5g s_2 + w_2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

그림 4 와 그림 5 는 설정된 외란 감쇠 정도가 각각 $\gamma = 1$ 와 $\gamma = 0.2$ 인 퍼지 감독자 H_x 제어기의 제어 결과를 보인다.

퍼지 감독자에 의해 결정되는 행렬 R 에 얻어진 제어기에 의해 각 위치 값인 $q_1(t)$ 는 기준 출력 모델에 대해 비교적 정확한 출력 결과를 보여주고 있으며 이때 시스템에 대한 토오크 τ_1 역시 안정된 출력 결과를 보여주고 있다.

따라서 실험 결과로부터 제안된 퍼지 감독자는 다양한 외란 감쇠 정도의 설정에 대해서 제어기가 정확한 추적 성능을 만족할 수 있도록 효율적인 행렬 R 을 결정할 수 있음을 확인할 수 있었다.

5. 결론

본 논문에서는 시스템 모델의 불확실성과 외란을 갖는 로봇 시스템에 대해 원하는 외란 감쇠 정도의 설정에 대해 정확한 추적 성능을 갖도록 하는 퍼지 감독자 H_x 제어기를 제안하였다. 제안된 퍼지 감독자는 기존의 로봇 H_x 제어기를 기반으로 기존 제어기가 직관적으로 설정되던 가중치 행렬 R 과 추적 오차들간의 암시적인 관계를 언어적 추론 과정인 퍼지 의사 결정을 규칙화하여 가중치 행렬 R 을 결정하도록 하였다. 아울러 제안된 퍼지 감독자 H_x 제어기를 2축 로봇 매니퓰레이터에 적용하였으며 모의 실험을 통해 제안된 퍼지 감독자가 복잡한 외란이 존재하는 시스템에 대해 견실성을 보장하면서 아울러 쾌적 추적 성능을 향상시킬 수 있음을 확인할 수 있었다.

참고문헌

- [1] M. W. Spong, "On the robust control of robot manipulator," *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 37, No. 11, pp. 1782-1786, 1992.
- [2] R. Johansson, "Quadratic optimization of motion coordination and control," *IEEE Trans. On Automatic Control*, Vol. 35, No. 11, pp. 1197-1208, 1990.
- [3] B. S. Chen, T. S. Lee, J. and H. Feng, "A nonlinear H_∞ control design in robotic systems under parameter perturbation and external disturbances," *Int. J. Control*, Vol. 59, No. 2, pp. 439-46, 1994.
- [4] C.C. Lee, "Fuzzy logic control systems : fuzzy logic controller- Part I," *IEEE Trans. On Syst. Man. and Cybern.*, Vol. 20, No. 2, pp. 404-418, 1990.

- [5] Nauta Lemke, W. De-Zhao, "Fuzzy PID supervisor," *Proceedings of the 24th IEEE conference on Decision and Control*, Fort Lauderdale, Florida, 1995.
- [6] R. Jager, Fuzzy logic in Control. Ph.D. thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1995.
- [7] T. Basor, P. Bernhard, *H_∞ -Optimal Control and Related Minimax Problems: A dynamic game approach*, Birkhauser Boston, 1991.
- [8] A. Cela, Y. Hamam, "A fuzzy robust controller for trajectory tracking of robotic systems," *Proceedings of the 1992 IEEE/RSJ Int. Conference on intelligent robots and systems*, Raleigh, NC, July 7-10, pp. 767-773, 1992.

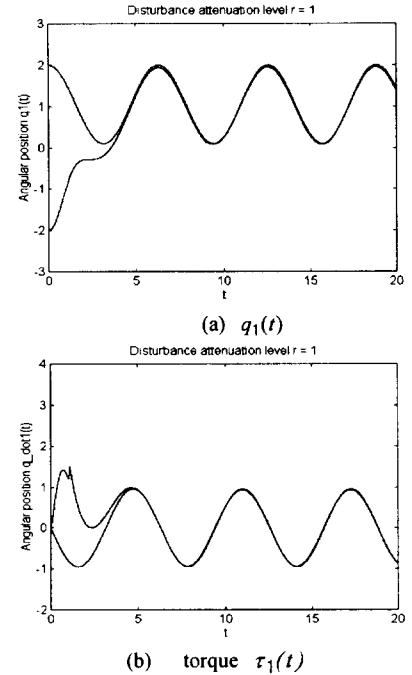


그림 4. 감쇠 정도 $\gamma=1$ 을 갖는 각 위치 q_1 과 τ_1 의 궤적
Fig. 4. The angular position of q_1 and τ_1 with $\gamma=1$

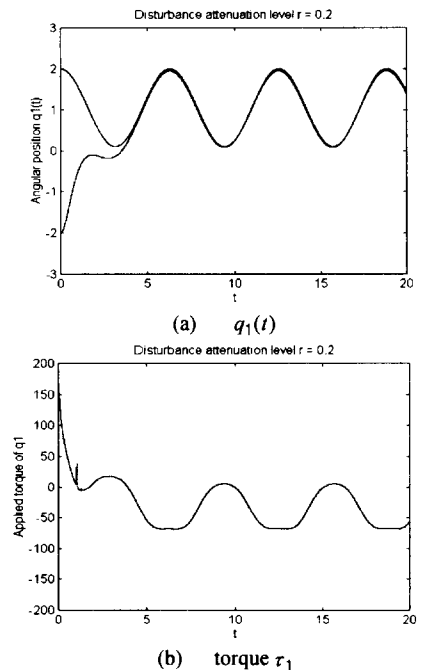


그림 5. 감쇠 정도 $\gamma=0.2$ 을 갖는 각 위치 q_1 과 τ_1 의 궤적
Fig. 5. The angular position of q_1 and τ_1 with $\gamma=0.2$