

H_∞ 필터를 이용한 2관성 공진계의 상태제어

김진수^o, 김현중^{*}, 김영석^{*}
 인하대학교 전기공학과, 유한전문대학 제어계측과^{*}

State Feedback Control of Two-Mass Resonant System using H_∞ Filter

Jin-Soo Kim^o, Hyun-Jung Kim^{*}, Young-Seok Kim^{*}
 Inha University, Yuhan Junior College^{*}

Abstract - In the industrial motor drive system, a shaft torsional vibration is often generated when a motor and a load are connected with a flexible shaft. This paper treats the vibration suppression control of such a system. In this paper, the state feedback controller of the two-mass resonant system using the H_∞ filter is proposed. The H_∞ filter is robust in noise and disturbance. Simulation results show the validity of the proposed controller.

1. 서론

산업용 로봇, 전기자동차의 구동부, 철강플랜트의 압연기 구동계, 엘리베이터 등에 대한 전동기 가변속제어에 있어서 전동기와 부하가 강성이 작은 축으로 연결되는 경우 전동기의 관성과 부하의 관성에 의해 축에 비틀림 진동이 발생한다. 이와 같이 구성된 기계계를 2관성 공진계라고 부른다.

이와 같은 2관성 공진계의 축비틀림진동을 억제하기 위하여, 최근 외란관측기를 이용하는 방법, 공진비제어 방법, 최소차원관측기를 이용하여 관측할 수 없는 상태변수를 추정하여 상태제어를 하는 방법, H_∞제어 방법 등이 연구되어지고 있다 [1~4]. 이 연구들 중에서 상태제어를 하는 방법은 시스템의 상태량인 전동기속도는 직접 검출하고, 부하속도, 축비틀림토크, 부하외란은 관측기를 이용하여 관측하여 상태제어하는 방법으로 부하속도의 목표값 추종성능과 부하외란에 대한 억압특성이 서로 독립적으로 제어되는 특징이 있다. 본 논문에서는 관측기로 H_∞필터를 이용한 2관성 공진계의 상태제어를 제안한다. 기존의 최소차원 상태관측기를 갖는 상태제어[3]와 비교하

여 제안하는 제어기의 우수성을 확인하였다.

2. 2관성 공진계

강성이 낮은 축에 의해 전동기와 부하가 연결된 2관성 공진계(이하 2관성계)의 플랜트 모델은 그림 1과 같다.

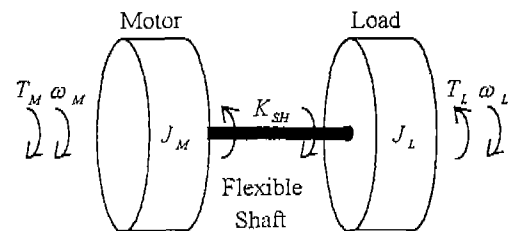


그림 1 2관성계 플랜트 모델

또한 2관성계의 상태방정식과 출력방정식은 다음식과 같다.

$$\dot{x} = A_p x + B_p T_M + B_d T_L, \quad \omega_M = C_p x \quad (1)$$

여기서

$$x = \begin{bmatrix} \omega_M \\ T_{SH} \\ \omega_L \end{bmatrix}, \quad A_p = \begin{bmatrix} -\frac{B_M}{J_M} & -\frac{1}{J_M} & 0 \\ K_{SH} & 0 & -K_{SH} \\ 0 & \frac{1}{J_L} & -\frac{B_L}{J_L} \end{bmatrix}$$

$$B_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_M} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{J_L} \end{bmatrix}, \quad C_p = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

단, J_M, J_L : 전동기관성, 부하관성
 B_M, B_L : 전동기, 부하감쇠계수
 K_{SH} : 저탄성축비틀림상수
 ω_M, ω_L : 전동기, 부하각속도
 T_M, T_{SH}, T_L : 전동기발생토크, 축비틀림토크, 부하외란토크

2관성계의 플랜트에서 제어량은 부하속도 ω_L 이지만 일반적으로는 측정할 수 없고, 측정할 수 있는 양은 전동기속도 ω_M 뿐이므로, 본 논문에서는 부하속도, 축비틀림토크, 부하외란토크는 관측기에 의하여 관측하여 상태궤환제어에 의하여 제어한다.

3. 상태궤환제어계

2관성계에 대한 상태궤환제어계는 그림 2와 같다. 제어계에서 전동기발생토크 T_M 은 토크분전류에 의하여 계산이 가능하고 전동기속도 ω_M 도 측정 가능하지만, ω_L, T_{SH}, T_L 은 직접적인 측정이 불가능한 것으로 한다.

다음으로 상태궤환제어에 따른 진동억제제어계를 구성하면 그림 2와 같이 전동기발생토크 T_M 은

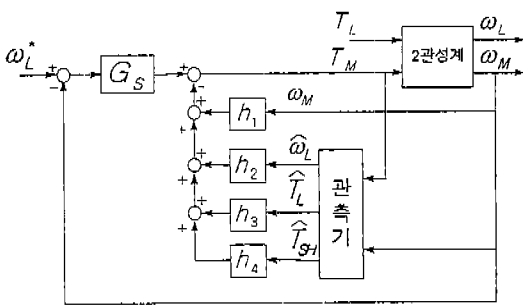


그림 2 상태궤환제어계

$$T_M = G_s(\omega_L^* - \omega_M) - HX \quad (2)$$

단 ω_L^* : 부하속도목표값

G_s : 속도제어기

$H = [h_1, h_2, h_3, h_4]$: 상태궤환게인

$X = [\omega_M, \omega_L, T_L, T_{SH}]^T$: 상태변수

와 같다. 그리고 식 (2)의 제어계를 구성할 때 ω_L, T_{SH}, T_L 은 관측기에 의해 관측한다. 실제의 관측기는 상태변수의 변화에 대하여 충분히 빠른 샘플링 시간을 갖는 이산치 관측기로 구성한다. 본 논문에서는 관측기로 H_∞ 필터를 이용하였다.

4. H_∞ 필터를 이용한 상태궤환제어계

필터는 측정된 값을 사용하여 시스템의 상태를 추정하는 것이다. 본 논문에서 사용한 H_∞ 필터는 추정오차의 전력밀도스펙트럼의 최대값을 최소화시키는 것이다[5,6].

H_∞ 필터의 구현을 위한 상태방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)w(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)w(t) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 $x(t) \in R^n$: 상태량

$y(t) \in R^p$: 측정량

$w(t) \in R^m$: 외부로부터 들어오는 잡음과 외란

여기서 (A, B) 는 가안정이고, (C, A) 는 가관측이고, 플랜트외란과 관측잡음이 서로 독립일 때의 성능측정은 $L(t)$ 가 원하는 상태량을 출력하기 위한 행렬이고 $z(t) = L(t)x(t)$ 이고 $\hat{z}(t)$ 가 우리가 원하는 추정값일 때 다음 식으로 정의한다.

$$J := \sup_{0 \neq w \in L_2} \frac{\|z - \hat{z}\|_2^2}{\|w\|_2^2}, \text{ 단 } x(0) = 0 \quad (4)$$

식 (4)에서 어떤 스칼라량인 γ 를 $J < \gamma^2$ 을 만족하도록 설정하고 또한 다음식 (5)의 미분방정식을 만족하는 대칭행렬 $P(t)$ 가 존재하면 $J < \gamma^2$ 인 필터가 존재한다.

$$\begin{aligned} \dot{P}(t) &= A(t)P(t) + P(t)A^T(t) - P(t)C^T(t)C(t)P(t) \\ &\quad + \frac{1}{\gamma^2} P(t)L^T(t)L(t)P(t) + B(t)B^T(t) \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $P(t)$ 는 필터식을 구하기 위한 Riccati 미

분방정식이고, $P(0) = 0$ 으로 한다. 따라서 $J < \gamma^2$ 를 만족하는 일반적인 필터식은 다음과 같이 주어지게 된다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= A(t)\hat{x}(t) + P(t)C^T(t)[y(t) - C(t)\hat{x}(t)], \\ \hat{x}(0) &= 0, \quad \hat{z}(t) = L(t)\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (6)$$

그러므로 식 (6)과 같은 H_∞ 필터식을 이용하여 γ 의 조정에 의하여 추정값 \hat{x} 를 구하고 이 값들을 제어기에 입력하여 사용한다.

본 논문에서 제안하는 제어계는 그림 2의 관측기로 H_∞ 필터를 사용하는 제어계이다. 그림과 같이 H_∞ 필터를 사용하여 축비틀림토크 \widehat{T}_{SH} , 부하 속도 $\widehat{\omega}_L$, 부하외란토크 \widehat{T}_L 를 관측하여 상태폐환제어한다. 식 (6)의 H_∞ 필터 결과식을 2관성계에 적용하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A_p \hat{x} + P C_p^T [y - C_p \hat{x}] + B_p T_M \\ \hat{x}(0) &= 0 \\ \hat{z} &= L \hat{x} \end{aligned} \quad (7)$$

식 (7)을 이용하여 시뮬레이션하면 제어과형을 얻을 수 있다.

5. 시뮬레이션

2관성계의 축비틀림진동을 억제하기 위한 기존의 상태관측기를 이용한 극배치기법에 의한 상태폐환제어방법[3]과 제안하는 H_∞ 필터를 이용한 상태폐환제어방법에 대한 시뮬레이션을 행하였다. 시뮬레이션에 사용된 전동기와 부하의 관성은 각각 $0.008[\text{kgm}^2]$ 과 $0.08[\text{kgm}^2]$ 이고, 축의 비틀림상수는 $50.527[\text{Nm/rad}]$ 이다.

목표값 추종시험은 전동기를 무부하의 정지상태에서 $600[\text{rpm}]$ 의 속도지령을 스텝 인가하였고, 부하외란 억압시험은 $600[\text{rpm}]$ 의 무부하 일정속도하에서 순간적으로 정격토크의 100%에 해당하는 $12.1[\text{Nm}]$ 의 부하토크를 인가하였다.

상태관측기를 이용한 결과는 그림 3과 같다. 극배치기법에 의하여 목표값에 가장 빨리 도달하면서 외란에 대한 영향도 가장 작을 때의 과형이다. 전동기의 속도는 목표값에 도달하기까지의 과도상태에서 진동이 발생하는데 이것은 전동기와 부하의 관성비가 1:10이므로 부하의 관성이 큰 결과이

다. 따라서 이에 대한 축비틀림토크도 진동적이며 최대 약 $35[\text{Nm}]$ 가 걸린다. 그러나 부하의 속도는 진동이 없이 잘 제어됨을 알 수 있다. 목표값에 도달하기까지의 시간은 1초이다.

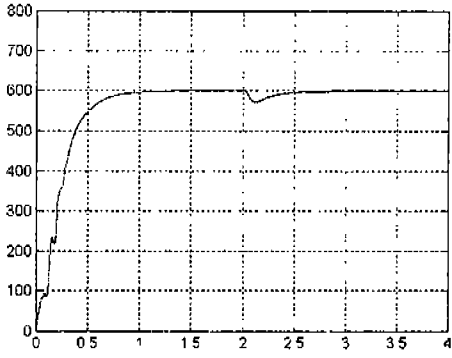
H_∞ 필터를 이용한 결과는 그림 4와 같다. 전동기의 속도는 목표값에 도달하기까지의 과도상태에서도 진동이 거의 발생하지 않으며 따라서 축비틀림토크도 진동이 적으며 최대 약 $32[\text{Nm}]$ 가 걸린다. 부하의 속도도 진동없이 잘 제어되며 목표값에 도달하기까지의 시간도 0.6초로, 상태관측기를 이용한 경우와 비교하면 더 작은 축비틀림토크를 가지면서도 목표값에의 도달시간이 빨라짐을 알 수 있다. 외란에 대해서도 양호한 외란억압특성을 갖는다.

6. 결론

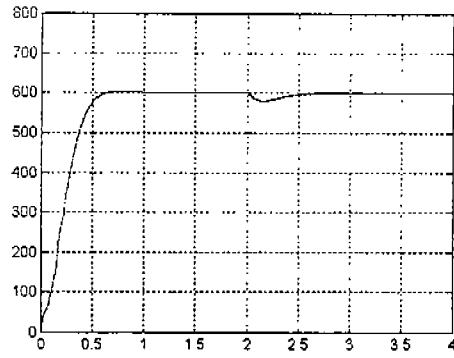
본 논문에서는 2관성 공진계를 갖는 유도전동기의 진동억제제어를 위하여 H_∞ 필터를 이용한 상태폐환제어를 제안하였다. 시뮬레이션 결과 기존의 상태관측기를 이용한 극배치기법에 의한 상태폐환제어방법보다 더 작은 축비틀림토크를 가지면서도 목표값에의 도달시간이 빨라짐을 알 수 있었다. 또한 외란에 대해서도 양호한 외란억압특성이 있음을 확인하였다. 추후로 이 결과들을 실험을 통하여 입증하고자 한다.

참고문헌

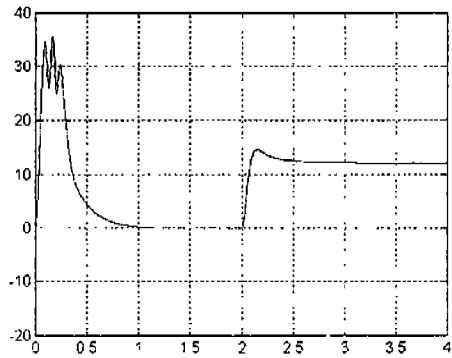
- [1] 海田英俊 外 1人, “最小次元外亂トルクオブザバに基づく多慣性機械系の振動抑制制御”, 日本電氣學會 研究會資料, SPC-93-38, 1993, pp. 81~90
- [2] 龜山浩幸 外 3人, “共振比制御に基づく軸ねじり振動抑制制御と制御ゲインの設計法”, 日本電氣學會産業應用部門全國大會, No. 271, 1994
- [3] 岩崎 誠 外 2人, “2慣性共振系の状態フィードバック制御と定數計測法”, 日本電氣學會 産業應用部門全國大會, 1994, pp. 1180~1185
- [4] 大内茂人 外 2人, “ H^∞ 制御理論に基づく電動機の制振制御”, 日本電氣學會論文誌, Vol.113-D, No. 3, 1993, pp. 325~332
- [5] Green and Limebeer, “Linear Robust Control”, Prentice Hall, 1995, pp. 263~279
- [6] Nagpal and Khargonekar, “Filtering and Smoothing in an H_∞ Setting”, IEEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, No. 2, 1991



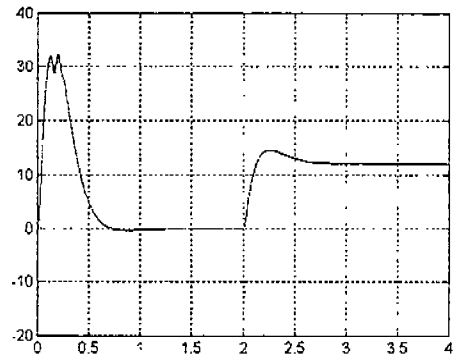
(a) 전동기속도
100 [rpm]/div, 0.5 sec/div



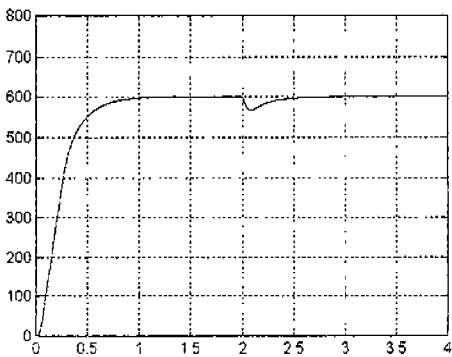
(a) 전동기속도
100 [rpm]/div, 0.5 sec/div



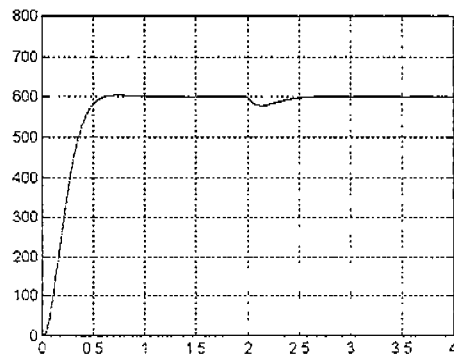
(b) 관측된 축비틀림토크
10 [Nm]/div, 0.5 sec/div



(b) 관측된 축비틀림토크
10 [Nm]/div, 0.5 sec/div



(c) 관측된 부하속도
100 [rpm]/div, 0.5 sec/div



(c) 관측된 부하속도
100 [rpm]/div, 0.5 sec/div

그림 3 상태관측기를 이용한 경우

그림 4 H_∞ 필터를 이용한 경우