

# 새로운 슬라이딩 면을 가지는 BLDC 모터의 위치 제어에 관한 연구

박수식\* 이상오\* 정세교\*\* 이대식\*

\* 대구대학교 정보통신공학부 제어계측전공  
\*\* 경상대학교 제어계측공학과

## A Study on the Position Control of BLDC Motor with New Sliding Surface

Soo-Sik Park\* Sang-Oh Lee\* Se-Kyo Chung\*\* Dae-Sik Lee\*

\* Dept. of Control and Instr. Eng., Taegu University

\*\* Dept. of Control and Instr. Eng., Gyeongsang National University

**Abstract** - A robust position control system for a BLDC motor using new sliding mode control strategy is presented. Using the new variable structure system, reaching phase problem is eliminated and performance is largely improved. The simulation results show the validity of proposed scheme.

### I. 서론

산업이 점점 발달함에 따라 단순 반복 혹은 힘든 일, 악조건 하의 일 그리고 위험한 작업등을 인간 대신 기계가 수행하게 되었다. 이에 따라 구동부가 안정하고 되도록 작으면서도 토오크가 상대적으로 큰 전동기가 요구되고 있다.

지금까지 이러한 역할을 직류 서보 전동기가 분담했으나, 보수 및 수명과 노이즈 발생문제 그리고 큰 출력비(Power rate)를 요구하는 등의 관계로 점차 브러쉬 없는 직류 전동기(Brushless DC motor, BLDC)로 대체되고 있다. 브러쉬 없는 직류 전동기의 가장 기본 되는 특징은 기존의 영구자석 직류 전동기와 동일한 속도-토크 곡선을 갖는다는 것이다[1][3]. 이러한 특성을 지닌 브러쉬 없는 직류 전동기는 출력비가 상대적으로 크고 회전차의 관성이 작으며 저 전압에 동작이 용이하다. 또한, 정류 불꽃이 발생하지 않으므로 상대적으로 고압에 의한 고속회전도 가능하며, 전파 노이즈가 작다[2]. 반면에 제어가 어렵고 비용이 많이 드는 단점이 있는데 이는 시스템 특성이 비선형임에 주로 기인한다[3]. 그리고 파라미터 변화나 외란의 영향으로 인한 불확실성의 고려가 어렵기 때문이다.

지금까지의 BLDC 모터는 주로 PI 제어를 이용하여 왔다. 그 주된 원인은 구현의 간편성에 있으나, 이득의 설정이 비효율적이며 높은 성능을 요구하는 서보 응용에는 충분하지 않다. 이와 같은 문제를 해결하는 효과적이고 체계적인 제어 방식

중의 하나가 가변구조제어 방식이다[5]. 가변구조 시스템은 상태가 스위칭 면에 도달할 때 시스템 구조를 변화시키므로 나타나는 불연속적 제어에 의해 특성화되는 비선형 시스템의 특수한 한 부류이다. 가변구조 시스템의 주된 장점은 파라미터 변화와 외란에 둔감하다는 것이다[7]. 그러나 슬라이딩 면의 대부분이 상태 공간에 고정되고 주어진 초기 상태에 독립인 선형 혹은 비선형으로 설계된다. 그러므로 슬라이딩 면으로부터 먼 초기 조건에 대해 리칭 페이저(Reaching phase) 문제가 존재한다[7]. 리칭 페이저 동안, 제어 대상 시스템은 파라미터 변화나 외란에 민감하고, 더욱이 높은 성능의 출력을 얻기가 어렵다. [8]에서는 시변이고 회전하는 기울기를 가지는 슬라이딩 면을 제안하였으며, 초기조건을 페이저 플랜(Phase plane)상의 1사분면과 3사분면으로 설정하였다. 그러나 실 시스템에서 초기조건은 어느 곳이나 존재할 수 있다. 또한, [9]에서는 천이 하는 슬라이딩 면을 제안하였으나, 초기 조건을 슬라이딩 면 위에 존재하도록 슬라이딩 면을 설계하였다. 슬라이딩 면이 선형적 감소 속도를 가지고 원점으로 이동하므로 이동속도가 일정하다. 그러므로, 이동 끝부분의 성능은 만족할 만 하지 못하다.

최근 [10]등에서, 확장된 슬라이딩 면의 함수를 제안하였다. 이는 지수 적으로 감소하는 함수에 의해 슬라이딩 면을 확장하여 리칭 페이저 없이 선형의 동특성을 얻을 수 있다. 그리고 적분항을 가진 확장된 슬라이딩 면을 몇몇 논문에서 제안되고 있다[6][11]. 그러나 이와 같은 시스템은 궁극적으로 선형 동특성을 가진다. 선형의 동특성은 종종 안정된 시스템 응답과 파라미터 변화나 외란에 대해 견실성을 보장한다. 하지만 여러 응용에서 상대적으로 느린 응답 속도로 악조건의 동특성을 유발할 수도 있다.

본 논문에서는 상대적으로 느린 응답속도를 개선하는 새로운 슬라이딩 면을 설계하여 BLDC 모터의 위치 제어를 실현한다. 이는 응답 속도의 개

선과 원하는 과도상태 응답을 얻을 수 있는 장점이 있다.

## II. BLDC 모터의 모델링

소용량의 모터 제어에 널리 사용되고 있는 브러쉬 없는 직류 전동기는 3상 영구 자석 동기 모터와 같은 일반적 형태를 가진다.

2극 3상 동기 전동기의 d-q 변환된 식은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \dot{i}_{qs} &= -\frac{r_s}{L_q} i_{qs} - \frac{L_d}{L_q} \omega_{rm} i_{ds} + \frac{1}{L_q} v_{qs} \\ &\quad - \frac{\lambda_m}{L_q} \omega_{rm} \\ \dot{i}_{ds} &= \frac{L_q}{L_d} \omega_{rm} i_{qs} - \frac{r_s}{L_d} i_{ds} + \frac{1}{L_d} v_{ds} \end{aligned} \quad (2.1)$$

여기서  $L_q = L_{ls} + L_{mq}$ ,  $L_d = L_{ls} + L_{md}$  이고  $L_{ls}$ 와  $L_{mq}$ ,  $L_{md}$ 는 각각 자기 인덕턴스, 상호 인덕턴스이다. 또, 토크는  $\omega_{rm} = \frac{2}{p} \omega_{re}$ 이므로

$$\begin{aligned} T_e &= \frac{3}{2} \left(\frac{p}{2}\right) [\lambda_m i_{qs} + (L_d - L_q) i_{qs} i_{ds}] \\ &= J \left(\frac{2}{p}\right) \frac{d\omega_{rm}}{dt} + B \frac{2}{p} \omega_{rm} + T_L \end{aligned} \quad (2.2)$$

로 주어진다[2][3]. 여기서  $\omega_{rm}$ 은 기계적 각속도,  $\omega_{re}$ 은 전기적 각속도,  $J$ 은 회전자 관성,  $B$ 은 마찰력,  $T_L$ 은 부하 토크 그리고  $p$ 는 극수를 나타낸다. (2.2)를 기계적 각속도의 식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{rm} &= \frac{3}{2} \frac{1}{J} \left(\frac{p}{2}\right)^2 [\lambda_m i_{qs} + (L_d - L_q) i_{qs} i_{ds}] \\ &\quad - \frac{B}{J} \omega_{rm} - \frac{p}{2J} T_L \end{aligned} \quad (2.3)$$

식 (2.1)과 (2.3)으로부터  $\omega_{rm} i_{ds}$ ,  $\omega_{rm} i_{qs}$ ,  $i_{qs} i_{ds}$ 에 의해 비선형 시스템의 특성을 갖는다는 것을 볼 수 있다.

FOC(Field Orientation Control)을 이용하여 선형화 하기 위하여  $i_{ds} = 0$ 으로 하면, 시스템 식은

$$\begin{aligned} \dot{i}_{qs} &= -\frac{r_s}{L_q} i_{qs} - \frac{\lambda_m}{L_q} \omega_{rm} + \frac{1}{L_q} v_{qs} \\ \dot{\omega}_{rm} &= \frac{3}{2} \frac{1}{J} \left(\frac{p}{2}\right)^2 \lambda_m i_{qs} - \frac{B}{J} \omega_{rm} - \frac{p}{2J} T_L \end{aligned} \quad (2.4)$$

로 간략화 된다. 식 (2.4)은 직류 서보 전동기의 특성과 같다[4].

토크 식은 식 (2.2)로부터 다음과 같이 주어진다.

$$T_e = \frac{3}{2} \left(\frac{p}{2}\right) \lambda_m i_{qs} \quad (2.5)$$

전기적 시정수가 기계적 시정수보다 작아 전류 응답이 상당히 빠르므로 전류제어를 할 경우  $i_{qs}$ 의 동특성은 불필요하다. 또한 위치 제어를 하기 때문에 위치  $\theta$ 의 동특성이 필요하므로 플랜트 모델은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{rm} &= -\frac{B}{J} \omega_{rm} + \frac{3}{2} \frac{1}{J} \left(\frac{p}{2}\right)^2 \lambda_m i_{qs} - \frac{p}{2J} T_L \\ \dot{\theta} &= \omega_{rm} \end{aligned} \quad (2.6)$$

## III. 새로운 가변구조 제어기 설계

다음의 시스템에 대해 고려한다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= x_{i+1} \\ \dot{x}_n &= -\sum_{i=1}^n a_i x_i + bu - f \quad i=1, \dots, n \end{aligned} \quad (3.1)$$

여기서  $x \in R^n$ 은 상태변수이고,  $u \in R^m$ 은 제어 입력이며,  $f \in R^1$ 은 외란 그리고  $a_i$ 와  $b$ 은 플랜트의 파라미터이다.

적절히 선택된 제어 입력  $u$ 에 대하여 주어진 스위칭 면에서 슬라이딩 모드가 존재한다고 할 때, 슬라이딩 모드에서의 시스템 동특성은 다음의 방정식을 따른다.

$$\sigma(x) = 0 \quad \text{and} \quad \dot{\sigma}(x) = 0 \quad (3.2)$$

상태 공간에서의 비선형 스위칭 면을 다음과 같이 두자.

$$\sigma(x) = \sigma_L(x) + \sigma_{NL}(x) \quad (3.3)$$

여기서  $\sigma_L(x)$  항은  $\sigma(x)$ 의 선형 부분이고, 이것은 극 배치 방법이나[7], Eigenstructure assignment 방법[12] 혹은 기하학적 접근 방법[13]을 사용하여 설계할 수 있다. 선형 스위칭 면의 설계 방법은 가변 구조 시스템의 열린 연구 분야 중의 하나이다. 상태 공간에서의 선형 스위칭 면은 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma_L(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \quad (3.4)$$

여기서  $c_i$ 은 정수, 그리고  $c_n = 1$ 이다.

이 방정식은 Hurwitz 조건을 만족시킨다.

$\sigma_{NL}(x)$  항은  $\alpha(x)$ 의 비선형 부분이고 이 항은 점근적 안정도를 만족하는 다중 다항식으로 구성되어 있다[15]. 이 항들은 과도상태의 성능을 향상시키기 위해 사용된다. 설계 방법은 다음과 같다.

단계 1: (3.2)-(3.4)식으로부터, 슬라이딩 모드에서의 동특성 방정식은 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{z}_i = \Phi z_i + \Gamma \sigma_{NL_i}(z) \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (3.5)$$

단,  $z_i \in R^p$  이고,  $p$ 는  $(n - m)$ 보다 작거나 같은 양의 정수이며,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ h_1 & h_2 & h_3 & \dots & h_p \end{bmatrix}$$

$$h_i = \text{function of } c_{i1}, c_{i2}, \dots, c_{im}, \quad i = 1, 2, \dots, p \\ \Gamma = [0, 0, \dots, 1]^T$$

단계 2: (3.5)식은 비선형 함수  $\sigma_{NL_i}(z)$ 를 갖는 단일 입력 단일 출력 시스템이다. 이것은 상태 벡터  $z$ 와  $\sigma_{NL_i}$  제어를 갖는 비선형 피드백 시스템으로 생각할 수 있다. 따라서 다음과 같은 다중 다항식 형태를 얻을 수 있다.

$$\sigma_{NL_i}(z) = \sum_{j=1}^q d_{ij} \prod_{k=1}^p z_k^{p_k} \quad (3.6)$$

여기서  $d_{ij}$ 는 원하는 상수이고,

$$\sum_{k=1}^p p_{ik} = 3, \quad j = 1, 2, \dots, q$$

이며, 여기서  $q = \frac{p(p+1)(p+2)}{6}$  이다.

단계 3: (3.3), (3.4), (3.6)식으로부터, 비선형 스위칭 면의  $i$ 번째 원소는 다음과 같이 생각될 수 있다.

$$\sigma_i(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i + \sum_{j=1}^q d_{ij} \prod_{k=1}^p z_k^{p_k} \quad (3.7)$$

여기서 첫 번째 항은 Hurwitz 기준을 만족하는 선형 시변 함수이다. 그리고 과도상태의 성능을 향상시키기 위한 비선형 부분은 다중 다항식의 형태이며 두 번째 항에 있다. 비선형 스위칭 면은 페루프의 점근적 안정도를 만족시킨다. 그러므로 비선형 스위칭 면을 갖는 가변 구조 제어 시스템은 점근적으로 안정하다.

그러나 식 (3.7)의 경우, 슬라이딩 면으로부터 먼 초기 조건에 대해 리칭 페이저(Reaching phase) 문제가 존재한다[7]. 리칭 페이저 동안, 제어 대상

시스템은 파라미터 변화나 외란에 민감하고, 더욱이 높은 성능의 출력을 얻기가 어렵다. 그래서 리칭 페이저를 제거하기 위하여 스위칭 면을 다음과 같이 새로이 정의한다.

$$\sigma_{new}(x) = \sigma_i(x) - \sigma(0)e^{-\lambda t}, \quad \lambda > 0 \quad (3.8)$$

식 (3.8)은 리칭 페이저가 없는 슬라이딩 면이다. 슬라이딩 이론으로부터, 슬라이딩 변수가 슬라이딩 모드에 들어가면, 시스템의 궤적은 스위칭 면을 따라 움직일 것이며, 또한 스위칭 면을 벗어나지 않을 것이다. 이를 근거로 얻어진 식(3.8)의 새로운 제어기는 비선형 스위칭 면을 가짐으로써 응답 특성이 상대적으로 빠르며, 모든 시간에 대해 강인한 특성을 가진다. 식 (3.8)에 대하여 제어 입력  $u$ 를 다음과 같이 두자.

$$u = \left( \sum_{i=1}^n \phi_i |x_i| + \sum_{i=1}^s \psi_i \prod_{k=1}^n x_k^{p_k} + k_f \right) \text{sgn}(\sigma_{new}) - \frac{\lambda}{b} \sigma(0) e^{-\lambda t} \quad (3.9)$$

여기서  $s$ 는 식(3.6)의 미분방정식에 의해 주어진 비선형 항의 수이다. 그러면,

$$\dot{x}_n = - \sum_{i=1}^n a_i x_i + b \left[ \left( \sum_{i=1}^n \phi_i |x_i| + \sum_{i=1}^s \psi_i \prod_{k=1}^n x_k^{p_k} + k_f \right) \text{sgn}(\sigma_{new}) \right] - \lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} - f, \quad (3.10)$$

이다. 따라서,

$$\begin{aligned} \sigma \dot{\sigma} &= \sigma \left( \sum_{i=1}^n c_i \dot{x}_i + \sum_{j=1}^q d_{ij} \prod_{k=1}^p \dot{z}_k^{p_k} \right) \\ &= \sigma \left( \dot{x}_n + \sum_{i=2}^n c_{i-1} x_i + \sum_{j=1}^q h_j \prod_{k=1}^n x_k^{p_k} \right) \\ &= \sigma \sum_{i=1}^n (-a_i + c_{i-1} + b \phi_i) x_i + \sigma \sum_{j=1}^q (b \psi_j + h_j) \prod_{k=1}^n x_k^{p_k} + \sigma (b k_f - \lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} + f) \end{aligned} \quad (3.12)$$

이다. 식 (3.12)로부터 슬라이딩 모드 존재 조건  $\sigma \dot{\sigma} < 0$  을 만족하는

$$\phi_i < - \max \left| \frac{a_i - c_{i-1}}{b} \right| \quad i = 1, \dots, n \quad c_0 = 0,$$

$$\psi_j < - \max \left| - \frac{h_j}{b} \right|, \quad j = 1, \dots, q \quad \text{이고,}$$

$$k_f < - \max \left| \frac{\lambda \sigma(0) e^{-\lambda t} + f}{b} \right| \quad \text{를 구할 수 있다.}$$

#### IV. 예제

BLDC 모터의 위치 제어를 위한 시스템은 식 (2.6)과 표 1로부터 다음과 같이 들 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= -14.9x_2 + 11.0u - 2.81 \end{aligned} \quad (4.1)$$

설계 절차에 따른 제어 함수는 식 (3.7), (3.8)로부터

$$\begin{aligned} \sigma &= cx_1 + x_2 + hx_1^3 \\ \sigma_{new} &= cx_1 + x_2 + hx_1^3 - \alpha(0)e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (4.2)$$

로 주어진다. 여기서  $c=10.0$ ,  $\lambda=1.5$ ,  $h=-0.7$  이다. 식 (3.9)와 같이 설계된 제어 입력은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} u &= (\phi_1|x_1| + \phi_2|x_2| + \phi_3|x_1^3| + k_f) \operatorname{sgn}(\sigma_{new}) \\ &\quad - \frac{\lambda}{b} \alpha(0)e^{-\lambda t} \end{aligned} \quad (4.3)$$

단,  $[\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3 \ k_f] = [-0.1 \ -0.7 \ -0.5 \ -0.5]$ 으로 설정하였다. 그림1.에서 그림4.에 시뮬레이션 결과를 나타내었다.

그림1.에서 보는 바와 같이 지수 적으로 감소하는 선형의 스위칭면을 가지는 가변구조제어는 상대적으로 느린 응답속도를 가진다.

본 논문에서 제시된 식 (3.8)의 비선형 항이 추가된 지수적으로 감소하는 스위칭 면은 선형이면서 지수적으로 감소하는 스위칭 면에 비해 상대적으로 빠른 응답속도를 보인다. 그림2., 그림3. 그리고 그림4.에 선형, 비선형의 phase-plane, 제어 입력 그리고 속도를 보였다.

## V. 결론

본 논문에서는 백터제어에 근거한 BLDC 모터의 위치제어에 관하여 다루었다. BLDC 모터의 위치 제어를 위하여 상대적으로 느린 응답속도를 개선하며 리칭 페이지를 제거한 비선형 가변구조 제어기를 설계하였다. 제안된 가변구조 제어기는 리칭 페이지를 제거하여 어떤 초기 조건하에서도 강인하며, 상대적으로 개선된 응답특성을 가짐을 예제를 통하여 검증하였다.

가변구조 제어기는 불확실성 요소나 변수의 변화에 강인한 특성을 가지나 스위칭면을 불연속적으로 변화하는 체터링이 발생하며 이 입력은 전동기에 무리가 가게 하거나 소음과 진동의 원인이 되기도 한다. 따라서 Smoothing function을 통해 체터링을 줄이고, 실 실험을 통해 향후 제안된 제어기의 타당성을 살펴볼 예정이다.

참고 : 시뮬레이션에서 사용한 스위칭면은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \text{선형 스위칭면: } &10x_1 + x_2 - \alpha(0)e^{-\lambda t} \\ \text{비선형 스위칭면: } &10x_1 + x_2 - 0.7x_1^3 - \alpha(0)e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

< 표 1 >

|   |                  |
|---|------------------|
| 정격출력 : 750W   | 정격전압 : 200V      |
| 고정자저항: 16Ω  | 고정자인덕턴스: 0.492mH |
| 회전자관성모멘트 : 0.671×10 <sup>-4</sup> kg·m <sup>2</sup> |                  |
| 점성마찰계수 : 0.001 kg·m <sup>2</sup> /s                 |                  |
| 정격토크 : 2.39 N·m                                     |                  |

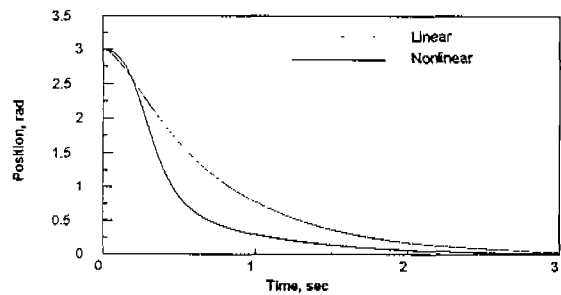
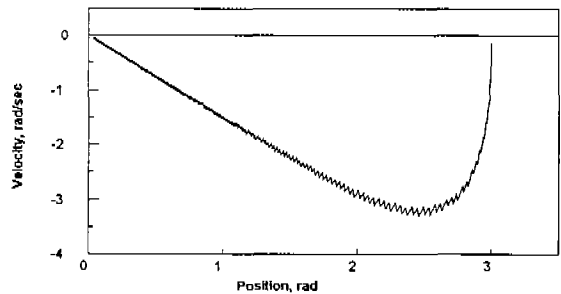
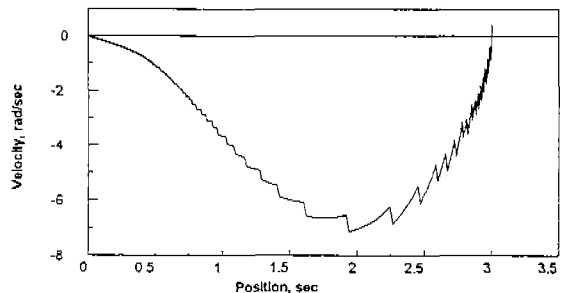


그림1. 리칭 페이지가 없는 선형, 비선형 가변구조제어의 비교

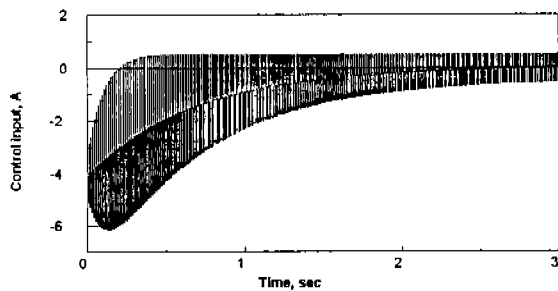


(a)

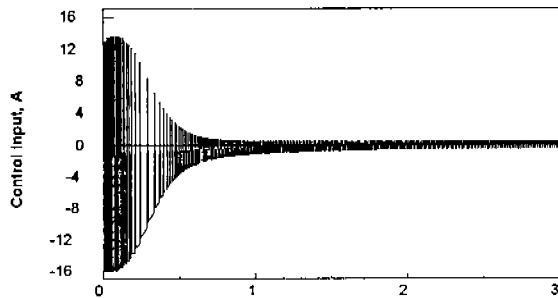


(b)

그림2. (a) 선형 스위칭 면일 때 Phase plane (b) 비선형 스위칭 면일 때 Phase plane

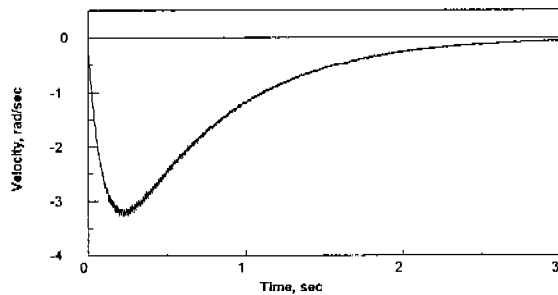


(a)

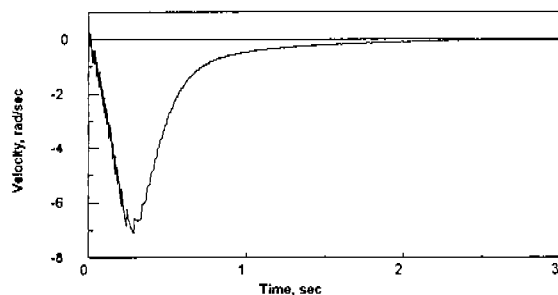


(b)

그림3. (a) 선형 스위칭 면일 때 제어 입력  
(b) 비선형 스위칭 면일 때 제어 입력



(a)



(b)

그림4. (a) 선형 스위칭 면일 때 속도  
(b) 비선형 스위칭 면일 때 속도

참고문헌

[1] Electro-craft corporation U.S.A., "DC motor speed controls servo system," 1972.  
 [2] 조관열, "Field orientation을 이용한 브러쉬 없는 직류 전동기의 위치제어," 한국과학기술원 1988.

[3] P. C. Krause, "Analysis of electric machinery," 1984.  
 [4] D. W. Novotny and R. D. Lorentz, "Introduction to field orientation and high performance AC drives," 1986 IAC  
 [5] K. Jezernik, A. Hren and D. Drevenšek, "Robust Sliding mode Continuous Control of IM Drive," IEEE 1995.  
 [6] T. L. Chern and Y. C. Wu, "Integral variable structure control approach for robot manipulators," IEE Proc., Vol. 139, No. 2, Mar. 1992.  
 [7] V. I. Utkin, "Variable structure systems with sliding modes," IEEE Trans., AC-22, pp212-222, 1977.  
 [8] F. Harashima, H. Hashimoto and K. Maruyama, "Sliding Mode Control of Manipulator with Time-Varying Switching Surfaces," Trans. of the Soc. of Inst. and Cont. Eng., Vol. 22, No. 3, pp. 335-342, 1985.  
 [9] G. T. Park, D. S. Kim, and J. K. Choi, "A Robust Controller Design for a Robot Manipulator Using Time-Varying Sliding Manifolds," J. of KIEE, Vol. No. 5, pp. 57-64, 1992.  
 [10] J. J. Kim, J. J. Lee, K. B. Park, and M. J. Youn, "Design of New Time-Varying Sliding Surface for Robot Manipulator Using Variable Structure Controller," Electronics Letters, Vol. 29, No. 2, pp. 195-196, Jan., 1993.  
 [11] J. H. Lee, J. S. Ko, S. K. Chung, D. S. Lee, and M. J. Youn, "Continuous Variable Structure Controller for BLDDSM Position Control with Prescribed Tracking Performance," IEEE Trans., IE-41, No. 5 pp. 483-491, 1994.  
 [12] J. Sandor and D. Williamson, "Design of Nonlinear Regulators for Linear Plants," IEEE Trans., AC-22, pp.47-50, 1977.  
 [13] V. I. Utkin and K. D. Yang, "Methods for Constructing Discontinuity Planes in Multidimensional Variable Structure System," Autom. Remote Control. pp. 1466-1470, 1979.  
 [14] C. M. Dorling and A. S. I. Zinober, "Two approaches to hyperplane design in multivariable structure control systems," Int. J. Control, Vol. 44, No. 1, pp. 65-82, 1986.  
 [15] D. S. Lee, J. J. Lee and M. J. Youn, "Controller Design of Multivariable Variable Structure Systems with Nonlinear Switching Surface," Journal of KIEE, Vol. 4, No. 1, pp. 32-38, 1991.