Proceedings of the 12th
KACC, October 1997

연역적인 정보에 의한 게임제어문제 연구

The Game Problem of Control by *a priori* Information

°김 뜨미트리*, 심 충 건**

* 주성전문대학 산학연구소(Tel:+82-431-210-8160; Fax:+82-431-210-8156)

** 주성전문대학 기계학과(Tel:+82-431-210-8314; Fax:+82-431-210-8156)

Abstract In the paper a problem of search for a moving robot by another moving robot is considered. The problem is formalized as minmax and maxmin task also as a game.

Keywords mobile object, game, control, search, strategy

1. 두 이동물체간의 수색문제

그림1에서 지력을 가진 이동로봇(intellectual mobile robot) S가 다른 지력 이동로봇 T를 평면에서 수색하고 있다. S목적은 T를 발견해야 하는 것이고, T목적은 S가 T를 발견 못 하도록 해야하는 것이다. 초기 수색시간 t_0에 S와 T가 일정한 정보를 갖고 있다. 그 정보에 의하여 S와 T는 각자 자기전략(제어)을 정한다. 수색단계에 들어가면 즉 $t > t_0$에서 S와 T의 이동 방향이 전환하지 않는다. 여기에서 S와 T의 전략은 그들의 초기 항로각도가 된다.

발견확률은 S 와 T 사이의 거리에 좌우되는데, 그 거리가 작을수록 발견확률은 더 크다고 가정할 수 있다. 그러면, 두 이동물체간의 수색문제는 S의 입장에서 보면 거리 r_m를 최소가 되도록 자기 전략을 정하는 것이고, T의 입장에서 보면는 거리 r_m를 최대가 되도록 자기 전략을 정한 것이 된다. 따라서, S와 T의 목적이 반대의 목적임으로써 본 수색문제를 게임 수색문제로 세워야 한다.

2. 수색의 게임

그림1에 수색 초기의 시각에 S 와 T 상호의 위치가 보여졌다.

여기에서,

$r_0 = r(t_0)$: 초기시각 t_0에의 S 와 T 사이에 거리,

γ_0 : 초기시각 t_0에서의 S 항로 각도(S의 전략)

φ_0 : 초기시각 t_0에서의 T 항로 각도, (T의 전략)

$\vec{V}_S$, $\vec{V}_T$: 각 각 S와 T의 속도벡터

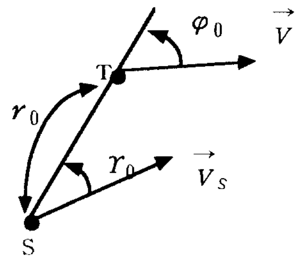

그림1 수색초기의 두 이동물체

S 와 T 사이에 최소거리 r_m 는 다음과 같이 정의된다.

$$r_m = \mathrm{MIN}[\, r(t),\ \ t \geq t_0]$$

여기서 $r(t)$: 현재의 시각 t 에서의 S 와 T 사이의 거리

r_m 가 S의 전략 γ_0 와 T의 전략 φ_0에 다음 식 (1)로 종속되어 있다[1].

$$r_m = r_m(\gamma_0, \varphi_0) = \frac{r_0 \mid \sin \gamma_0 - v \sin \varphi_0 \mid}{\sqrt{1+v^2-2v\cos(\varphi_0 - \gamma_0)}} \quad (1)$$

여기서 $v = V_T / V_S$

이제 두 이동물체간의 수색문제를 두 도박꾼(2-Person)간의 게임문제로 바꾸어보자. 두 도박꾼들의 게임전략 집합이 각 각 X, Y 라고 할 때 그들이 지불(pay-off)해야될 함수를 H(x,y)로 정의하자. 수색문제의 경우에는

X가 S의 제어전략 집합 $\Gamma = \left\{ \gamma_0 : \mid \gamma_0 \mid \le \frac{\pi}{2} \right\}$,

Y가 T의 제어전략 집합 $\Phi = \{ \varphi_0 : \mid \varphi_0 \mid \le \pi \}$,

지불함수 H(x, y)는 H (γ_0, φ_0)로 표현하면 다음식과 같아 진다.

$$H(\gamma_0, \varphi_0) = r_m / r_0 = \left[\begin{array}{l} G, \ \varphi_0 \notin [\varphi_{01}, \varphi_{02}] \\ 1, \ \varphi_0 \in [\varphi_{01}, \varphi_{02}] \end{array} \right] \quad (2)$$

여기서 $G = \dfrac{\mid \sin \gamma_0 - v \sin \varphi_0 \mid}{\sqrt{1+v^2-2v\cos(\varphi_0 - \gamma_0)}}$

$$\varphi_{02} = -\varphi_{01} = \cos^{-1}(\cos \gamma_0 / v)$$

결국 수색의 문제는 γ, φ, $H(x,y)$를 변수로하는 게임으로바꿔어 S와 T가 갖고 있는 정보에 따라 다음의 3가지로 구분하여 전개가 가능하다.

3. S의 차별수색 게임

S가 갖고 있는 정보 I_S, T가 갖고 있는 정보 I_T 를 다음과 같이 정의하자.

$I_S = \{ V_S, V_T, r_0 \}$

$I_T = \{ V_S, V_T, r_0, \gamma_0 \}$

S의 차별은 전략을 정할 때 S는 T의 전략을 모르고 T가 S의 전략을 안다는 것이다. 이 경우 수색문제를 다음 같이 세울 수 있다.

$$H^- = H(\gamma_0^-, \varphi_0^+) = \min_{\gamma_0 \in \Gamma} \max_{\varphi_0 \in \Phi} H(\gamma_0, \varphi_0) \quad (3)$$

식(3)로부터 γ_0^-, φ_0^+ 및 H^- 를 구해야 된다.

여기서

γ_0^- : I_S에 의한 S의 최적 전략

φ_0^+ : S의 전략에 대한 T의 조건적인 최적 전략

H^- : S의 보증 최소 지출값

S가 전략 γ_0^- 를 이용하면 지출값 H 는 H^-이상 되지 않다는 것을 보증할 수 있다. 전략 φ_0^+ 는 S가 전략 γ_0^- 를 사용할 때만 T의 최적전략이다. 그러므로 γ_0^-를 S의 보증전략이라하고 φ^+을 조건적인 최적전략이라고 한다. 그림2와 같이 식(3)의 해를 구하게 되면 다음과 같다.

$\gamma_0^- = 0$;

$\varphi_0^+ = \pm \cos^{-1} v$;

$H^- = H(\gamma_0^-, \varphi_0^+) = v$;

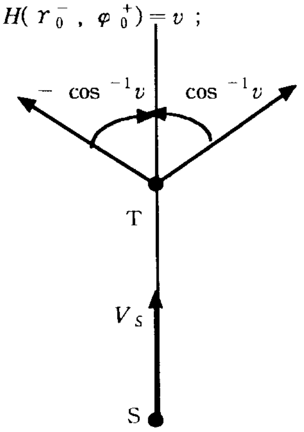

그림2

만일 S가 전략 $\gamma_0 \ne \gamma_0^- = 0$

$(0 < \mid \gamma_0 \mid \le \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} v)$를 사용하면 T의 최적 전략과 지불값 H는 다음식

$$\varphi_0^+ = \gamma_0 - \cos^{-1} v \cdot sign\, \gamma_0,$$

$$H = H(\gamma_0 = \sin(\mid \gamma_0 \mid + \sin^{-1} v)$$

로 구한다

4. T의 차별수색 게임

S가 갖고 있는 정보 I_S, T가 갖고 있는 정보 I_T 을 다음과 같이 정의하자.

$I_S = \{ V_S, V_T, r_0, \varphi_0 \}$

$I_T = \{ V_S, V_T, r_0 \}$

이 경우에는 수색 문제가 다음 최대 최소 게임문제로 세워진다.

$$H^+ = H(r_0^+, \varphi_0^-) = \max_{\varphi_0 \in \Phi} \min_{r_0 \in \Gamma} H(r_0, \varphi_0) \quad (4)$$

로부터 r_0^+, φ_0^- 및 H^+구해야 된다. 식(5)로부터 해를 구하면,

$\varphi_0^- =$ 임의의 $\varphi_0 \in \Phi$;

$r_0^+ = r_I = \sin^{-1}(v \sin \varphi_0)$;

$H^+ = 0$

만일 수색시간 t_m를 고려하여

$H = (r_m + a\, t_m) / r_0$, $a > 0$ 이면

$\varphi_0^- = 0$,

$\gamma_0^+ = 0$,

$$H^+ = \frac{a}{V_S - V_T}$$

5. 차별없는 수색게임

S가 갖고 있는 정보 I_S, T가 갖고 있는 정보 I_T 을 다음과 같이 정의하자.

$I_S = \{ V_S, V_T, r_0 \}$

$I_T = \{ V_S, V_T, r_0 \}$

만일 조건이 아래의 식(5)와 같이 만족된다면,

$$H(x^*, y^*) = \min_{x \in X} \max_{y \in Y} H(x, y) = \max_{y \in Y} \min_{x \in X} H(x, y) \quad (5)$$

게임$(x, y, H(x, y))$은 안장점을 갖은 게임이라하고 , 해가 순수전략 x^*과 y^*으로 구해진다. 수색 문제 경우에는 조건(5)가 만족되지 않음으로써 해가 혼합전략 $F_S^*(r_0)$ 와 $F_T^*(\varphi_0)$는 다음식으로부터 구해진다.

$$\bar{H}^* = \bar{H}(F_S^*, F_T^*) \quad (6)$$

$$= \min_{F_S(r_0)} \max_{F_T(\varphi_0)} \bar{H}(F_S, F_T)$$

$$= \max_{F_T(\varphi_0)} \min_{F_S(r_0)} \bar{H}(F_S, F_T)$$

여기서

$$\bar{H}(F_S, F_T) = \int_\Gamma \int_\Phi H(\varphi_0, r_0)\, dF_S(r_0)\, dF_T(\varphi_0)$$

$F_S(r_0)$, $F_T(\varphi_0)$ 는 각각 집합 Γ와 Φ에서 주어진 확률 분포함수이다.

문제(6)의 해는 식형으로 구할 수가 없지만 브라운(Brown)수치 계산법을 사용하여 구할수 있다.

참고문헌

[1] Kim D. P, Methods of Pursuit on Search for mobile objects, Nauka, Moscow, 1989