

# 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터의 모델링 및 분석

강정일, 정영석, 노정욱, 윤명중  
한국과학기술원 전기 및 전자공학과

## Modeling and Analysis of Zero Voltage Switching PWM Half Bridge DC/DC Converter

Jeong-il Kang, Young-Seok Jung, Chung-Wook Roh, Myung-Joong Youn

Department of Electrical Engineering

Korea Advanced Institute of Science and Technology

**Abstract :** The circuit effects due to the transformer primary side series equivalent inductance in the Zero Voltage Switching Pulse Width Modulated Half Bridge DC/DC Converter and its impact on the effective duty are analyzed. The steady state equations and the small signal model of the converter are derived incorporating the effects of the complementary control and the utilization of transformer primary side series equivalent inductance. The open loop plant dynamics are analyzed on the basis of the model derived. The model predictions are confirmed by experimental measurements.

### 1. 서론

반도체 기술이 계속 진보함에 따라 전자 기기들의 기능적 밀도가 점차 높아지고 있고 소형 경량화와 고효율화가 끊임없이 추구되어감에 따라 보다 낮은 전압에서 동작하는 새로운 논리 소자들이 등장하고 있다. 한 점에 위치한 하나의 중앙 전원에서 각 지역에서 필요로 하는 모든 종류의 전원을 만들어 보내주는 형태의 종래의 중앙 집중형 전원 장치로는 점차 높아지는 전력 요구와 낮은 전압 그리고 높은 효율과 높은 신뢰도를 만족시키기에는 어려움이 많다. 따라서 분산형 전원 장치에 대한 요구가 급증하고 있고 이에 대한 연구가 활발히 진행되고 있다[1].

분산형 전원 장치를 도입하게 되면 중앙 집중

형 전원 장치에 비해 입력 전원의 맥동에 대해 보다 양질의 전원을 부하에 공급할 수 있으며 복잡한 배선 문제도 회피할 수 있고 전원 시스템의 유지, 보수, 확장 및 변형에 보다 유연하게 대응 할 수 있다. 또한 중간 버스 전압을 높임으로써 전송 손실을 줄여 보다 높은 효율을 얻을 수 있고 모듈화 된 각 전력 변환 단위의 추가 병렬을 통해 내고장성을 높여 전체 전원 시스템의 신뢰도를 높일 수 있다[2].

분산 전력 시스템에서는 흔히 여러 개의 모듈을 직렬 또는 병렬로 연결하여 사용하기 때문에 모듈 상호간의 영향에 대한 깊은 이해가 필요하다. 이를 위해서는 기본적으로 개개의 모듈의 동적 특성에 대한 깊은 연구가 우선되어야 하며 이는 모듈의 대표적인 특성을 정확히 해석하고 모델링함으로써 이루어진다.

하프 브릿지나 풀 브릿지 PWM 컨버터에서는 영전압 스위칭을 얻기 위해 비대칭 제어를 적용하여 변압기의 1 차측에 직렬로 추가된 인덕터 혹은 변압기 자체의 누설 인덕턴스를 활용하게 된다[3-4]. 이 변압기 1 차측 직렬 등가 인덕턴스는 각 스위치의 영전압 스위칭을 용이하게 하는 반면 컨버터가 넓 수 있는 최대 출력을 감소시키는 역효과도 있으나 이에 대한 정량적인 분석은 아직 미비한 상태이다. 본 연구에서는 분산 전력 시

스텝의 모듈로의 활용을 위한 영전압 스위칭 하프 브릿지 토플로지와 그 모델에 대해 연구한다. 먼저 영전압 스위칭 하프 브릿지 PWM 컨버터의 동작을 살펴본 후에 변압기 직렬 등가 인덕턴스의 영향과 DC 링크 캐패시터의 동적 특성을 고려한 정적, 동적 모델을 유도하여 모의 실험을 통해 그 특성을 예측한다. 그리고 실제로 200W급의 모듈의 제작하고 실험을 통하여 모의 실험 결과와 비교 분석하여 모델의 유효성을 검증한다.

## 2. 모델링 및 분석

### 2.1 모드 해석

다음 Fig. 1은 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터의 회로도로 변압기 1차측의  $C_{ds1}$ 과  $C_{ds2}$ 는 MOSFET 스위치의 드레인-소스간의 캐시턴스를 나타내고  $D_{M1}$ 과  $D_{M2}$ 는 각 스위치의 환류 다이오드를 나타낸다. 변압기 2차측의  $C_{j1}$ 과  $C_{j2}$ 는 정류 다이오드의 접합 캐파시턴스를 나타낸다. 변압기의 권선비는 1:2N이고 2차측의 템은 2차측 권선의 정확한 중심에 위치한다고 하자. 변압기의 누설 인덕턴스와 자화 인덕턴스는  $L_t$ 과  $L_m$ 으로 표시하였다.

영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터는 영전압 스위칭을 얻기 위해 비대칭 제어 방법을 이용하게 된다. 즉, 컨버터의 한 스위치를 시비율 D로 동작시킬 때 다른 한 스위치를 시비율 1-D로 동작시켜 두 스위치의 개폐 사이에 적절한 시간 지연을 두어 회로 소자의 기생 성분과 변압기의 1차측의 직렬 등가 인덕턴스만을 이용해 각각의 스위치가 켜지기 전에 스위치 양단의 전압을 0 전압 근처로 떨어뜨려주어 영전압 스위칭 혹은 영

전압 스위칭에 가까운 효과를 얻을 수가 있다[4]. 이와 같이 비대칭 제어 방법을 적용하여 스위치  $M_1$ 을 시비율 D,  $M_2$ 를 시비율 1-D로 동작 시킬 때의 하프 브릿지 컨버터의 주요 파형은 다음 Fig. 2와 같다.

만일 변압기의 누설 인덕턴스  $L_t$ 이 매우 작아 무시하게 되면 컨버터의 한 스위칭 주기는 단순히 두개의 모드로 나누어지나 스위칭 주기가 짧아짐에 따라  $L_t$ 의 영향에 의하여 변압기 1차측의 전류  $i_p$ 의 관성이 두드러지게 되며 두개의 모드로부터 유도한 종래의 모델의 정확성이 점차 떨어지게 된다.  $L_t$ 의 영향을 고려하게 되면 2차측에 전력이 전달되지 않는 두개의 새로운 모드가 더 생겨나 한 스위칭 주기안에 모두 4개의 모드가 나타나게 된다. 이는  $i_p$ 가  $L_t$ 로 부터 기인하는 전류 관성에 의해 유한한 시간에 걸쳐 그 방향을 바꾸는 구간으로, 한 스위치가 꺼진 뒤 반대쪽 스위치의 환류 다이오드로 전류가 흐르면서 0으로 감소하는 구간과 전류가 방향을 바꾸어 스위치의 드레인-소스로 흐르면서 점차 증가하여 2차측에 전력을 공급할 수 있을 만큼에 이르기 까지의 구간의 합으로 나타내어지며 이 둘을 합해 하나의 새로운 모드로 본다.

각 모드의 동가 회로와 도통 경로는 Fig. 3에 나타낸 바와 같다. 각 모드를 해석하여 미분 방정식을 유도함에 있어서 다음과 같은 가정을 한다.

- 스위치  $M_1$ 은 0.5 보다 작은 시비율 D로 동작하며  $M_2$ 는 시비율 1-D로 동작하고 각 스위치 개폐시의 데드 타임은 무시한다.
- 변압기의 자화 인덕턴스와 누설 인덕턴스는 모

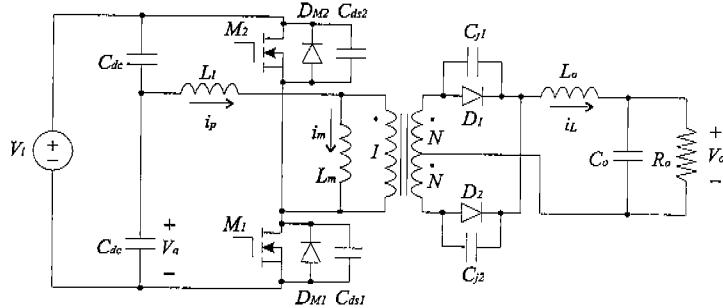


Fig. 1 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터

두 1 차측으로 옮겨 해석한다.

iii) 변압기의 2 차측은 1 차측에 대해 각각 1:N의 동일한 편선비를 갖는다.

iv) 모든 회로 요소와 전원은 이상적인 소자로 취급하고 스위치와 다이오드의 기생 캐패시턴스도 무시한다.

가정 i)은 실제로 영전압 스위칭을 위한 데드 타임은 스위칭 주기나 변압기 1 차측의 전류가 방향을 바꾸는 구간의 길이보다 짧으며 한 스위치가 꺼져 변압기 1 차측의 전류의 크기가 감소하여 0으로 떨어지기 전까지는 반대쪽 스위치가 켜진다 하더라도 환류 다이오드로 전류가 흐를 뿐 스위치의 드레인-소스로 흐르자 못하기 때문에 한 스위치가 꺼진 직후 반대쪽 스위치가 켜진다고 가정을 하여도 전체적인 해석에는 영향을 주지 못한다는 사실로 정당화될 수 있다.

모드 1 : 모드 1은  $t_1$ 에서 시작하며  $t_1$  이전에 이미 스위치  $M_1$ 은 이미 켜져 있는 상태이다. 이 모드가 지속되는 동안 변압기 1 차측에는  $v_a$ 가 걸린 상태에서  $M_1$ 과  $D_1$ 이 도통하여 전원의 에너지가 변압기를 통해 2 차측의 부하로 전달된다. 변압기의 1 차측에서 본 자화 인덕턴스의 전류  $i_m$ 은  $v_a/L_m$ 의 기울기로 증가하며 아래쪽의  $C_{dc}$ 는 방전을 하여  $v_a$ 는  $i_p/2C_{dc}$ 의 기울기로 감소한다. 변압기의 2 차측에는  $Nv_a$ 가 가해지므로 출력측 인덕터

$L_o$ 에는  $Nv_a - v_o$ 가 걸려 출력측 인덕터의 전류  $i_L$ 은  $(Nv_a - v_o)/L_o$ 의 기울기를 가지고 증가한다. 제어기로부터 정의되는 시비율  $D$ 는 이 모드가 끝남과 동시에 끝나게 된다. Fig. 3(a)를 참고하여 모드 1의 미분 방정식을 세워서 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_L &= \frac{L_m N}{\alpha} v_a - \frac{L_m + L_t}{\alpha} v_o & \dot{v}_o &= -\frac{i_p}{2C_{dc}} \\ \dot{i}_m &= \frac{L_o}{\alpha} v_a + \frac{L_t N}{\alpha} v_o & \dot{v}_o &= \frac{i_L}{C_o} - \frac{v_o}{R_o C_o} \\ i_p &= i_m + N i_L \end{aligned} \quad (1)$$

$$\text{where } \alpha = L_o L_m + L_o L_t + N^2 L_m L_t$$

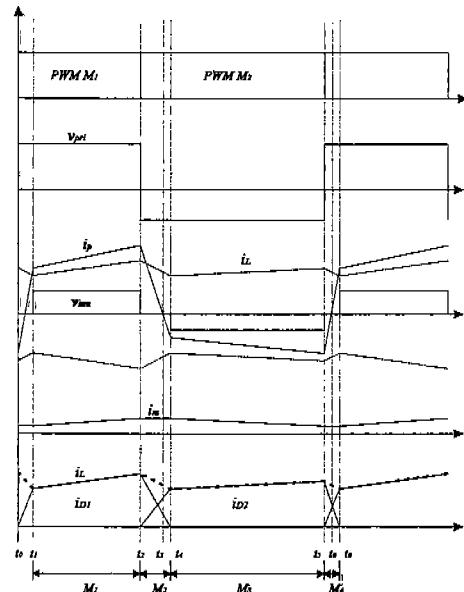


Fig. 2 영전압 스위칭 하프 브릿지 컨버터의 주요 파형

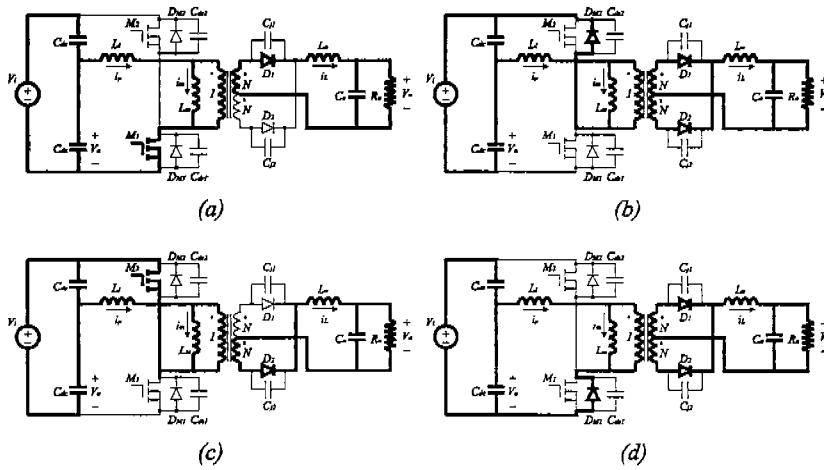


Fig. 3 영전압 스위칭 하프 브릿지 컨버터의 각 스위칭 모드의 도통 경로

모드 2 : 모드 2는 제어기로부터 정의되는 시비율 1-D의 시작점인  $t_2$ 에  $M_1$ 이 꺼진 직후  $M_2$ 가 켜지면서 시작된다.  $M_1$ 이 꺼지는 순간 변압기 1 차측에 흐르고 있던 전류는 직렬 동가 인덕턴스 성분  $L_1$ 에 의해 순간적으로 방향을 바꾸지 못하고  $M_2$ 의 환류 다이오드를 통해서 흐르려고 한다. 만일 누설 인덕턴스에 저장된 에너지가 충분하다면  $M_1$ 이 꺼지고부터 아주 짧은 시간내에  $C_{ds1}$ 와  $C_{j2}$ 가 완전히 방전되고  $C_{ds1}$ 은 완전히 충전되어 변압기 1 차측의 전류가  $D_{M2}$ 를 통해 도통하게 된다. 이 구간에서  $L_1$ 의 양단에는  $V_i - v_a$ 가 걸리게 되어  $i_p$ 는  $(V_i - v_a)/L_1$ 의 기울기로 감소하다가  $t_3$ 에서부터 방향을 바꾸어 다시 증가하게 되며 전류가  $D_{M2}$ 를 통해 흐르면서 감소하는 구간인  $t_2$ 와  $t_3$ 사이에 스위치  $M_2$ 를 켜주게 되면 영전압 스위칭을 얻을 수 있다.

모드 2의 전 구간에서 자화 인덕턴스  $L_m$ 의 양단에는 0 전압이 걸려  $i_m$ 은 일정하게 유지되며 변압기 2 차측 전압도 0 전압이 되어  $D_1$ 과  $D_2$ 는 동시에 도통하며 환류하게 되고  $i_L$ 은  $v_o/L_o$ 의 기울기로 감소하게 된다. 이때  $D_1$ 과  $D_2$ 로 흐르는 전류의 차  $i_{D1} - i_{D2}$ 는  $i_p - i_m$ 과 같은 값을 유지해 변압기의 기본 전류 관계를 만족시킨다. 즉,  $i_p - i_m$ 의 크기가 감소하는 구간에서는  $i_{D1}$ 이  $i_{D2}$ 보다 큰 상태에서 그 차가 점점 감소하다가  $i_p$ 가  $i_m$ 과 같아지는 시점에서는  $i_{D1}$ 과  $i_{D2}$ 가  $i_L$ 을 절반씩 나누어 흘리게 되며 다시  $i_p - i_m$ 의 크기가 증가하게 되면  $i_{D2}$ 가  $i_{D1}$ 보다 커지게 되고 최종적으로  $i_{D1}$ 이 0이 되면서 모드 2가 끝나게 된다.  $i_{D1}$ 이 0이 되는 순간  $i_{D2}$ 는  $i_L$ 이 되고  $i_p - i_m$ 은  $-i_L$ 이 되어 다시 2 차측으로 전력을 전달 할 수 있게 된다. 이 구간 동안 변압기의 2 차측으로 전력이 전달되지 않기 때문에 이 구간은 실제 유효 시비율의 손실 구간에 해당한다.  $L_1$ 의 크기가 클수록 1 차측 전류의 관성은 커지게 되고 따라서 2 차측  $i_{D1}$ 과  $i_{D2}$  사이의 전류에도 보다 긴 시간이 소요되므로 유효 시비율의 손실도 더욱 커지게 된다.

1 차측 전류  $i_p$ 의 기울기는 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{di_p}{dt} = \frac{v_a - V_i}{L_1}$$

변압기 1 차측의 에너지가 2 차측으로 전달될 수 있기 위해서는  $i_p$ 의 크기가 1 차측으로 환산된 2 차측 인덕터의 전류보다 커야 한다. 이 구간 내에서 변압기 양단은 단락되어 자화 전류가 일정하게 유지되므로 2 차측으로 다시 에너지를 전달하기 위해 필요한  $i_p$ 의 크기 변화량은  $Ni_L - i_m$ 과  $Ni_L + i_m$ 의 차로  $2i_L$ 과 같게 된다. 따라서 이 모드의 지속 시간을  $\Delta D_2$ 라 하면  $\Delta D_2$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Delta D_2 = \frac{2NL_1 i_L}{(V_i - v_a)T_c} \quad (2)$$

Fig 3.(b)를 참고하면 다음과 같이 모드 2의 미분 방정식을 세울 수 있다.

$$\begin{aligned} i_{L_1} &= -\frac{v_o}{L_o}, & \dot{v}_o &= -\frac{i_p}{2C_{ds}}, \\ i_m &= 0, & \dot{v}_o &= \frac{i_L}{C_o} - \frac{v_o}{R_o C_o}, \\ i_p &= \frac{v_a - v_i}{L_1} \end{aligned} \quad (3)$$

모드 3 : 이 구간은  $t_3$ 에서 시작되는 구간으로 모드 2의 전류가 끝나면서부터 시작된다. 변압기 1 차측에는  $-(V_i - v_a)$ 가 걸리며 2 차측에는  $D_2$ 가 도통하여  $N(V_i - v_a)$ 가 나타난다. 모드 2가 지속되는 시간이 짧아 모드 2에서의 출력측 인덕터의 에너지 소모가 적은 경우는  $L_1$ 이 없는 종래의 비대칭 제어 하프 브릿지 컨버터의 경우와 같이  $N(V_i - v_a)$ 가  $v_o$ 보다 작아  $L_o$ 가 전원이 되어 방전하면서 1 차측으로 전력이 넘어온다. 그러나 모드 2의 지속 시간이 길어 인덕터의 에너지 소모가 많은 경우는  $N(V_i - v_a)$ 가  $v_o$ 보다 커 모드 1과 유사하게 1 차측에서 2 차측으로 전력이 전달되고  $L_o$ 는 충전을 시작한다. 자화 인덕턴스 양단에는 전류의 방향과 반대로 전압이 걸리므로 자화 전류는 감소하게 된다. 모드 3의 동작 회로는 다음 Fig. 3(c)와 같고 미분 방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} i_L &= \frac{L_m N}{\alpha} (v_a - v_i) - \frac{L_m + L_t}{\alpha} v_o \quad \dot{v}_a = -\frac{i_p}{2C_{dc}} \\ i_m &= \frac{L_o}{\alpha} (v_a - v_i) - \frac{L_t N}{\alpha} v_o \quad \dot{v}_o = \frac{i_L}{C_o} - \frac{v_o}{R_o C_o} \\ i_p &= i_m - N i_L \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\alpha = L_o L_m + L_o L_t + N^2 L_m L_t$

모드 4:  $t_5$ 에서  $t_6$ 까지의 구간으로 모드 2 와 유사하다.  $M_2$ 가 꺼지고  $M_1$ 이 켜지면서 시작되는 모드로서 이 구간에서 2 차측  $D_1$ 과  $D_2$ 는 모두 도통하여 환류하고 변압기 양단은 단락되어 2 차측으로의 전력 전달은 없다.  $L_t$  양단에는  $v_a$ 가 걸려  $i_p$ 의 크기는  $v_a/L_t$ 의 기울기로 감소하게 된다.  $i_p$ 는 모드 4의 초기에는  $M_1$ 의 환류 다이오드  $D_{M1}$ 으로 흐르다가  $i_p$ 의 크기가 0이 된 뒤 방향이 바뀐 후로는  $M_1$ 의 드레인-소스로 흐르게 된다. 모드 2의 경우와 마찬가지로  $D_{M1}$ 이 도통하는  $t_5$ 부터  $t_6$ 의 구간 내에  $M_1$ 을 켜주게 되면 영전압 스위칭을 얻을 수 있다.

모드 4의 지속 시간을  $\Delta D_1$ 이라 하면  $\Delta D_1$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$\Delta D_1 = \frac{2NL_t i_L}{v_a T_c} \quad (5)$$

모드 4의 등가 회로는 Fig. 3(d)와 같고 미분 방정식은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_L &= -\frac{v_o}{L_o} \quad \dot{v}_a = -\frac{i_p}{2C_{dc}} \\ \dot{i}_m &= 0 \quad \dot{v}_o = \frac{i_L}{C_o} - \frac{v_o}{R_o C_o} \\ \dot{i}_p &= \frac{v_a}{L_t} \end{aligned} \quad (6)$$

## 2.2. 정상 상태 해석

2.1 절에서 구한 각 모드의 모델을 바탕으로 상공간 평균법[5]을 적용하면 정상 상태 방정식과 선형화 된 소신호 모델을 구할 수 있다. 하프 브릿지 토플로지의 해석에 있어서 흔히 변압기 1 차측 DC 링크 캐패시터  $C_{dc}$ 를 이상적인 직류 전압원으로 간주하게 되나 본 연구에서는  $L_t$ 의 영향에 비중을 두고 있는 만큼  $L_t$ 과  $C_{dc}$ 의 상호 작용의 가능성도 배제할 수 없기 때문에  $C_{dc}$ 의 동적

특성도 고려한다. 뿐만 아니라 비대칭 제어 방법은 컨버터의 각 스위치를 서로 다른 시비율로 동작시키기 때문에 폐루프로 동작시킬 경우 제어 입력이 가해짐에 따라 DC 링크 캐패시터 전압이 비대칭적으로 변화하게 되어 컨버터의 동적 특성을 해석하기 위해서는 종래의 PWM 하프 브릿지 토플로지의 경우처럼  $C_{dc}$ 의 크기를 무한대로 보는 근사를 할 수 없다. 본 절에서는 영전압 스위칭 하프 브릿지 컨버터의 정상 상태 방정식을 유도한다.

모드 2 와 모드 4 의 지속 시간은 2.1 절에서 구한 바와 같이 식 (2), (5)와 같다. 모드 1 과 모드 4 가 1-D 의 제어 시비율을 이루고 모드 2 와 모드 3 이 D 의 제어 시비율을 이루기 때문에 모드 1 과 모드 3 의 지속 시간은 각각  $D-\Delta D_1$  와 1-D- $\Delta D_2$  와 같이 구해진다.

$i_p$ 의 각 모드의 미분 방정식을 평균하면 다음과 같이  $i_L$ 과  $i_m$ 의 선형 결합으로 나타내어져 시스템의 차수가 하나 줄어듦을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} i_p &= (D - \Delta D_1)(i_m + N i_L) + \Delta D_1 \frac{v_a}{L_t} \\ &\quad + (1 - D - \Delta D_2)(i_m - N i_L) + \Delta D_2 \frac{v_a - V_i}{L_t} \\ \rightarrow i_p &= (D - \Delta D_1)(i_m + N i_L) + (1 - D - \Delta D_2)(i_m - N i_L) \end{aligned}$$

다른 변수들에 대해서도 평균을 취하면 다음과 같이 4 개의 비선형 상공간 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_L &= \frac{L_m N}{\alpha} v_o \left( D - \frac{2NL_t i_L}{v_a T_c} \right) + \frac{L_m N}{\alpha} (v_i - v_a) \left( 1 - D - \frac{2NL_t i_L}{(v_i - v_a)T_c} \right) \\ &\quad - \frac{L_m + L_t}{\alpha} v_o - \frac{N^2 L_t L_m}{L_o \alpha} v_o \left( \frac{2NL_t i_L}{v_a T_c} + \frac{2NL_t i_L}{(v_i - v_a)T_c} \right) \\ \dot{i}_m &= \left( \frac{L_o}{\alpha} v_a + \frac{NL_t}{\alpha} v_o \right) D - \frac{2NL_t i_L}{v_a T_c} \\ &\quad + \left\{ -\frac{L_o}{\alpha} (v_i - v_a) - \frac{NL_t}{\alpha} v_o \right\} \left( 1 - D - \frac{2NL_t i_L}{(v_i - v_a)T_c} \right) \\ \dot{v}_a &= -\frac{1}{2C_{dc}} \left\{ (i_m + N i_L) \left( D - \frac{2NL_t i_L}{v_a T_c} \right) + (i_m - N i_L) \left( 1 - D - \frac{2NL_t i_L}{(v_i - v_a)T_c} \right) \right\} \\ v_a &= \frac{R_o i_L - v_o}{R_o C_o} \quad \text{where } \alpha = L_o L_m + L_o L_t + N^2 L_t L_m \end{aligned} \quad (7)$$

정상 상태 방정식을 얻기 위해 위 식의 각 미분항을 0 으로 놓고 풀면 다음과 같이 정상 상태 방정식을 얻을 수 있다.

$$V_a = \frac{K}{G} V_i, \quad V_o = \frac{1}{G} V_i, \quad I_L = \frac{1}{GR_o} V_i, \quad I_m = N \frac{1-2D+a-b}{1-a-b} I_L$$

where

$$K = \frac{\left( K_1 + \sqrt{K_1^2 + \frac{32N^2 L_o^2 D}{T_s R_o}} \right)}{4L_o D}$$

$$G = \frac{\left( G_1 + \sqrt{G_1^2 - 4L_o(1-D) \left( 2NL_t D K + L_o K^2 - NL_t K - \frac{4N^2 L_t^2}{T_s R_o} \right)} \right)}{2L_o(1-D)}$$

$$a = \frac{2NL_t}{T_s K R_o}, \quad b = \frac{2NL_t}{T_s(G-K)R_o}$$

where

$$K_1 = NL_t + \frac{L_t(L_m + L_t)}{L_m N} - 2NL_t D + \frac{4NL_t L_o}{T_s R_o}$$

$$G_1 = 2NL_t D + 2L_o K - L_o K D - NL_t - \frac{2N^2 L_t^2}{T_s R_o K}$$

위의 식은 유도 과정에서 무시된 다이오드 전압 강하나 필터의 ESR 등의 비이상적인 소자 특성 때문에 복잡해 보이는 만큼 정확한 식이라고 볼 수는 없다. 따라서 실제적인 응용을 위해 보다 간단한 식으로 근사할 필요가 있다.  $v_a/V_i$  와  $i_m/i_L$ 의 식에 적당한 파라미터 값을 대입하여 몇몇 시비율에 대해  $L_t$ 을 변수로 하는 그래프를 그려보면 매우 넓은  $L_t$ 의 구간 내에서 거의 일정한 값을 가짐을 알 수 있다. 따라서 1차적으로  $v_a/V_i$  와  $i_m/i_L$ 의 식에서  $L_t$ 을 포함하는 항들을 안전하게 없앨 수 있다. 근사를 행한 후의 정상 상태 방정식은 다음과 같다.

$$V_a = (1-D)V_i \quad V_o = \frac{2ND(1-D)}{K} V_i$$

$$I_L = \frac{2ND(1-D)}{KR_o} V_i \quad I_m = N(1-2D)I_L \quad (8)$$

where

$$K = \frac{N}{2L_o} \left( K_1 + \sqrt{K_1^2 + \frac{32N^2 L_o^2 D}{T_s R_o}} \right)$$

$$K_1 = NL_t + \frac{L_t(L_m + L_t)}{NL_m} - 2NL_t D + \frac{4NL_t L_o}{T_s R_o}$$

만일 누설 인덕턴스의 크기가 2 차측의 출력 필터의 인덕터의 크기나 변압기의 자화 인덕턴스에 비해 매우 작다면  $L_t$ 과  $L_o$  그리고  $L_m$ 이 서로 연결되는 모드 1과 모드 3의 식에서  $L_t$ 을 무시할 수 있다. 이 경우의 근사를 행하면  $K_1$ 의 네번째 항을 제외한 모든 항에서  $L_t$ 과  $K$ 의 근호 안에 있는  $L_t^2$ 의 항을 무시할 수 있다.  $K_1$ 의 네번째 항은 모드 2와 모드 4의 지속 시간에 의한 항으로 스위칭 주기가 매우 큰 경우에만 무시될 수 있는

향이므로 무시될 수 없고  $K$ 의 근호 안의  $L_t^2$ 의 항은  $K_1$ 의 네번째 항에 비해  $L_t$ 이 한번 더 곱해져 있는 만큼 작기 때문에 무시할 수 있다고 본다. 이 근사를 행한 뒤 최종적으로 얻어지는 정상 상태 식은 다음과 같다.

$$V_a = (1-D)V_i$$

$$V_o = \frac{2ND(1-D)}{1 + \frac{4N^2 L_t}{T_s R_o}} V_i = \frac{2ND(1-D)}{\beta} V_i \quad (9)$$

$$I_L = \frac{2ND(1-D)}{\left( 1 + \frac{4N^2 L_t}{T_s R_o} \right) R_o} V_i = \frac{2ND(1-D)}{\beta} V_i$$

$$I_m = N(1-2D)I_L$$

위의 식 (9)를 살펴보면 변압기의 누설 인덕턴스가  $L_t$ 이 없는 이상적인 하프 브릿지 컨버터의  $v_o/V_i$  와  $i_L/V_i$ 의 정상 상태 식[6]을  $\beta$  만큼 변화시킨다는 것을 알 수 있다. 식 (9)의  $v_a/V_i$  식으로부터 DC 링크 캐페시터가 변압기의 전압\*시간 균형을 0으로 맞추어 주며  $i_m/i_L$ 의 식으로부터 동작 시비율이 0.5가 아닌 경우에 대한 변압기 자화 전류의 오프셋을 확인할 수 있다. 비록  $L_t$ 이 작다 하더라도 스위칭 주파수가 매우 높거나 부하가 매우 커지는 경우에는  $L_t$ 의 영향이 커지며  $L_t$ 의 영향이 커질수록 식 (9)는 점차 부정확해지게 된다는 점에 유의해야 한다.

비록 식 (8)은 매우 번거로운 과정을 통해 유도되었고 또한 그 결과 자체도 매우 복잡하지만 상대적으로 작은  $L_t$ 값을 가정함으로써 식 (9)과 같은 상당히 간단하고 유용하게 쓰일 수 있는 식이 유도되었다. 만일 이러한 가정이 받아들여질 수 있는 경우만 다룬다면 실제로 미분 방정식을 이용한 상공간 평균법을 적용하지 않고 정성적인 통찰만으로도 식 (9)를 얻어낼 수 있다. 식 (2)와 (5)에 주어진 유효 시비율의 손실과 DC 링크 캐페시터의 전압  $v_a$ 의 식을 변압기의 전압\*시간 균형으로부터 유추한 뒤 이를 이용하면 각 모드에서 변압기 2 차측에 나타나는 전압의 값과 그 지속 시간을 알 수 있다. 정상 상태에서 출력측의 일정한 전압과 변압기 2 차측의 전압을 이용해 출력 필터 인덕터 양단에 한주기 동안 걸리는 전압의 평균이 0이라 놓고 식을 풀면 (9)과 같은 식을 얻

을 수 있다. 다음 Fig. 4 는  $L_m=390\mu H$ ,  $L_o=48.5\mu H$ ,  $R_o=2\Omega$ ,  $C_{dc}=20\mu F$ ,  $C_o=3\mu F$ ,  $N=1.1$ ,  $T_s=10\mu s$  일 때, 몇몇 동작 시비율에 대해 변압기 누설 인덕턴스의 크기를 변수로 하여 계산한 식 (8)과 식 (9)의 그레프이다.

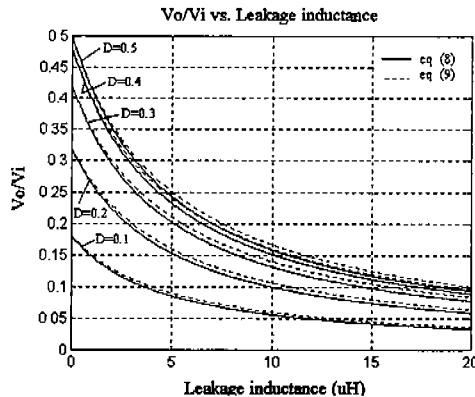


Fig. 4  $L_t$ 의 변화에 따른 이득 감소

### 2.3 선형화

이 절에서는 2.2 절에서 구한 정상 상태 방정식 (8)로부터 동작점을 구한 뒤 그 점을 중심으로 평균화 모델의 방정식을 선형화한다. 단, 입력 전원  $V_i$ 는 DC 성분만 있다고 가정한다. 다음은 동작 시비율이  $D$  일 때의 동작점에서 선형화를 행하여 얻은 식을 정리한 것이다.

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{L_o N} \hat{i}_L &= \hat{i}_L \left( -\frac{4NL_t}{T_s} - \frac{2N^2 L_t^2}{L_o T_s} \frac{1}{KD} \right) + \hat{v}_o \left( 2D - 1 + \frac{2N^2 L_t^2}{L_o T_s} \frac{1}{R_o K^2 D^2} \right) \\ &\quad + \hat{v}_o \left( -\frac{L_o + L_t}{L_o N} - \frac{2N^2 L_t^2}{L_o T_s} \frac{1}{KD} \right) + \hat{d}(1-2D)V_i \\ \frac{\alpha}{L_o} \hat{i}_{m'} &= \hat{i}_L \left( \frac{2N^2 L_t^2}{L_o T_s} \frac{1-2D}{KD} \right) + \hat{v}_o \left( 1 + \frac{2N^2 L_t^2}{L_o T_s} \frac{1}{R_o K^2 D^2} \right) \\ &\quad + \hat{v}_o \left( \frac{2D-1}{L_o} + \frac{2NL_t}{L_o T_s} \frac{1}{R_o} \frac{1-2D}{KD} \right) + \hat{d} \left( \frac{2NL_t}{L_o} \frac{1-D}{K} + 1 \right) V_i \\ -2C_{dc} \hat{v}_o &= \hat{i}_L \left( 2D - 1 + \frac{2NL_t}{T_s R_o} \frac{1-2D}{KD} \right) N + \hat{i}_m \left( 1 - \frac{2NL_t}{R_o KD} \right) \\ &\quad + \hat{v}_o \left( \frac{4N^2 L_t}{T_s R_o} \frac{1-D}{K^2 D} \right) + \hat{d} \left( \frac{2ND(1-D)}{R_o KD} \right) V_i \\ R_o C_o \hat{v}_o &= R_o \hat{i}_L - \hat{v}_o \end{aligned}$$

위의 결과를 이용하면 라플라스 변환을 통한 주파수 영역 해석도 가능하다. 다음 Fig. 5 는  $V_i=60V$ ,  $L_t=1.25\mu H$ ,  $L_m=390\mu H$ ,  $L_o=48.5\mu H$ ,  $R_o=2\Omega$ ,  $C_{dc}=20\mu F$ ,  $C_o=3\mu F$ ,  $N=1.1$ ,  $T_s=10\mu s$  일 때 위의 식을 라플라스 변환하여 얻어진  $\hat{i}_l/\hat{d}$  전달 함수의 극점과 영점의 위치를 동작 시비율을 바꾸어가며

나타낸 그림이다. 시비율 0.5에서는 전달 영점 없이 극점만 4 개가 존재하나 그 밖의 시비율에서는 3 개의 영점이 존재하며 시비율이 0.5에서 점점 작아질 수록 우세 극점이 허수축에서 멀어지면서 실수축으로 가까워진다. 따라서 시비율이 0.5로 접근할 수록  $i_l$ 의 응답 형태는 점차 진동적이 될 것이며 그 진동 주파수는 커질 것이라고 예측할 수 있다.

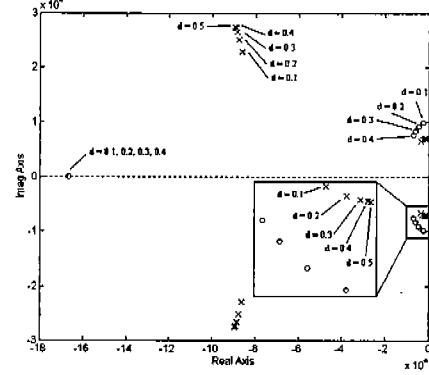


Fig. 5 동작 시비율  $D$ 에 따른  $\hat{i}_l/\hat{d}$ 의 특이점 위치도

다음 Fig. 6은 Fig. 5의 경우와 동일한 조건에서  $\hat{i}_m/\hat{d}$ 의 전달 함수의 극점과 영점의 위치를 나타낸 그림이다.

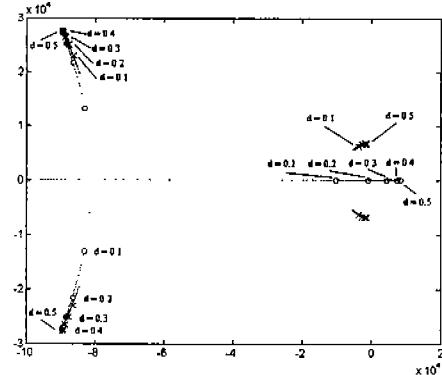


Fig. 6 동작 시비율  $D$ 에 따른  $\hat{i}_m/\hat{d}$ 의 특이점 위치도

시비율이 작을 때에는 음의 값의 실수 영점 세개를 가지고 있다가 시비율이 증가함에 따라 원쪽의 두개의 영점은 서로 접근하여 만난 뒤 복소 영점으로 갈라져 결국 근처에서 접근해 오는 극점과 만나 상쇄된다. 나머지 하나의 영점을 시비율이 증가함에 따라 점차 허수축에 접근하며

결국은 우반 평면으로 넘어간다. 우반 평면의 영점으로부터 비최소 위상 시스템의 전형적인 특성인 계단 응답에 대한 언더 슈트의 가능성을 예상할 수 있다.

### 3. 실험 및 모의 실험 결과

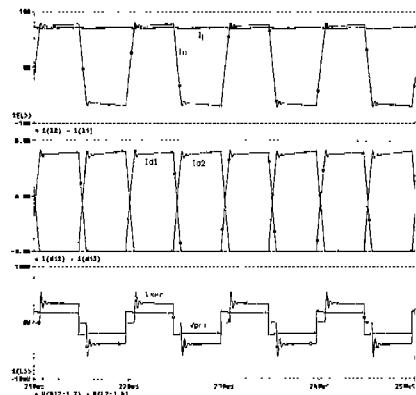
이 장에서는 앞에서 설명한 하프 브릿지 컨버터의 동작 해석 및 모델링의 유효성을 실험과 모의 실험을 통해 검증한다. 정상 상태에서의 모의 실험은 본 연구에서 유도한 평균화 된 컨버터 모델 기반의 컴퓨터 모의 실험과 각각의 소자의 모델을 기반으로 하는 PSpice 모의 실험을 모두 행하여 평균화 모델의 유효성을 검증한다. 실험에 사용된 플랜트의 파라미터는  $V_i=60V$ ,  $L_i=1.25\mu H$ ,  $L_m=390\mu H$ ,  $L_o=48.5\mu H$ ,  $R_o=2\Omega$ ,  $C_{dc}=20\mu F$ ,  $C_o=3\mu F$ ,  $N=1.1$ ,  $T_s=10\mu s$  와 같다.

#### 3.1 기본 모드 확인

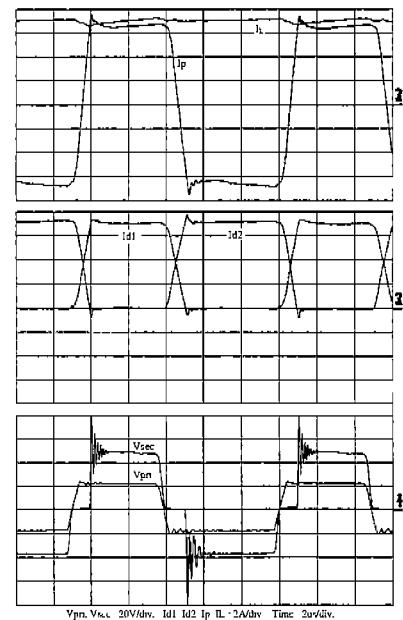
다음 Fig. 7은 변압기 1 차측과 2 차측의 전압 파형과 변압기 2 차측의 각 다이오드의 전류 파형, 그리고 변압기 1 차측의 전류와 2 차측  $L_o$ 에 흐르는 전류에 대한 PSpice 모의 실험 파형과 실제 실험 파형을 나타낸 것이다. 전압 파형에서는 1 차측에 전압이 가해지는 데에도 불구하고 변압기의 직렬 등가 인덕턴스에 의해 2 차측에는 전압이 나타나지 않는 구간을 확인할 수 있다. 2 차측 전압의 진동은 다이오드의 출력 캐패시턴스에 의한 공진 현상이다. 실험 파형에서는 기생 저항 성분들에 의해 진동이 곧 감쇄되나 모의 실험 파형에서는 기생 저항 성분이 없어 감쇄가 느린다. 다이오드의 전류 파형에서도 변압기 직렬 등가 인덕턴스에 의한 기울기를 가지고 행해지는 전류 현상을 확인 할 수 있다.

다음 Fig. 8은 동작 시비율을 0.5에서 0.7로 변화시켰을 때의 플랜트 각 변수들의 정상 상태 값에 대한 실험과 모의 실험 파형이다. 세 그림 모두  $L_i$ 이 0인 이상적인 경우에 비해 낮은  $V_o$  값을 보이며 그 낮은 정도는 Fig. 4에서 보인 이득 감소 곡선에서 구한 값과 거의 일치한다. 또한 시비율이 변할 때 생기는 진동의 주기는 약 0.8ms

로 두 가지 모의 실험의 경우와 실제 실험의 경우 모두 서로 거의 일치한다. 또한 이 값은 Fig. 5에서 구한 특이점 위치도에서 원점에 가장 가까운 우세 극점의 진동수도 일치하여 본 연구에서 유도한 영전압 스위칭 하프 브릿지 컨버터의 정적 및 동적 동작 모델의 유효성을 입증한다. 변압기 자화 전류의 모의 실험 파형에서는 언더 슈트가 관찰되어 Fig. 6의 특이점 위치도로 부터 예측했던 비최소 위상을 가지는 전달 함수의 특성도 확인할 수 있다.

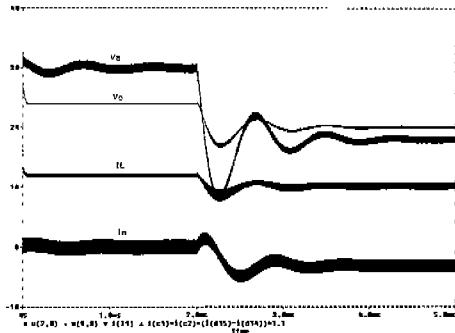


(a) PSpice 모의 실험 파형

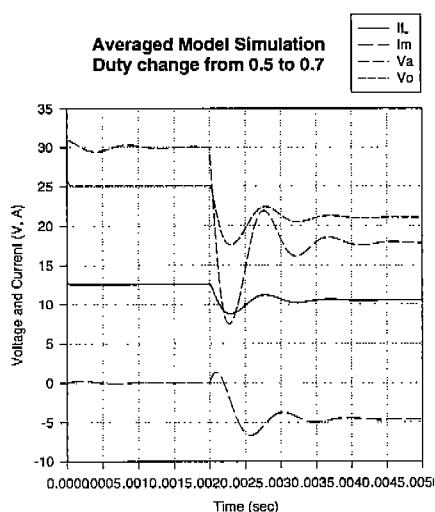


(b) 실험 파형

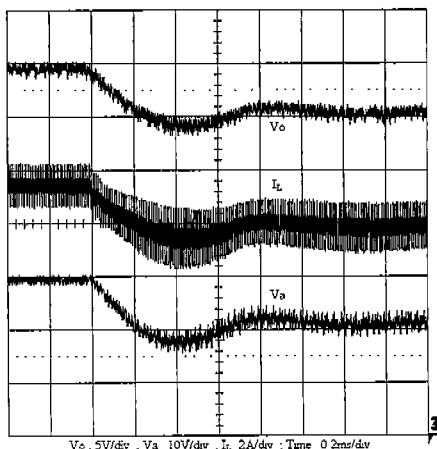
Fig. 7. 영전압 스위칭 하프 브릿지 컨버터의 모드 확인



(a) PSpice 모의 실험 과정



(b) 평균화 모델 모의 실험 과정



(c) 실험 과정

Fig. 8 시비율이 0.5에서 0.7로 바뀔 때의 각 부분의 응답

#### 4. 결론

본 논문에서는 분산 전력 시스템의 프런트 엔드 모듈로의 활용을 위한 위한 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터에서 변압기 직렬 등가

인덕턴스의 영향을 고려하여 그 동작을 해석했고 이를 바탕으로 변압기 직렬 등가 인덕턴스의 영향과 DC 링크 캐패시터의 동적 특성을 고려한 각각의 동작 모드에서의 모델을 유도하였으며 이를 이용해 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터의 평균화 모델을 유도했다.

영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터의 평균화 모델로부터 정상 상태 방정식을 유도하였으며 이렇게 구한 정상 상태 방정식을 이용하여 변압기 직렬 등가 인덕턴스에 의한 이득 감소 현상도 정량적으로 알아보았다. 변압기 직렬 등가 인덕턴스는 정상 상태 DC 링크 캐패시터 전압에는 거의 영향을 미치지 않으나 2차측 인덕터 전류나 변압기 자화 전류, 출력 전압에는 상당한 영향을 줌을 알 수 있었다.

앞에서 구한 비선형 평균화 모델을 동작점 부근에서 선형화하여 소신호 모델을 유도하였으며 동작 시비율에 따른 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터의 동적 특성 변화에 대해 고찰하였다.

또한 실제로 200W급 영전압 스위칭 PWM 하프 브릿지 컨버터를 제작하여 개루프로 동작시키면서 그 정적 동적 특성을 고찰하여 평균화 모델 및 소신호 모델의 유효성을 검증하여 이를 바탕으로 한 고성능 제어기 설계의 가능성을 보였다.

#### Reference

- [1] C. C. Heath, "The Market for Distributed Power Systems," *IEEE applied Power Electronics Conf. Proc.*, 1991, pp. 225-229.
- [2] W. A. Tabisz, M. M. Jovanovic, F. C. Lee, "Present and Future of Distributed Power Systems," *IEEE Applied Power Electronics Conf. Proc.*, 1992, pp. 11-18.
- [3] P. Imberston, N. Mohan, "Asymmetrical Duty Cycle Permits Zero Switching Loss in PWM Circuits with No Conduction Loss Penalty," *IEEE Trans. on Industry Application*, Vol. 29, no.1, 1993, pp. 121-125.
- [4] J. A. Sabate, V. Vlatkovic, R. . Ridley, F. C. Lee, B. H. Cho, "Design Considerations for High-Voltage High-Power Full-Bridge Zero-Voltage-Switched PWM

Converter," *IEEE Applied Power Electronics Conf. Proc.*, 1990, pp. 275-284.

[5] R.D. middlebrook, S. Cuk, "A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages," *IEEE Power Electronics Specialists Conf., Rec.*, June 8-10, 1976.

[6] O. Garcia, J. A. Cobos, J. Uceda, J. Sebastian, "Zero Voltage Switching in the PWM Half Bridge Topology with Complementary Control and Synchronous Rectification," *IEEE Power Electronics Specialists Conf. Rec.*, Vol. 1, 1995, pp. 286-291.