

분리 최적화 기법을 이용한 구조적 불확실계의 강인 제어기 설계

Designing Observer-based Robust Compensators for Parametric Uncertain Systems by Block-Diagonal Approach

김경수*, 박영진**

* 한국과학기술원 기계공학과(Tel: +82-42-869-3076; Fax:+82-42-869-3095;E-mail: s_kks@cais.kaist.ac.kr)

** 한국과학기술원 기계공학과(Tel: +82-42-869-3036; Fax:+82-42-869-8220;E-mail: yjpark@sorak.kaist.ac.kr)

Abstract In this note, we investigate a noniterative design method of an observer-based robust H_2 controller in the presence of structured real parameter uncertainty by applying Riccati approach based on the guaranteed cost function. Motivated by the numerical difficulty of the problem, we try to develop a simple design method named as block-diagonal approach, which can be solved by the LMIs method. By assuming the block-diagonal structure of Riccati solution, the original problem can be derived into two sequentially decoupled optimization problems as LQG control problem. The proposed method seems to be numerically efficient in obtaining a feasible compensator.

Keywords Parameter uncertainty, robust H_2 control, Block-Diagonal approach, robust control, LMIs.

1. 서론

일반적으로, LQG 제어기는 파라미터 불확실성에 매우 민감한 단점을 지니고 있다. 본 논문에서는 구조적 파라미터 불확실성에 대하여 강인한 LQG 제어기의 이득값을 설계하는 방법을 제안한다. 강인 LQG 제어 문제와 관련된 연구로는 강인 H_2 제어 또는 혼합 H_2/H_∞ 제어[1]-[7] 등을 들 수 있다. 이러한 방법론은 강인 안정성뿐만 아니라, 강인 성능을 시간 영역에서 한정값 이내로 보장할 수 있다는 장점을 가지고 있다. 특히, 성능 지수를 LQG 제어와 동일하게 정의할 수 있음으로써 LQG 최적 제어의 연장으로 이해할 수 있게 된다. 반면에, 이상의 장점과는 달리, 실제 계산상의 어려움이 가장 큰 단점으로 알려져 있다[2,7,3]. 더욱이, 파라미터 불확실성이 구조 정보를 가질 경우에는 일반적인 해법이 존재하지 않는다. 최근에는 이러한 강인 H_2 제어 문제를 해결하기 위하여 LMI 기법 등이 많이 연구되고 있으나, 아직 성공적이지 못하다[9,10]. 결국, 강인 LQG 문제를 해결하기 위해서는 일반적인 해법이 존재하지 않으며, 라그랑주 최적 기법(Lagrange multiplier)에 근거한 반복적 계산법이 주로 사용되고 있다[8]. 그러나, 반복적 계산법들은 적당한 초기값을 필요로 하며, 이러한 초기값 제어기를 설계하는 것도 결코 쉬운 일이 아니다. 이상에서 언급한 계산상의 어려움을 극복하기 위하여, 분리 최적화 기법을 적용함으로써 강인 H_2 제어기를 설계하는 기법이 제시된 바 있다[19]. 분리 최적화 기법은 제어기 및 관측기의 설계를 두 개의 최적화 문제로 분리하는 방법이며, 설계된 제어기

는 본래의 강인 LQG 설계 기법의 초기값으로써 효과적으로 사용될 수 있다. 본 논문은 [19]의 결과를 구조적 파라미터 불확실성이 있는 문제에 까지 확장하는 것을 목표로 하고 있다. 제안된 기법은 LQG 방법과 유사하게 분리된 두 개의 최적화 문제로 구성되어 있으며, 각각의 최적화 문제는 LMI 기법을 이용해 쉽게 최적해를 찾을 수 있다.

2. 문제 정의

다음과 같은 계를 고려한다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + Bu + Fw, \quad (1)$$

$$y = Cx + v \quad (2)$$

여기서, $x \in \mathcal{R}^n$, $u \in \mathcal{R}^m$, $y \in \mathcal{R}^l$, $E[w(t)w(\tau)] = W\delta(t-\tau)$, $E[v(t)v(\tau)] = V\delta(t-\tau)$, $W \geq 0$, $V > 0$ 이며, (A, B) 와 (A, C) 의 가제어성 및 가관측성을 각각 가정한다. 불확실성은 다음과 같다.

$$\Delta A = M\Delta N, \quad \Delta \in \Delta_{\text{blk}} \quad (3)$$

여기서, $\Delta_{\text{blk}} := \{ \Delta \mid \Delta = \text{blkdiag}[\delta_1 I_{q_1 \times q_1}, \dots, \delta_r I_{q_r \times q_r}] \in \mathcal{R}^{h \times h}, |\delta_i| \leq 1 \}$, $M \in \mathcal{R}^{n \times h}$, $N \in \mathcal{R}^{h \times n}$. 관측기에 기반한 제어기는

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K_f(y - C\hat{x}), \quad u = -K_c\hat{x} \quad (4)$$

이며, $K_c \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $K_f \in \mathcal{R}^{n \times l}$ 이다. 따라서, 전체 폐루프의 거동은 다음과 같다.

$$\dot{x}_e = A_e x_e + F_e w_e \quad (5)$$

여기서, $x_e^T = [x^T, (x-\hat{x})^T]$, $w_e^T = [w^T, v^T]$, $W_e = \begin{bmatrix} W & 0 \\ 0 & V \end{bmatrix}$, $F_e = \begin{bmatrix} F & 0 \\ F - K_f & \end{bmatrix}$, $\Delta A_e = \begin{bmatrix} \Delta A & 0 \\ \Delta A & 0 \end{bmatrix}$, $A_e = \begin{bmatrix} A - BK_c & BK_c \\ 0 & A - K_f C \end{bmatrix}$. 대상계 (5)에 대하여, 다음의 일반적인 LQG 성능 지수를 정의하기로 한다.

$$\begin{aligned} J_{LQG}^A(K_c, K_f) &:= \lim_{t_f \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt \right] \\ &= \lim_{t_f \rightarrow \infty} E \left[\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} x_e^T Q_e x_e dt \right] \end{aligned} \quad (6)$$

여기서, $Q > 0, R > 0$, $Q_e = \begin{bmatrix} Q + K_c^T R K_c & -K_c^T R K_c \\ -K_c^T R K_c & K_c^T R K_c \end{bmatrix}$. 위에서 정의된 성능 지수 함수는 사용된 제어기 이득값 및 불확실성에 의존하게 된다. 문제의 정의를 위하여, 다음의 기초정리를 소개한다.

기초정리 2.1[6],[7]: $A_e + \Delta A_e$ 가 모든 $\Delta \in \Delta_{all}$ 에 대하여, 강인 안정하다고 가정하자. 그러면, 모든 $\Delta \in \Delta_{all}$ 에 대해,

$$J_{LQG}^A(K_c, K_f) \leq \text{tr} \{ F_e W_e F_e^T P_e \}. \quad (7)$$

여기서, $0 \leq P_e \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$ 는 다음의 식

$$A_e^T P_e + P_e A_e + Q_e + \Psi(P_e; \theta) = 0, \quad (8)$$

을 만족한다. 이때, $\Psi(\cdot)$ 는 모든 $\theta \in \theta_{fb}$ 에 대하여 $\Delta A_e^T P_e + P_e \Delta A_e \leq \Psi(P_e; \theta)$ 을 만족하는 임의의 상수 함수이다. 여기서, θ_{fb} 는 $\Psi(\cdot)$ 를 성립시키는 모든 가능한 파라미터의 집합이다. 또한, $\Psi(\cdot)$ 는 θ 에 의존하므로, 다음의 지수 함수를 정의하기로 한다.

$$\bar{J}_e(K_c, K_f) := \min_{\theta \in \theta_{fb}} \text{tr} \{ F_e W_e F_e^T P_e \}. \quad (9)$$

위의 기초정리 2.1 에 근거하여, 다음의 문제를 정의하기로 한다.

문제정의 2.1[Full-block approach]:

적절히 주어진 $\Psi(\cdot)$ 에 대하여, $\bar{J}_e(K_c, K_f)$ 를 최적화하고, 모든 $\Delta \in \Delta_{all}$ 에 대하여, $A_e + \Delta A_e$ 의 강인 안정성을 보장하는 (K_c, K_f) 를 찾는 문제를 Full-block approach 라고 정의한다.

일반적으로, 식(8)에서 이차 한정 함수(quadratic bounding function)를 사용하며, 이로 인해 식(8)은 리카티 방정식의 형태가 된다. 문제정의 2.1 의 'Full-block' 은 Riccati 방정식의 해 $P_e \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$ 가 4 개의 0 이 아닌 $(n \times n)$ 블록을 갖음을 의미한다. 문제정의 2.1 에서는 제어기 및 관측기의

설계가 복잡하게 얽혀있다.

본 논문에서는 Full-block approach 로 부터 분리 최적화 기법을 유도함으로써, 간편한 제어기 설계 기법을 제안하는 것이다.

3. 분리 최적화 기법

다음의 두 사실 명제가 앞으로의 설명을 위해 필수적이다.

명제 (i): $0 \leq P_c, P_o \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ 에 대해, $P_e = \text{blockdiag}[P_c, P_o]$ 인 P_e 가 존재한다고 가정하면, 임의의 $\beta > 0$ 와 $X \in S_\Delta$ 에 대하여,

$$\begin{aligned} \Delta A_e^T P_e + P_e \Delta A_e &\leq \begin{bmatrix} P_c M X M^T P_c + N^T \left(X + \frac{1}{\beta} I \right) N & 0 \\ 0 & \beta P_o M M^T P_o \end{bmatrix} \\ &:= \Psi(P_e; X, \beta) \end{aligned} \quad (10)$$

여기서, $S_\Delta := \{ X \mid X = \text{blockdiag}[X_1, \dots, X_r], 0 < X_i \in \mathfrak{R}^{q_i \times q_i} \}$. ■

(증명) 두 벡터에 대하여, $2\xi_1^T \xi_2 \leq \xi_1^T \xi_1 + \xi_2^T \xi_2$ 과 같은 한정 기법을 적용하면, 다음의 결과를 얻을 수 있다. 즉, 임의의 $x_e = [x^T, \varepsilon^T]^T \in \mathfrak{R}^{2n \times 2n}$, $X \in S_\Delta$, $\beta > 0$ 에 대하여,

$$\begin{aligned} x_e^T (\Delta A_e^T P_e + P_e \Delta A_e) x_e &= 2x^T N^T \Delta M^T P_c x + 2x^T N^T \Delta M^T P_o \varepsilon \\ &= 2 \left(X^{-1/2} N x \right)^T \left(\Delta X^{1/2} M^T P_c x \right) + 2 \left(\frac{1}{\sqrt{\beta}} N x \right)^T \left(\Delta \sqrt{\beta} M^T P_o \varepsilon \right) \\ &\leq x^T \left\{ P_c M X M^T P_c + N^T \left(X^{-1} + \frac{1}{\beta} I \right) N \right\} x + \varepsilon^T \beta P_o M M^T P_o \varepsilon \\ &= x_e^T \Psi(P_e; X, \beta) x_e \end{aligned} \quad (\text{증명끝})$$

위의 한정 기법은 시간 영역에서 자주 쓰이는 방법이다 [11]. 여기서, $\Psi(\cdot)$ 는 X 와 β 에 의해 결정되며, 기존의 연구에서는 시행착오법에 의해 적당히 선정되었으나 [7,12], 본 연구에서는 최적화에 의해 결정되게 된다.

명제 (ii): 모든 $(x, y, z) \in T_x \times T_y \times T_z$ 에 대해, 두 실함수 $f(x, y)$ 와 $g(x, z)$ 가 정의되어 있다고 가정하자. 그러면,

$$\min_{x, y, z} \{ f(x, y) + g(x, z) \} \leq f(x^*, y^*) + \min_z g(x^*, z). \quad (11)$$

여기서, $(x^*, y^*) = \arg \min_{x, y} f(x, y)$. ■

(증명) 간단하므로 생략함.

다음에 본 연구의 주요 결과를 소개하기로 한다.

정리 3.1: 주어진 $\beta > 0$ 에 대하여, 다음의 두 최적화 문제를 정의하기로 한다. 충분히 작은 $\mu > 0$ 에 대해,

$$(CDP) \quad \bar{J}_c(\beta) = \min_{X \in \mathcal{S}_\Delta} \text{tr}[(FWF^T + \mu I)P_c]$$

여기서, $0 \leq P_c \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ 은 다음의 두 조건을 만족한다.

$$\begin{aligned} & A^T P_c + P_c A + P_c M X M^T P_c + Q \\ & + N^T \left(X^{-1} + \frac{1}{\beta} I \right) N - P_c B R^{-1} B^T P_c = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

$$A - B R^{-1} B^T P_c + M X M^T P_c \in C^-.$$

그러면, CDP의 최적해 P_c^* 에 의해 정의되는 $K_c^* = R^{-1} B^T P_c^*$ 에 대하여, 다음을 정의한다.

$$(ODP) \quad \bar{J}_f(\beta) = \min_{K_f \in \mathfrak{R}^{n \times l}} \text{tr}[(FWF^T + K_f V K_f^T)P_o]$$

여기서, $0 \leq P_o \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ 은 다음의 두 조건을 만족한다.

$$(A - K_f C)^T P_o + P_o (A - K_f C) + \beta P_o M M^T P_o + K_c^{*T} R K_c^* = 0, \quad (13)$$

$$A - K_f C + \beta M M^T P_o \in C^-.$$

만일, 두 최적화 문제가 어떤 $\beta > 0$ 에 대하여 해를 갖는다면, 그 최적해 (K_c^*, K_f^*) 는 $A_c + \Delta A_c$ 의 강인 안정성을 보장하고, 다음의 관계를 만족한다.

$$\min_{K_c, K_f} \bar{J}_c(K_c, K_f) < \min_{\beta > 0} \{ \bar{J}_c(\beta) + \bar{J}_f(\beta) \}. \quad (14)$$

■

(증명) 증명은 리카티 부등식에 관련된 여러 개의 기초 정리[15]를 이용함으로써 가능하다. 본 논문에서는 지면 관계상 자세한 증명을 피하고, 증명의 기본적인 생각은 참고문헌 [19]를 참조하기로 한다. (증명끝)

제안된 방법은 불확실성이 없을 때, 즉, $M = N = 0$ 일 때, LQG 해를 찾게 된다. 이는 $\Psi = 0$ 이므로, 식(8)이 LQG 제어 기법의 리아프노프(Lyapunov) 방정식과 동일하게 되기 때문이다. LQG 제어에서는 상태 변수와 추정 오차간의 직교성으로 인해 리아프노프(Lyapunov) 방정식의 최적해가 블록 대각형으로 주어지기 때문에 정리 3.1의 분리 최적화 문제와 동일하게 된다. 따라서, 불확실성이 없을 경우에, 분리 최적화 기법은 LQG 기법과 동일하다.

정리 3.1은 실용적인 측면에서, LMI를 이용해 비반복적으로 최적해를 구할 수 있다는 점에서 매우 중요한 결과이다. 리카티 방정식과 부등식에 관한 정리[15]를 적용하면, 정리 3.1의 두 최적화 문제는 LMI 문제[16]로 변환될 수 있으며, 그 결과는 다음과 같다.

Solving Procedure:

Step 1. 충분히 작은 $\mu > 0$ 와 적절한 $\beta > 0$ 를 가정한다.

Step 2. 다음의 최적화 문제를 푼다.

$$(CDP') \quad \bar{J}'_c(\beta) = \min_{X \in \mathcal{S}_\Delta} \text{tr}[(FWF^T + \mu I)Y_c^{-1}] \quad (15)$$

제한조건:

$$\begin{bmatrix} Y_c A^T + A Y_c + M X M^T - B R^{-1} B^T Y_c C_Q & Y_c N^T & Y_c N^T \\ C_Q^T Y_c & -I & 0 & 0 \\ N Y_c & 0 & -X & 0 \\ N Y_c & 0 & 0 & -\beta I \end{bmatrix} < 0,$$

$$Y_c > 0.$$

여기서, $C_Q C_Q^T = Q$ 이다.

Step 3. $K_c^* = R^{-1} B^T Y_c^{-1}$. 여기서, Y_c^* Step 2의 최적해이다.

Step 4. 다음의 최적해를 푼다.

$$(ODP') \quad \bar{J}'_o(\beta) = \min_{Z_f, Y_f} \left\{ \text{tr}[FWF^T \hat{P}_o] + \text{tr}[V Y_f] \right\} \quad (16)$$

제한조건:

$$\begin{bmatrix} A^T \hat{P}_o + \hat{P}_o A - C^T Z_f^T - Z_f C + K_c^{*T} R K_c^* & \hat{P}_o M \\ M^T \hat{P}_o & -\frac{1}{\beta} I \end{bmatrix} < 0,$$

$$\begin{bmatrix} Y_f & Z_f^T \\ Z_f & \hat{P}_o \end{bmatrix} \geq 0.$$

여기서, $Z_f \in \mathfrak{R}^{n \times l}$, $Y_f \in \mathfrak{R}^{l \times l}$. 그러면, 관측기 이득값은 $K_f^* = \hat{P}_o^{-1} Z_f^*$ 이다. 여기서, \hat{P}_o^* 와 Z_f^* 는 ODP'의 최적해이다.

4. 예제

참고문헌 [11]에 있는 예제에 제안된 기법을 적용하였다. 기준계는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} -11.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.399 & -0.399 & 0.878 & 0 \\ 0 & -18.69 & 0 & -3.34 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 11.1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0.207 & 0 & -0.484 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, W = 1, V = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

파라미터 불확실성은 다음과 같다.

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.241 & 0 \\ 0 & 1.03 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0.241 & -0.241 & -0.025 & 0 \\ 0 & 0.117 & 0 & -1.03 \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 \\ 0 & \delta_2 \end{bmatrix}$$

이 경우에, 스케일링 행렬은 두 양의 대각 원소를 갖는 대각 행렬이다. $Q = 0.01I$ 과 $R = 1$ 에 대하여, 두 최적화 문제를 여러 개의 β 에 대해 LMI Toolbox[18]를 이용해 풀었다. 그림(1)은 각각의 β 에 대한 지수 함수를 그린 그림이다. $\beta = 0.5$ ($\bar{J}_c < 0.78$)에서 최적해를 얻었으며, 그 결과는 다음과 같다.

$$K_c = \begin{bmatrix} 0.6975 \\ 8.1895 \\ -0.1662 \\ -1.5615 \end{bmatrix}^T, K_f = \begin{bmatrix} 0.1582 & -0.0834 \\ 0.0717 & -0.0467 \\ -0.5020 & 1.4403 \\ -1.2670 & 0.0838 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} 0.3514 & 0 \\ 0 & 0.2729 \end{bmatrix}$$

비교를 위해, 기준계에 대한 LQG 제어기는 다음과 같다.

$$K_c = \begin{bmatrix} 0.5129 \\ 4.0185 \\ 0.0116 \\ -0.0583 \end{bmatrix}^T, K_f = \begin{bmatrix} 0.1484 & -0.0869 \\ 0.0180 & -0.0134 \\ -0.1253 & 0.6045 \\ -0.6315 & 0.0201 \end{bmatrix}$$

만일, 강인 안정성을 보장하는 해만이 필요한 경우에는 β 에 대한 최적화가 필요 없다.

5. 결론

본 논문에서는 강인 LQG 제어를 설계하는 간편한 방법을 제안하였다. 제안된 방법은 두개의 분리되어 있는 최적화 문제로 구성되어 있으며, 각각의 최적화 문제는 상태 제어 이득값과 관측기 이득값을 비 반복적으로 풀어나갈 수 있도록 정의되었다. 분리 최적화 기법의 장점은 계산상의 간편성에 있다. 그러나, 계산된 제어가 보수적 일 수 있다는 단점이 있다. 그러한 경우에는 반복적인 해법에 의해 풀리는 본래의 문제 (Full-block approach)를 위한 초기값 설정 기법으로써 효과적으로 사용될 수 있다.

참고문헌

[1] A. A. Stoorvogel, "The Robust H_2 Control problem: A Worst-Case design", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 38, No. 9, pp. 1358-1370, 1993.

[2] I. R. Petersen, "Guaranteed cost LQG control of uncertain linear systems", *IEE Proc.-Control Theory Appl.*, vol. 142, No. 2, 95-102, 1995.

[3] P. P. Khargonekar and M. A. Rotea, "Mixed H_2/H_∞ Control: A Convex Optimization Approach", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 36, No. 7, pp. 824-837, 1991.

[4] K. Zhou, K. Glover, B. Bodenheimer and J. Doyle, "Mixed H_2 and H_∞ Performance Objectives I: Robust Performance Analysis", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, No. 8, pp. 1564-1574, 1994.

[5] J. Doyle, K. Zhou, K. Glover and B. Bodenheimer and "Mixed H_2 and H_∞ Performance Objectives II: Optimal Control", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, No. 8, pp. 1575-1587, 1994.

[6] D. S. Bernstein and W. M. Haddad, "LQG Control with an H_∞ performance Bound: A Riccati Equation Approach", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 34, No. 3, pp. 293-305, 1989.

[7] D. S. Bernstein and W. M. Haddad, "The Optimal Projection Equations with Petersen-Hollot Bounds: Robust Stability and Performance Via Fixed-Order Dynamic Compensation for Systems with Structured Real-Valued Parameter Uncertainty", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 33, No. 6, pp. 578-582, 1988.

[8] S. O. R. Moheimani and I. R. Petersen, "Optimal Guaranteed Cost Control of Uncertain Systems via Static and Dynamic

Output Feedback", *Automatica*, vol. 32, No. 4, pp. 575-579, 1996.

[9] T. Iwasaki and R. E. Skelton, "A Unified Approach to Fixed Order Controller Design via Linear Matrix Inequalities", *Proc. of ACC*, pp. 35-39, 1994.

[10] I. Masubuchi, A. Ohara and N. Suda, "Robust multi-objective controller design via convex optimization", *Proc. of 35th CDC*, pp. 263-264, 1996.

[11] I. R. Petersen, "A Riccati Equation Approach to the Design of Stabilizing Controllers and Observers for a Class of Uncertain Linear Systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-30, No. 9, pp. 904-907, 1985.

[12] F. Jabbari and W. E. Schmitendorf, "Effects of Using Observers on Stabilization of Uncertain Linear Systems", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 38, No. 2, pp.266-271, 1993.

[13] J. Stoustrup and H. H. Niemann, "State-space solutions to the H_∞ /LTR design problem", *Int. J. of Robust and Nonlin. Contr.*, vol. 3, pp. 1-45, 1993.

[14] M. Saeki, "H[∞]/LTR Procedure with Specified Degree of Recovery", *Automatica*, vol. 28, No. 3, pp. 509-517, 1992.

[15] H. W. Knobloch, A. Isidori and D. Flockenzi, *Topics in Control Theory*, Birkhäuser Verlag, 1993.

[16] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, SIAM Studies in Applied Math., 1994.

[17] F. Paganini, "Robust Stability under Mixed Time-varying, Time-invariant and Parametric Uncertainty", *Automatica*, vol. 32, No. 10, pp. 1381-1392, 1996.

[18] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works, Inc., 1995.

[19] 김경수, 박영진, "분리최적화 기법을 이용한 강인 제어기 설계", *Proc. of 11th KACC*, pp. 589-592, 1996.

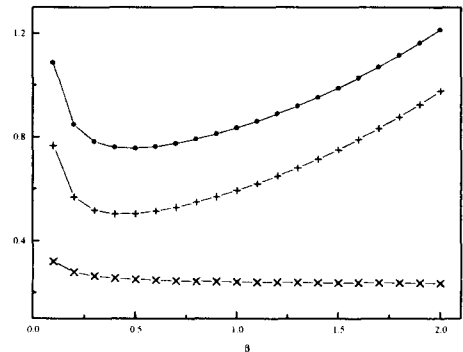


그림.1 여러 가지의 β 에 대한 성능 지수;
 × : $\bar{J}_c'(\beta)$, + : $\bar{J}_f'(\beta)$, • : $\bar{J}_c'(\beta) + \bar{J}_f'(\beta)$